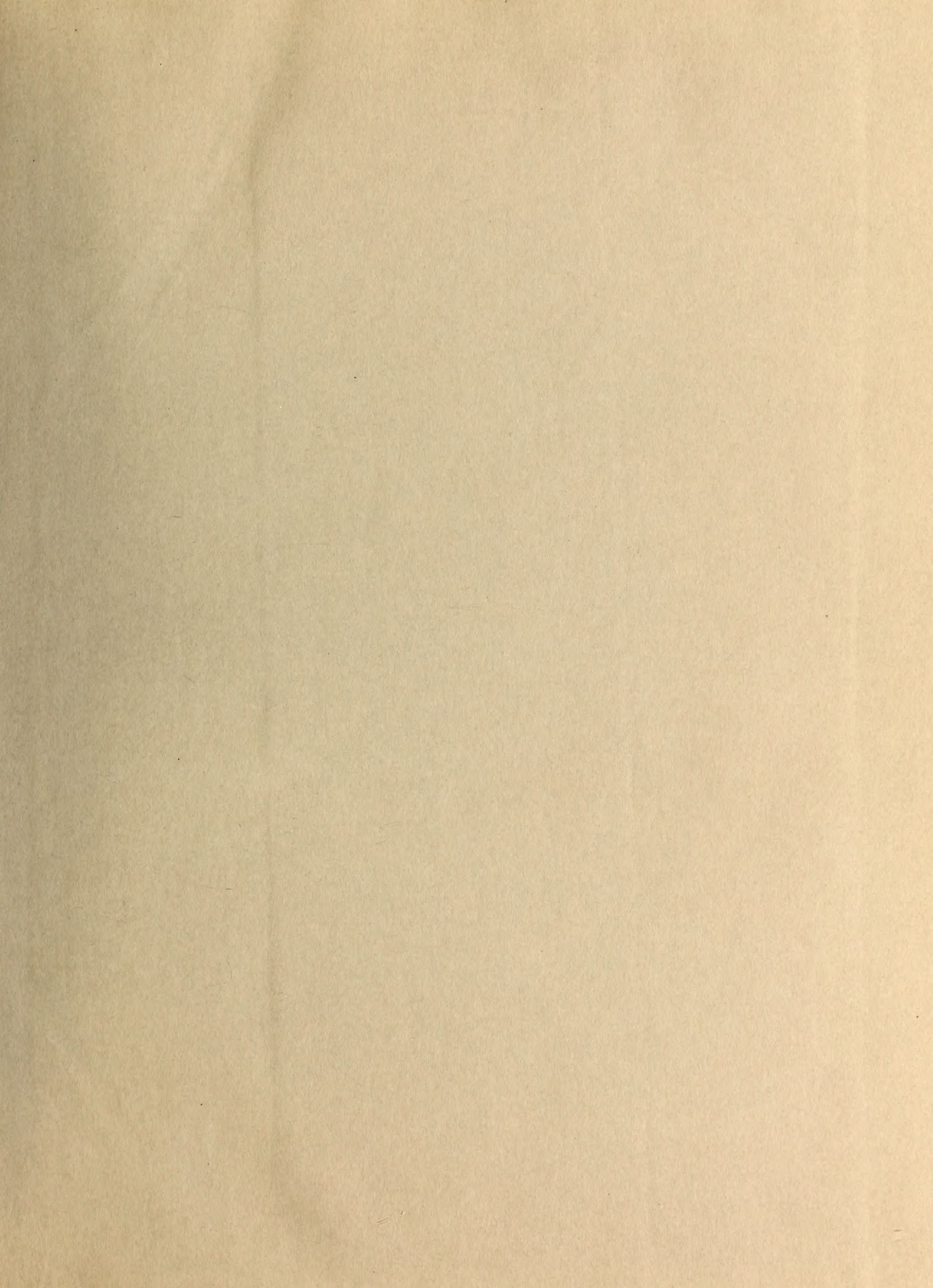
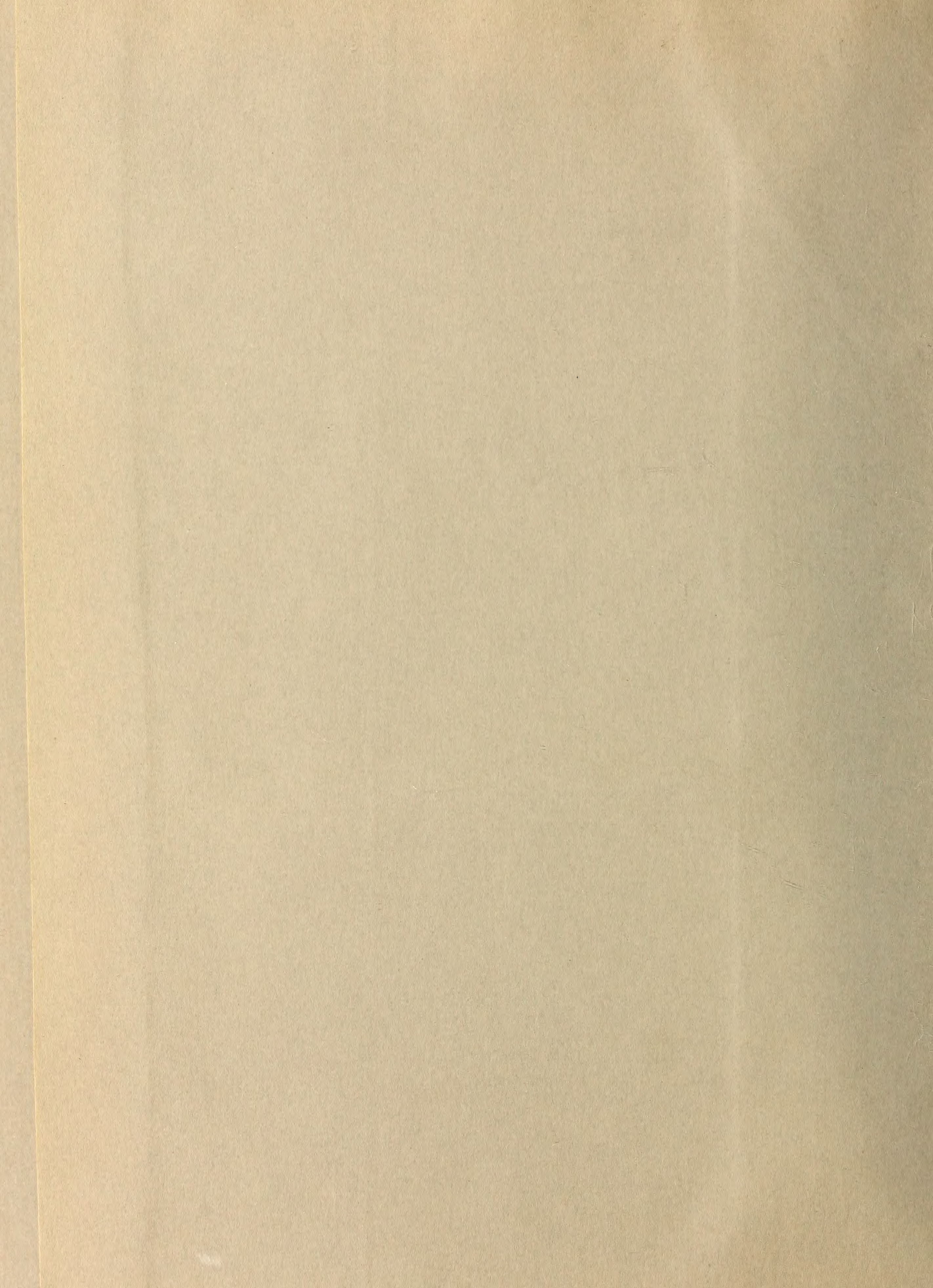












MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

SAINT-PÉTERSBOURG.

SIXIÈME SÉRIE.

SCIENCES MATHÉMATIQUES, PHYSIQUES ET NATURELLES.

TOME VII.

PREMIÈRE PARTIE:

SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

TOME V.

ST.-PÉTERSBOURG.

DE L'IMPRIMERIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

1853.

Se vend chez MM. Eggers et Comp. libraires, Commissionnaires de l'Académie, Perspective de Nevsky No. 1/10, et à Leipzic chez M. Léopold Voss. Prix 6 Roub. 5 Cop. arg. pour la Russie; 6 Thlr. 22½ Ngr. pour l'étranger.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES

DE

SAINT-PÉTERSBOURG.

SIXIÈME SÉRIE.

SCIENCES MATHÉMATIQUES ET PHYSIQUES.

TOME V.



ST.-PÉTERSBOURG.

DE L'IMPRIMERIE DE L'ACADÉMIE IMPÉRIALE DES SCIENCES.

1853.

Se vend chez MM. Eggers et Comp. libraires, Comissionnaires de l'Académie, Perspective de Nevsky No. 1/10, et à Leipzic chez M. Léopold Voss. Prix 6 Roub. 5 Cop. arg. pour la Russie; 6 Thlr. 22½ Ngr. pour l'étranger.

PUBLIÉ PAR ORDRE DE L'ACADÉMIE.

Le Secrétaire perpétuel P.-H. FUSS.

En Avril 1853.

RECHERCHES

SUR

LA PARALLAXE DES ÉTOILES FIXES.

PAR

C. A. F. Peters.

PREMIÈRE SECTION.

Précis historique des travaux sur la parallaxe des étoiles fixes jusqu'en 1842.

§ 1. Introduction.

Dans le présent mémoire, je me propose de réunir les valeurs des parallaxes des étoiles fixes, que les astronomes ont trouvées jusqu'à présent, et d'ajouter une critique c. à d. la recherche du degré d'exactitude que l'on doit attribuer à ces différentes valeurs. Le mémoire se divise en trois sections. La première contient l'histoire des travaux entrepris pour la détermination de la parallaxe jusqu'en 1842. La seconde donne les parallaxes qui ont été trouvées par les observations que j'ai exécutées à Poulkova, à l'aide du cercle vertical d'Ertel. La troisième section enfin s'occupe de la détermination de la parallaxe moyenne à attribuer aux étoiles de deuxième grandeur, détermination qui sera basée sur les recherches des deux premières sections.

Nous désignerons dans la suite par l'expression *parallaxe*, l'angle formé entre les deux lignes droites, tirées de l'étoile, l'une au centre du Soleil et l'autre à la Terre; et par l'expression *parallaxe annuelle* d'une étoile, l'angle sous lequel se présente le rayon moyen de l'orbite de la Terre, vu de l'étoile et placé sous un angle droit avec la ligne qui joint le Soleil et l'étoile.

Il y a entre la parallaxe d'une étoile fixe et les autres éléments relatifs aux lieux des étoiles, tels que l'aberration etc., cette différence particulière, que la parallaxe, autant que nous savons, n'a qu'une valeur réelle extrêmement petite. Or si la parallaxe trouvée d'une

étoile n'est point sujette à d'autres incertitudes, excepté celles qu'indique l'erreur probable, cette détermination de la parallaxe doit toujours être regardée comme valable, et contribuant à la connaissance de l'élément cherché, même s'il arrive que la valeur trouvée soit plus petite que l'erreur probable ou même négative. Telle valeur de la parallaxe ne détermine pas réellement la distance de l'étoile, mais elle peut servir à indiquer quelle est la probabilité, que la valeur réelle de la parallaxe se trouve renfermée dans des limites données. Supposons que des recherches ultérieures fournissent une seconde valeur de la parallaxe, il la faudra réunir avec la première selon les poids relatifs. Cette combinaison sera toujours plus probable que chacune des deux valeurs isolées. Si la plupart des parallaxes trouvées jusqu'à nos jours doivent être regardées comme illusoires, la raison en est à chercher non pas dans la circonstance, que l'erreur probable dépasse la valeur trouvée, mais dans ce que ces déterminations sont influencées par d'autres sources d'erreurs que celles qui se présentent dans l'erreur probable.

§ 2. Analyse des méthodes employées pour déterminer les parallaxes.

Les méthodes employées à la détermination des parallaxes se divisent en deux classes principales. Les distances méridiennes d'une étoile au zénith, mesurées dans le courant d'une année, fournissent la valeur absolue de la parallaxe, tandis que les changements de la position relative entre une étoile et une autre ne mènent qu'à une fonction des deux parallaxes. Les télescopes fixes, les secteurs, et en général les différents instruments pourvus d'arcs verticaux divisés, enfin l'instrument des passages du premier vertical servent aux observations du premier genre.*) Les télescopes pourvus d'appareils micrométriques fournissent les déterminations les plus favorables de la seconde espèce, mais aussi les lunettes méridiennes, les instruments divisés et les lunettes fixes peuvent être employés au même but. En effet, avant l'application des micromètres, les meilleures déterminations des parallaxes ont été faites à l'aide de la lunette méridienne, employée de sorte qu'elle donnât, soit la différence, soit la somme des deux parallaxes.

Dans les deux méthodes, il faut faire les observations dans les différentes saisons de l'année, vu que les époques des maxima de l'influence de la parallaxe sur le lieu de l'étoile sont distantes entre elles à peu près de six mois. Cette circonstance produit que, dans ces deux époques principales, les observations se font sous des circonstances extérieures bien différentes, quant à la température, à l'intensité de l'éclat de l'étoile, et à l'éclairage du champ du télescope et de la division. Cette différence des circonstances peut produire certaines erreurs qui suivent les saisons, et se confondent par conséquent avec les effets de la parallaxe. Il faut donc arranger les observations de sorte, que ces perturbations fussent éliminées, ou déterminées assez approximativement. Toutes les obser-

*) L'instrument du premier vertical paraît ici préférable à tous les instruments divisés.

vations sujettes à des perturbations qui n'ont pas été examinées ou éliminées, sont défectueuses, et donnent des résultats suspects.

L'influence des changements de la température sur les observations est ici l'objet le plus important. Il n'existe point de matière dont le volume ne change pas avec la température. Les différentes parties d'un instrument quelconque se trouvent donc dans un mouvement relatif continuel. Si maintenant ces parties ne sont pas homogènes, ou si les changements de la température ne sont pas les mêmes dans les différentes parties de l'appareil, l'instrument doit être considéré comme sujet à des variations de forme, qui suivent la marche annuelle et journalière de la température; et dans ce cas l'instrument ne sera plus le même à deux époques différentes de l'année ou de la journée.

Dans un secteur, destiné à la mesure des distances au zénith, et pourvu d'un niveau ou d'un fil à plomb, pour donner une position constante à une ligne quelconque indiquée sur le corps de l'instrument, les variations de la température peuvent changer la collimation de l'axe optique. Si l'objectif n'est pas tout-à-fait achromatique, ou s'il est imparfaitement centré, le milieu de l'étoile se taxe peut-être autrement le jour que la nuit. Ces erreurs s'éliminent cependant parfaitement, si dans chaque observation isolée, on a pu employer l'instrument dans les deux positions opposées, c. à d. dans lesquelles la lunette et l'appareil de mesure ont été tournés de 180° sur l'axe optique. Si ces renversements s'exécutent d'un jour à l'autre, l'élimination est moins parfaite, mais les erreurs qui restent dans ce cas perdent le caractère dangereux et se mèlent aux autres erreurs accidentelles des observations.

Dans un cercle vertical les changements de température agissent sur l'appareil qui porte les verniers ou les microscopes, sur les niveaux ou les fils à plomb fixés à cet appareil et sur les différentes parties de la lunette. Ces actions s'éliminent par l'observation dans les deux positions opposées, ou par l'usage de l'horizon artificiel, et des collimateurs à directions constantes. Si l'éclairage est convenablement arrangé, les anomalies dans les lectures des microscopes s'éliminent de la même manière.

Il y a cependant des sources d'erreurs dans les deux instruments, le secteur et le cercle vertical, dont l'effet ne s'élimine point, par le renversement de l'instrument et par l'usage de l'horizon et des collimateurs. Nous y comptons: 1) la valeur des divisions des micromètres qui change avec la température, 2) les irrégularités dans les vis micrométriques, vu que dans les différentes saisons d'autres parties de la vis servent à la mesure de l'angle, par suite des changements en déclinaison, 3) les changements dans la valeur des divisions du limbe, 4) le dérangement du foyer par suite des dilatations différentes de l'objectif et du tube, et qui produit une parallaxe des fils, 5) les changements de forme que produit l'action de la pesanteur dans le cercle divisé et dans la lunette, surtout du cercle vertical.

Les indications des instruments fournissent les distances apparentes au zénith. Il faut les changer en distances vraies zénithales, par l'application de la réfraction. Or il est

possible que le calcul de la réfraction introduise dans les observations des erreurs nouvelles et variables avec la saison. La réfraction même pourra contenir, à côté des termes que l'on a considérés jusqu'ici, d'autres termes inconnus et variables dans le courant de l'année et de la journée. Le thermomètre ne donne peut-être pas les températures exactes de l'atmosphère, et il se peut qu'on le lise autrement la nuit et le jour. Enfin la différence entre la température de l'air libre et de celui qui environne l'instrument, dans le local d'observation, peut varier selon la saison et l'heure. Cette circonstance peut produire de petites irrégularités dans les réfractions de la même étoile, selon les époques des observations.

Les observations faites à l'aide de l'instrument des passages du premier vertical sont, sans contestation, le moins influencées par la saison et par l'heure du jour, si cet instrument est employé conformément à la méthode dont M. de Struve a fait usage, ici à Poulkova, pour la détermination de l'aberration. Il a éliminé toutes les variations dans l'instrument, qui dépendent de la température, par un renversement de l'instrument, durant chaque passage de l'étoile par le premier vertical. Un second avantage de cet instrument des passages, consiste en ce qu'il donne des résultats indépendants de la réfraction, s'il n'y a pas peut-être des réfractions latérales. Mais en tout cas, ces réfractions latérales sont incomparablement plus petites que les anomalies des réfractions verticales, qui agissent sur les résultats trouvés à l'aide des instruments verticaux à division et placés dans le méridien.

Si l'astronome détermine, à différentes époques de l'année, par le moyen de la lunette méridienne, les différences en ascension droite entre deux étoiles voisines, pour en déduire la différence des parallaxes des deux étoiles, ces observations sont presque parfaitement exemptes de l'influence de la température sur l'instrument et sur l'horloge. Mais dans le cas où, à l'aide de cet instrument, l'astronome détermine la différence en ascension droite entre deux étoiles distantes entre elles de 12 heures environ, alors les moments des passages des deux étoiles tombent sur des heures opposées de la journée. En outre les culminations de la même étoile passent, dans le courant de l'année, par toutes les heures du temps solaire. Il s'ensuit que, pour un jour quelconque, la différence entre les deux températures qui ont lieu aux deux moments des passages des deux étoiles, est une fonction de la date, ou de la longitude du Soleil. Supposons maintenant que l'azimut, l'inclinaison et la collimation changent dans l'instrument avec la température, et qu'il soit impraticable de déterminer ces quantités directement, pour chaque observation. Dans ce cas les différences en ascension droite se déterminent dans l'hypothèse de l'invariabilité de l'instrument pendant 12 heures, et elles seront affectées de certaines erreurs qui dépendent de la différence entre les deux températures qui ont lieu aux deux passages. Mais comme cette différence suit une période annuelle, les erreurs indiquées auront la même période, et elles doivent se confondre avec les effets de la parallaxe. L'horloge peut produire des erreurs de la même nature, en cas qu'elle n'est pas parfaitement com-

pensée. Les erreurs de rectification dans l'instrument peuvent être reconnues à l'aide de mires convenablement arrangées et du niveau. Celles que produit l'horloge, peuvent être évaluées par une comparaison fréquente de l'horloge d'observation à une seconde horloge établie dans un local à température constante. Cependant si ces moyens indiqués n'ont pas été employés, la comparaison des valeurs de l'azimut, de l'inclinaison et de la collimation, ainsi que de la marche journalière de l'horloge, pendant le courant d'une année entière, pourront servir à juger s'il y a lieu d'admettre une constance suffisante dans ces éléments, pour la durée d'une journée.

Si deux étoiles distantes de 12 heures ont été observées dans les deux passages presque simultanés, tant supérieur, qu'inférieur, les différences en ascension droite se trouvent exemptes des irrégularités de la marche de l'horloge, mais elles seront influencées par les changements dans la position de l'instrument, si ces derniers ne sont pas nuls, ou n'ont pas été déterminés directement.

Les comparaisons d'une étoile à une autre voisine, à l'aide d'un appareil micrométrique quelconque, sont parfaitement indépendantes des incertitudes de la réfraction Quant à l'influence qu'exerce la température sur les valeurs des subdivisions micrométriques, il existe toujours des moyens de la déterminer avec une exactitude plus que suffisante.

Dans ce qui précède, j'ai donné un coup d'oeil général sur les sources principales d'erreurs qui peuvent exercer quelque influence fâcheuse sur les parallaxes des étoiles fixes à déterminer par les observations. Plusieurs de ces remarques ont été puisées dans les écrits de MM. Bessel, Brinkley et Struve. Le lecteur sera maintenant en état de juger plus facilement sur l'exactitude des parallaxes trouvées, que j'ai réunies dans les articles suivants.

§ 3. Incertitude des parallaxes trouvées avant la découverte de l'aberration.

Toutes les valeurs de la parallaxe, trouvées à l'aide des observations sur les lieux absolus des étoiles, faites avant la découverte de l'aberration, sont illusoires, vu que les changements des lieux des étoiles, que produit la parallaxe, se confondent avec les effets de l'aberration. Il faut bien convenir que l'influence de l'aberration est zéro précisément à l'époque où celle de la parallaxe atteint son maximum, mais c'est un cas tout à fait exceptionnel que l'observation tombe exactement sur l'époque d'un maximum. Si elle s'en éloigne seulement d'un jour, l'aberration produit déjà une erreur qui, d'après ce que nous savons maintenant, dépasse presque les parallaxes les plus considérables. Il faudrait donc, en tout cas, soumettre les anciennes observations à une nouvelle réduction, qui tient compte de l'aberration; mais il sera démontré dans les articles suivants qu'il est impossible d'employer ces anciennes observations pour la détermination de la parallaxe.

§ 4. Premiers essais de déterminer la parallaxe. Copernic, Rothmann, Tycho, Riccioli.

Les essais qui ont pour but d'examiner si les étoiles fixes présentent des variations de lieu, par suite du mouvement de la Terre autour du Soleil, datent de l'époque où Copernic publia sa théorie des mouvements des corps du système solaire. Copernic, qui n'avait pas reconnu de telles variations, parvint à la conclusion qu'elles sont trop petites pour être aperçues par l'oeil. (Copernicus, *de revolutionibus orbium coelestium*. Lib. I, Cap. X.)

Christophe Rothmann, astronome du Landgrave Guillaume de Hesse, avait trouvé une différence d'une à 1,5 minutes entre les latitudes de l'observatoire de Cassel, observées en été et en hiver. Il crut avoir remarqué en outre, que les distances entre quelques étoiles présentent des différences qui montent à deux minutes dans le courant de l'année. Il regarde ces deux phénomènes comme un indice du mouvement de la Terre. Tycho au contraire soutient (Tychonis *astronomiae instauratae progymnasmata*. Franc. 1610. P. I, p. 684) qu'il n'a jamais pu découvrir des variations annuelles de la latitude et des distances, déterminées avec le plus grand soin, et avec des instruments qui donnaient même des fractions de la minute, et attribue les phénomènes qu'indique Rothmann, soit aux variations des instruments employés, soit aux erreurs d'observation, et aux conditions atmosphériques variables. Nous lisons, dans l'*Astronomia Danica* de Longomontan, Amst. 1622. P. II, pag. 17, et dans l'*Epitome astronomiae* de Keppler, Lentiis, 1622. Lib. IV, p. 493, que Tycho a observé avec un soin particulier la distance de l'étoile polaire au zénith, aux époques du maximum et du minimum de la parallaxe en déclinaison, et qu'il n'a pu découvrir aucune trace d'un changement de la déclinaison pour cette étoile. La même invariabilité a été indiquée, 60 ans plus tard, par Riccioli dans les hauteurs de Sirius qu'il avait observées. (*Almagestum novum*. T. I, pars II, p. 452).

§ 5. Hooke. Parallaxe de γ Draconis.

Hooke employa le premier le télescope pour la recherche de la parallaxe.*) Il fixa dans une ouverture du toit de sa maison à Chelsea, un tuyau vertical en bois, de forme carrée, long de 10 à 12 pieds et d'un pied dans les deux autres sens. A l'intérieur de ce tuyau il avait placé un second tube de la même forme, mais de dimensions un peu plus faibles. A l'aide d'une vis il pouvait donner un mouvement vertical à ce second tube, relativement au tuyau extérieur. A l'extrémité supérieure du tube intérieur il avait fixé un objectif d'environ 36 pieds de foyer. L'oculaire de son télescope était placé sur une table métallique, fixée au plancher du rez de chaussée de la maison. Étant enchâssé à part dans une plaque métallique, l'oculaire admettait un petit déplacement dans le sens du méridien, déplacement qu'il pouvait mesurer à l'aide d'une division. L'oculaire était

---

*) *An Attempt to prove the motion of the Earth*, by Robert Hooke. London, 1674.

sans communication avec le tuyau placé au toit. Dans le foyer de l'oculaire, il y avait un fil horizontal dirigé de l'Ouest à l'Est et solidement réuni à la plaque mobile. Deux fils à plomb de cocon, d'environ 36 pieds de long, tendus par des poids convenables, et qui partaient de deux petits trous percés dans une petite barre métallique qui était invariablement réunie à la boîte métallique de l'objectif, et qui passait à une petite distance au dessous du centre de l'objectif, dans la direction N.S., servaient à la rectification de l'oculaire relativement à l'objectif. La plaque de l'oculaire avait également deux trous circulaires, par les centres desquels les fils à plomb tendus devaient librement passer. Cette position de l'oculaire servait de point zéro pour l'observation des étoiles, et nommément de l'étoile γ Draconis, qui passait à peu de minutes du zénith. Par un mouvement de la plaque mobile qui portait l'oculaire, Hooke était en état de produire la coïncidence du fil horizontal d'observation avec l'image de l'étoile. La quantité de ce mouvement, mesurée sur l'échelle, à partir du point zéro indiqué, déterminait, à l'aide de la distance du centre de l'objectif au fil, l'angle que formait la direction de l'étoile avec celle de la ligne verticale. Comme il ne s'agissait que du changement de cet angle, une erreur de collimation était indifférente. Il fallait seulement supposer que la position du centre de l'objectif fût invariable d'une époque à l'autre, par rapport aux points de suspension des fils à plomb, et que la position du fil horizontal au foyer fût invariable par rapport aux centres des deux trous circulaires. Cette supposition a été sans doute exacte de très près. Malheureusement Hooke ne fit que quatre observations avec son instrument, le 6 et 9 Juillet, le 6 Août et le 21 Octobre (vieux style) 1669. Le 9 Juillet il trouva la distance au zénith exactement la même que le 6 Juillet; le 6 Août, la distance trouvée était plus petite de 6 secondes, mais le 21 Octobre de 22 à 24 secondes plus petite que la première. La continuation ultérieure de ces observations fut arrêtée, d'abord par le mauvais temps, puis par une indisposition de Hooke, et enfin par l'accident fâcheux que l'objectif fut brisé. Hooke tire de ses observations la conclusion, que γ Draconis possède une parallaxe annuelle de 27 à 30 secondes. Mais cette valeur a été trouvée sans considérer l'effet de l'aberration, découverte 58 ans plus tard. En tenant compte de l'aberration, de la nutation et de la précession, on trouve, que la distance au zénith a dû être le 6 Août de 7 secondes, et le 21 Octobre de 5 secondes plus grande que celle du 6 Juillet, tandis que Hooke a trouvé deux distances plus petites. Or, la parallaxe de γ Draconis étant plus petite qu'une seconde, d'après les observations de Bradley, il s'ensuit que, dans les deux observations du 6 Juillet, et du 21 Octobre, telles que Hooke les donne, il y a une erreur relative d'environ 28 secondes. Cette erreur égale un arc de $^1/_{17}$ de pouce de longueur sur la plaque divisée. Il est impossible d'expliquer cette erreur énorme autrement que par un dérangement grossier dans l'instrument et qui avait échappé à Hooke. Par sa construction l'instrument, dûment employé, aurait pu rivaliser avec le secteur par lequel Bradley a fait la découverte de l'aberration.

§ 6. Flamsteed. Distances zénithales de l'étoile polaire. Détermination de l'aberration à l'aide des observations de Flamsteed.

Les distances zénithales de l'étoile polaire, observées par Flamsteed depuis 1689 jusqu'en 1697, présentent un accord supérieur de beaucoup aux observations de Hooke, quoiqu'elles aient été faites par un instrument sujet à des changements et à des erreurs d'observation beaucoup plus considérables. Une description succincte de cet instrument se trouve dans une lettre de Flamsteed à Wallis, publiée dans les *Opera* de Wallis, Oxoniae, 1699. Vol. III, p. 701. La description détaillée en est insérée dans l'*Historia coelestis Britannica* Vol. III, p. 108, où se trouve aussi une représentation de l'instrument. On voit qu'il formait un secteur de 140°, fixé dans le plan du méridien contre un mur; de sorte que l'instrument admettait, du côté méridional, l'observation jusqu'à l'horizon, de l'autre côté jusqu'à $11\frac{1}{2}^0$ au dessous du pôle. L'alidade portait un tube de 7 pieds de long pourvu au foyer de fils. Le corps de l'instrument était en fer. Le limbe, formé par une lame en cuivre et fixé sur le corps de fer, était divisé de 5 à 5 minutes. A l'aide des transversales on lisait les 10 secondes dont la moitié pouvait être taxée. Flamsteed estime cependant l'inexactitude d'une observation isolée à plus de 5 secondes, à cause des erreurs de division. En outre, la collimation de l'instrument était sujette à des variations assez considérables, surtout pendant les trois premiers mois depuis l'établissement de l'instrument; ce que Flamsteed attribue en partie à un affaissement du mur. Les changements diminuèrent depuis, sans cesser cependant jamais. Par cette raison, Flamsteed déterminait très souvent l'erreur de la collimation à l'aide des deux passages de l'étoile polaire, et c'est ainsi que les déclinaisons observées des étoiles sont presque indépendantes de tout changement de longue période dans la position de l'instrument. Ayant corrigé les déclinaisons observées de l'effet de la précession, il parvint à reconnaître que les déclinaisons de l'étoile polaire présentaient des variations qui se répétaient, aux différentes époques de chaque année, dans le même sens, et à peu près de la même grandeur. Séduit par une théorie défectueuse, il supposa que le maximum de la parallaxe en déclinaison coïncide, pour l'étoile polaire, avec le maximum en latitude, et parvint ainsi à attribuer les changements de déclinaison, qu'il avait remarqués, à l'effet de la parallaxe. L'erreur théorique de Flamsteed fut indiquée par plusieurs savants, immédiatement après la publication de la lettre adressée à Wallis. En effet les variations observées par Flamsteed s'expliquent de très près par l'effet de l'aberration, eu égard à la nutation, mais dont l'influence était très peu sensible pour chaque année isolée.

On peut regarder les observations de l'étoile polaire, faites par Flamsteed, comme les premières observations qui puissent donner une valeur approximative du coefficient constant de l'aberration. Cette importance historique de ces observations m'a engagé à les soumettre à une réduction aussi exacte que possible, pour en déduire la valeur la plus probable de l'aberration. Les observations de Flamsteed, citées dans la lettre écrite à Wallis, sont les suivantes:

				Dist. zénithale observée.		
1689	Sept. 18 (vieux style)	passage	supérieur . .	36°	8′	40″
«	Déc. 9, 15, 17, 21	«	« . .	36	9	10
«	Déc. 1 et 9	«	inférieur . .	40	51	55 / 50
1690	Mai 14	«	« . .	40	52	20 / 25
«	Sept. 15	«	supérieur . .	36	8	55
«	Déc. 3, 11	«	« . .	36	9	25
«	Déc. 3, 13	«	inférieur . .	40	51	15 / 20
1691	Avril 25	«	« . .	40	51	40 / 45
«	Déc. 8, 16, 22	«	« . .	40	51	0
1692	Mai 2, 3	«	« . .	40	51	30
«	Sept. 14	«	supérieur . .	36	9	40
«	Déc. 4, 5	«	« . .	36	10	25
«	Nov. 27 et Déc. 21	«	inférieur . .	40	50	55 / 60
1693	Avril 25	«	« . .	40	51	20
«	Juillet 17	«	supérieur . .	36	9	55
«	Déc. 9, 19	«	« . .	36	10	40
«	Déc. 7, 19	«	inférieur . .	40	50	30
1694	Mai 5	«	« . .	40	51	0
«	Sept. 22	«	supérieur . .	36	10	30
«	Déc. 13, 21	«	« . .	36	10	55 / 60
«	Déc. 13, 24	«	inférieur . .	40	50	15
1695	Mai 18, 19	«	« . .	40	50	45
«	Août 1	«	supérieur . .	36	10	40
«	Déc. 3, 4	«	« . .	36	11	15
1696	Janv. 13	«	inférieur . .	40	49	45
«	Mai 8	«	« . .	40	50	20
«	Juillet 14, 16	«	supérieur . .	36	10	55
«	Déc. 2	«	« . .	36	11	35
«	Déc. 2	«	inférieur . .	40	49	25
1697	Avril 22	«	« . .	40	50	5.

Pour réduire ces observations à des déclinaisons moyennes pour l'époque 1693,00, j'ai employé les éléments suivants :

1° Dans le calcul de la réfraction je me suis servi des tables données par Bessel *Fund. astr.* p. 45 — 52 et déduites des observations de Bradley. Flamsteed n'ayant

donné ni la hauteur du baromètre, ni la température, j'ai employé, pour toutes les observations, une hauteur égale du baromètre $=29,6$ pouces anglais. La température moyenne de chaque jour d'observation est prise, à l'aide de l'interpolation, de la table des températures moyennes mensuelles, données par M. Dove, pour Londres, dans son *Repertorium der Physik*. Vol. III, p. 397. A l'aide d'une seconde table qui se trouve p. 368 du même ouvrage, j'ai pu changer ces températures moyennes du jour en températures correspondantes à l'heure de l'observation. Cette dernière table est basée sur les observations météorologiques de Plymouth, mais la différence entre Plymouth et Greenwich peut être regardée comme insignifiante pour notre but.

2° J'ai supposé la latitude de Greenwich $= 51° 28' 38'',2 + \Delta\varphi$. Avec ce chiffre et avec la réfraction, j'ai changé les distances zénithales observées en déclinaisons apparentes.

3° Je suppose le coefficient constant de l'aberration $= 20'',4451 + \Delta a$.

4° Celui de la nutation, pour 1693, $= 9'',2221$ (*Numerus constans nutationis*, p. 74.)

5° Pour le calcul de la variation annuelle en déclinaison = précession + mouvement propre, je me suis servi des données qui se trouvent dans les *Tabulae regiomontanae* p. XIII. Voici les valeurs numériques:

Variation	depuis	1689,0	jusqu'à	1693,0	= 1′ 19″,4
«	«	1690,0	«	«	= 0 59,5
«	«	1691,0	«	«	= 0 39,7
«	«	1692,0	«	«	= 0 19,8
«	«	1693,0	«	1694,0	= 0 19,9
«	«	«	«	1695,0	= 0 39,7
«	«	«	«	1696,0	= 0 59,5
«	«	«	«	1697,0	= 1 19,3.

A l'aide des éléments indiqués, j'ai trouvé les déclinaisons moyennes de l'étoile polaire pour 1693,0 que voici:

Date de l'observation.	Passage.	Déclinaison moyenne pour 1693,0.	Nombre des observ.
1689 Sept. 18	sup.	$87° 38' 64'',1 + \Delta\varphi + 0,01.\Delta a$	1
« Déc. 1 et 9	inf.	$77,7 - \Delta\varphi - 0,97.\Delta a$	2
« Déc. 9, 15, 17, 21	sup.	$69,7 + \Delta\varphi - 0,99.\Delta a$	4
1690 Mai 14	inf.	$77,3 - \Delta\varphi + 0,83.\Delta a$	1
« Sept. 15	sup.	$58,4 + \Delta\varphi + 0,06.\Delta a$	1
« Déc. 3, 11	sup.	$63,5 + \Delta\varphi - 0,98.\Delta a$	2
« Déc. 3, 13	inf.	$90,2 - \Delta\varphi - 0,98.\Delta a$	2
1691 Avril 25	inf.	$92,3 - \Delta\varphi + 0,62.\Delta a$	1
« Déc. 8, 16, 22	inf.	$85,3 - \Delta\varphi - 0,99.\Delta a$	3
1692 Mai 2, 3	inf.	$84,9 - \Delta\varphi + 0,72.\Delta a$	2

Date de l'observation.	Passage.	Déclinaison moyenne pour 1693,0.	Nombre des observ.
1692 Sept. 14	sup.	$87^\circ\ 38'\ 60''\!,7+\Delta\varphi+0{,}07.\Delta a$	1
« Nov. 27 et Déc. 21	inf.	$67{,}8-\Delta\varphi-0{,}96.\Delta a$	2
« Déc. 4, 5	sup.	$81{,}0+\Delta\varphi-0{,}97.\Delta a$	2
1693 Avril 25	inf.	$72{,}6-\Delta\varphi+0{,}63.\Delta a$	1
« Juillet 17	sup.	$73{,}8+\Delta\varphi+0{,}87.\Delta a$	1
« Déc. 7, 19	inf.	$74{,}0-\Delta\varphi-0{,}99.\Delta a$	2
« Déc. 9, 19	sup.	$74{,}6+\Delta\varphi-0{,}99.\Delta a$	2
1694 Mai 5	inf.	$74{,}5-\Delta\varphi+0{,}74.\Delta a$	1
« Sept. 22	sup.	$67{,}5+\Delta\varphi-0{,}05.\Delta a$	1
« Déc. 13, 21	sup.	$72{,}4+\Delta\varphi-1{,}00.\Delta a$	2
« Déc. 13, 24	inf.	$68{,}9-\Delta\varphi-0{,}99.\Delta a$	2
1695 Mai 18, 19	inf.	$72{,}3-\Delta\varphi+0{,}87.\Delta a$	2
« Août 1	sup.	$76{,}2+\Delta\varphi+0{,}73.\Delta a$	1
« Déc. 3, 4	sup.	$71{,}5+\Delta\varphi-0{,}96.\Delta a$	2
1696 Janv. 13	inf.	$80{,}8-\Delta\varphi-0{,}89.\Delta a$	1
« Mai 8	inf.	$77{,}2-\Delta\varphi+0{,}78.\Delta a$	1
« Juillet 14, 16	sup.	$76{,}6+\Delta\varphi+0{,}89.\Delta a$	2
« Déc. 2	sup.	$74{,}4+\Delta\varphi-0{,}97.\Delta a$	1
« Déc. 2	inf.	$83{,}8-\Delta\varphi-0{,}96.\Delta a$	1
1697 Avril 22	inf.	$70{,}9-\Delta\varphi+0{,}58.a$	1.

En désignant maintenant la déclinaison moyenne de l'étoile polaire, pour 1693,0, par $87^\circ\ 39'\ 14''\!,9+\Delta\delta$, et en donnant à chaque déclinaison moyenne du tableau précédent un poids correspondant au nombre des observations, nous parvenons, par l'application de la méthode des moindres carrés, aux valeurs suivantes des inconnues à déterminer:

$\Delta\delta = -\ 0''\!,350$, avec l'erreur probable $0''\!,969$,
$\Delta\varphi = +\ 3{,}659$ « $0{,}875$,
$\Delta a = +\ 0{,}231$ « $1{,}107$.

L'erreur probable d'une observation du poids $= 1$ se trouve $= 6''\!,01$.

$\Delta\delta = -\ 0''\!,35$ est la correction à appliquer, selon les observations de Flamsteed, à la déclinaison moyenne de l'étoile polaire pour 1693,00, donnée par les *Tabulae regiomontanae*; c. à d. les observations de Flamsteed fournissent la déclinaison moyenne de l'étoile polaire, pour 1693,00, $= 87^\circ\ 39'\ 14''\!,55 \pm 0''\!,97$.

$\Delta\varphi = +\ 3''\!,7$ est la correction à appliquer à la latitude supposée de Greenwich; c. à d. les observations de Flamsteed donnent cette latitude $= 51^\circ\ 28'\ 41''\!,9 \pm 0''\!,9$, tandis que la dernière détermination, par M. Airy, la fait $= 51^\circ\ 28'\ 38''\!,2$ (*Greenwich observations.* 1842. p. XLIV). Le petit défaut de la latitude de Flamsteed prouve que cet astronome a très bien déterminé l'erreur de collimation de son instrument.

*

Nous trouvons enfin par $\Delta a = +0'',231$, que les observations de Flamsteed donnent le coefficient constant de l'aberration $= 20'',676$, avec l'err. prob. $1'',107$.

On voit donc que les observations de Flamsteed, rigoureusement réduites, donnent l'aberration avec une précision étonnante. L'effet de l'aberration se prononce dans les observations de Flamsteed si clairement, que Flamsteed lui même y a déjà reconnu la répétition annuelle d'un phénomène régulier, et qu'il a évalué de très près la quantité du maximum de la variation périodique.

Il paraît étonnant que, ni Flamsteed, ni aucun autre des astronomes contemporains, n'aient découvert la vraie loi de ces changements, après que l'erreur de Flamsteed, qui avait cru voir l'effet de la parallaxe dans ces changements périodiques, eût été déclarée. Il faut supposer que cette loi a échappé aux astronomes à cause des erreurs accidentelles encore assez considérables dans les observations isolées. Effectivement, pour reconnaître la loi, les astronomes auraient dû comparer les déclinaisons, réduites à leur manière, avec une expression de la forme:

$$\delta + x' \sin \odot + y' \cos \odot + x'' \sin 2\odot + y'' \cos 2\odot + \ldots,$$

et trouver les valeurs des inconnues x', y',..., par la combinaison de la totalité des observations. Mais nous savons, qu'à cette époque la résolution d'un tel problème n'était pas encore connue.

§ 7. Picard. Distances zénithales de l'étoile polaire.

Déjà antérieurement à Flamsteed, Picard et J. D. Cassini avaient observé des changements semblables dans les déclinaisons de l'étoile polaire. Picard, dans son *Voyage d'Uranibourg*, publié en 1680 (art. 8), fait mention qu'il a remarqué, depuis dix ans, des variations périodiques du lieu de l'étoile polaire dans le courant de chaque année. Il trouve (art. 8, p. 18) «que vers le mois d'Avril la hauteur méridienne et inférieure de «cette étoile devient moindre de quelques secondes qu'elle n'avait paru au solstice d'hiver «précédent; au lieu qu'elle devrait être plus grande de 5 secondes; qu'ensuite aux mois «d'Août et de Septembre sa hauteur méridienne supérieure se trouve à peu près telle «qu'elle avait été observée en hiver, et même quelquefois plus grande, quoiqu'elle dût «être diminuée de 10″ à 15″, mais qu'enfin vers la fin de l'année, tout se trouve com- «pensé, en sorte que la Polaire paraît plus proche du pôle d'environ 20″ qu'elle n'était «un an auparavant.» Picard démontre ensuite que ces inégalités ne s'expliquent point par la réfraction, et avoue qu'il n'a pu rien imaginer pour donner une explication satisfaisante de ce phénomène.

Par l'effet de l'aberration et de la précession, au commencement d'Avril, l'étoile polaire, dans son passage inférieur, devait présenter une hauteur de 17″ plus faible et pour le 1 Septembre, dans la culmination supérieure, une hauteur de 16″ plus forte, que celle du solstice d'hiver précédent. Ces deux positions calculées s'accordent donc assez près avec les observations de Picard, qui, au lieu de 17″ indiquées, avait trouvé *quelques* secondes, et à la place des dernières 16″ indiquées, une différence, soit insen-

sible, soit petite, mais dont il ne fixe pas la valeur. En tout cas, les observations de Picard, telles qu'il les donne, sont cependant insuffisantes pour en déduire une valeur, même approximative, de l'aberration.

§ 8. J. D. Cassini. Distances zénithales de l'étoile polaire. Aberration qui suit des observations de Cassini.

Dans un mémoire de J. D. Cassini, écrit en 1693, (*Mémoires de l'Académie.* Tom. X.) et qui a pour titre: *S'il est arrivé du changement dans la hauteur du pôle, ou dans le cours du Soleil?* se trouvent, p. 366—370, les observations suivantes de l'étoile polaire, faites par Cassini à l'Observatoire Royal de Paris:

Époque.		Passage.	Hauteur de l'étoile polaire.
1671	Sept. 28	supérieur	51° 19′ 40″
«	Oct. 11, 12	«	51 19 45 / 50
«	Déc. 8	«	51 19 10
«	Déc. 11	inférieur	46 24 10
«	Déc. 13	supérieur	51 19 6
1672	Janv. 10	«	51 19 45
«	Janv. 10	inférieur	46 25 20
1684	Janv. 14	supérieur	51 15 0
«	Janv. 14	inférieur	46 28 10
1691	Déc. 21	supérieur	51 11 30
«	Déc. 21	inférieur	46 30 30.

L'on voit dans les remarques ajoutées aux observations du 11 Déc. 1671 et du 10 Janv. 1672, que ces observations ont été faites à l'aide d'un quart-de-cercle pourvu d'une lunette.

Cassini examine, ainsi que le titre de son mémoire l'indique, non pas les changements auxquels les *déclinaisons* de l'étoile polaire peuvent être sujettes, par suite de ces observations, en regardant la latitude comme invariable; mais, au contraire, les changements de la *latitude* qu'il faudrait admettre, en supposant les déclinaisons sujettes uniquement aux variations produites par l'effet de la précession. C'est ainsi qu'il parvient à la conclusion, que pendant la durée de ces observations, la latitude a éprouvée des changements sensibles. Mais il ajoute à ce résultat la remarque suivante (p. 370):

«Non obstant toutes ces variations apparentes, on peut dire que non seulement il «n'est arrivé dans ces derniers temps aucun changement extraordinaire, ni dans la hau«teur du pôle, ni dans les hauteurs méridiennes du Soleil; mais aussi que le ciel a de «tout temps été dans la même situation où il est depuis un siècle à l'égard de la «Terre. Car il y a lieu de croire que toutes les variations dont on a parlé ci-dessus, «viennent de plusieurs défauts qui se rencontrent dans les observations.»

J'ai essayé à déduire des observations indiquées de Cassini la valeur de l'aberration, en traitant ces observations d'une manière semblable à celle que j'ai employée dans la ré-

duction des observations de Flamsteed, mais en me bornant aux 8 observations des années 1671 et 1672. Les 4 observations de 1684 et de 1691 m'ont paru trop eloignées, pour une comparaison convenable.

J'ai réduit les observations des deux années indiquées à l'époque 1672,0, de la manière suivante :

J'ai pris la réfraction dans la *Connaissance des Temps pour* 1847, en déterminant les températures moyennes et correspondantes aux jours et aux heures de l'observation, à l'aide des deux tables données par M. Dove dans son *Repertorium.* Vol. III, p. 397 et 368.

Je suppose la latitude $= 48^\circ\ 51'\ 13'' + \Delta\varphi$,
le coefficient constant de l'aberration $= 20'',445 + \Delta a$,
« « de la nutation $= 9'',223$,
le changement annuel en déclinaison $= 19'',9$ (selon les *Tabulae regiomontanae.*)

Par ces moyens, j'ai trouvé les déclinaisons moyennes suivantes et correspondantes aux observations de Cassini:

Époque.		Nombre des observations.	Déclinaison moyenne pour 1672,0.
1671	Sept. 28	1	$87^\circ\ 32'\ 32'',1 + \Delta\varphi - 0,01.\Delta a$
«	Oct. 11, 12	2	$32\ \ 9,8 + \Delta\varphi - 0,24.\Delta a$
«	Déc. 8	1	$32\ \ 30,5 + \Delta\varphi - 0,94.\Delta a$
«	Déc. 11	1	$31\ \ 39,3 - \Delta\varphi - 0,96.\Delta a$
«	Déc. 13	1	$32\ \ 33,7 + \Delta\varphi - 0,97.\Delta a$
1672	Janv. 10	1	$31\ \ 52,7 + \Delta\varphi - 0,97.\Delta a$
«	Janv. 10	1	$32\ \ 46,5 - \Delta\varphi - 0,96.\Delta a$

En mettant la déclinaison moyenne pour 1672,0 $= 87^\circ\ 32'\ 17'',7 + \Delta\delta$, nous avons par l'application de la méthode des moindres carrés:

$\Delta\delta = -6'',0$, avec l'erreur probable $17'',1$,
$\Delta\varphi = -2,5$ « 9,0,
$\Delta a = +3,9$ « 19,8.

L'erreur probable d'une observation isolée $= 19'',7$, pour le poids $= 1$.

Les observations de Cassini nous fournissent donc les valeurs suivantes:

Déclinaison moyenne de l'étoile polaire pour 1672,0 $= 87^\circ\ 32'\ 11'',7$, av. l'err. pr. $17'',1$,
Latitude de l'Observatoire Royal de Paris $= 48\ \ 51\ \ 10,5$ « 9,0,
Coefficient constant de l'aberration $= 24'',3$ « 19,8.

La déclinaison trouvée s'écarte de 6 secondes de celle qui se déduit de la comparaison des observations de Bradley et de Bessel.

La latitude est trop forte de $57'',5$, comparée à la détermination actuelle $= 48^\circ\ 50'\ 13''$ (*Conn. des Temps.* 1847, p. 345).

L'erreur probable de l'aberration est presque aussi grande que ce coefficient lui même. Nous voyons donc que les observations de Cassini ont été beaucoup trop inexactes pour conduire à la découverte de l'aberration.

§ 9. Jacques Cassini. Parallaxe de Sirius.

En 1714 et 1715 Jacques Cassini essaya de déterminer la parallaxe de Sirius.*) Il employa une lunette de 3 pieds, pourvue au foyer d'un réticule. Cette lunette (dirigée sur Sirius) fut invariablement réunie au corps d'un quart-de-cercle mural, dont l'invariabilité paraissait constatée par l'usage de 30 ans. Les changements de la déclinaison devaient se prononcer par le déplacement de l'étoile par rapport au réticule, et c'est ainsi que Cassini trouva un changement de 10″ à 12″ entre les extrêmes, et l'attribua à l'effet de la parallaxe en déclinaison. Il faut remarquer cependant que, malgré toutes les précautions prises par J. Cassini, l'invariabilité de la lunette reste toujours douteuse. En outre, l'incertitude de la réfraction détruit tout le mérite de ces observations, surtout parce qu'elles sont dépourvues d'indications du thermomètre et du baromètre. Calandrelli, dans les *Opuscoli astronomici* di Calandrelli e Conti. Roma, 1806. p. 8—16, a soumis les observations de J. Cassini à un examen scrupuleux, et il démontre qu'il est impossible de représenter les 12 déclinaisons de Sirius observées, par l'application de l'aberration, de la nutation, et dans l'hypothèse d'une parallaxe.

§ 10. Olaüs Roemer. Différences en ascension droite, observées à l'aide de l'instrument des passages, entre Sirius et α Lyrae.

Un mémoire d'Olaüs Roemer, publié par Horrebow (*Opera.* T. III, p. 61) avec des notes de l'éditeur, prouve que Roemer aussi avait remarqué, en 1692 et 1693, les changements des déclinaisons que nous savons attribuer à l'aberration. Persuadé que ces changements ne pouvaient être produits, ni par les variations de la réfraction, ni par la parallaxe, il supposa, pour les expliquer, une variabilité de l'axe terrestre, dont il espérait pouvoir donner, avec le temps, une théorie complète. En attendant, et à cause des incertitudes de la réfraction dont les lois n'étaient que très imparfaitement connues, il croyait les déclinaisons des étoiles peu propres à la recherche des parallaxes. Étant de l'avis que les causes qui produisaient les changements périodiques en déclinaison, indépendamment de la parallaxe, n'exercent qu'une influence très peu sensible sur les ascensions droites, il préféra ces dernières, et observa les différences en ascension droite entre Sirius et α Lyrae, aux différentes époques de l'année, à l'aide de l'instrument des passages, qu'il avait inventé. L'instrument de Roemer se trouve représenté et décrit dans les oeuvres de Horrebow (*Basis astronomiae*, p. 48). Il était établi dans une fenêtre de la maison de Roemer à Copenhague, d'où il pouvait observer les étoiles depuis 29° de déclinaison australe jusqu'à 40° de déclinaison boréale. Roemer observa les passages, selon les indications d'une horloge placée tout près de l'instrument, et qui était sans boîte, pour que les battements du pendule fussent bien entendus. L'horloge d'observation fut comparée de temps en temps avec d'autres pendules, placées dans la même chambre, mais qui étaient pourvues de boîtes, pour leur conserver une marche plus régulière. Roemer lui même trouve par ses observations, mais dont il ne donne

*) Mémoires de l'Académie pour l'an 1717, p. 263.

pas les détails, la double somme des parallaxes annuelles de α Lyrae et de Sirius entre les limites 1 minute et 1,5 minutes, en supposant, dans son instrument, une telle invariabilité, qu'il crut pouvoir regarder ces résultats comme incontestables. Il lui restait le seul doute, si en effet la marche de la pendule, telle qu'il la déduisait de deux passages successifs, était uniforme dans le courant de 24 heures, c. à d. si la marche pendant la nuit n'était pas une autre que celle du jour. Il assure cependant, que des recherches scrupuleuses lui avaient indiqué que cette irrégularité ne dépassait point la valeur d'une seconde.

Horrebow, dans sa dissertation intitulée: *Copernicus triumphans*, et qui parut en 1727, déduit la somme des parallaxes de plusieurs couples d'étoiles, à l'aide des observations que Roemer avait faites avec deux instruments des passages, établis en ville et à sa campagne qui était à deux milles de distance de la ville. Les observations faites en ville et citées par Horrebow forment 31 différences en ascension droite, entre Sirius et α Lyrae, dont 18 sont faites en Février, Mars et Avril, vers l'un des maxima, et les autres 13 en Sept. et Oct. des années 1701 à 1704, à l'époque du maximum opposé. En prenant la moyenne des deux séries, corrigées pour l'effet de la précession de 0",35, Horrebow parvient à la double somme des deux parallaxes en ascension droite = 4 secondes en temps, ou une minute en arc. J'ai soumis les observations de Roemer à une nouvelle réduction, eu égard à l'aberration, à la nutation, à la précession et au mouvement propre des deux étoiles. C'est ainsi que je suis parvenu aux valeurs suivantes de la différence moyenne entre les ascensions droites des deux étoiles pour l'époque 1701,0:

1701	Février	13, 14	$11^h\ 54'\ 61''{,}0$
	«	14, 15	60,2
	«	18, 19	60,0
	Avril	4, 5	59,5
	«	5, 6	60,7
1702	Mars	13, 14	60,5
	«	20, 21	59,7
	«	30, 31	58,6
	«	31, Avr. 1	58,5
	Avril	1, 2	58,5
1703	Mars	12, 13	60,3
	«	16, 17	59,5
	Avril	7, 8	59,3
	«	20, 21	58,9
	«	21, 22	57,9
1704	Mars	2, 3	59,4
	«	3, 4	60,1
	«	15, 16	61,6
		Moyenne	$11^h\ 54'\ 59''{,}7$

1701	Sept.	17	$11^h\ 54'\ 55''\!,0$
	Oct.	1	56,3
	«	5	55,4
1702	Sept.	15	55,0
	«	16	55,6
	Oct.	6	56,4
	«	7	56,9
	«	9	56,1
1703	Sept.	19	54,3
	«	21	53,3
1704	Oct.	15	55,0
	«	16	55,0
	«	17	55,3
	Moyenne		$11^h\ 54'\ 55''\!,4$.

On voit que cette réduction exacte présente encore une différence en ascension droite, qui est en automne plus petite de 4,3, que celle qui suit des observations du printemps. Cette quantité n'est pas l'effet des erreurs accidentelles de l'observation, parce que l'erreur probable d'une différence isolée ne monte qu'à 0,6. Donc la différence des deux moyennes = 4,3 n'est sujette qu'à une erreur probable de 0,23. Ne pouvant cependant admettre la réalité de la parallaxe trouvée par Horrebow, parce que les observations modernes ont prouvé que la somme des deux parallaxes en ascension droite ne s'élève guère à 0,1, il faut supposer, que les observations de Roemer aient été influencées par certaines erreurs périodiques. Une partie de l'erreur doit être attribuée aux inégalités dans la marche de la pendule employée qui manquait encore de compensation. Au printemps, Sirius passe par le méridien le soir près du temps du coucher du Soleil, et α Lyrae le matin, quand le Soleil se lève. Le contraire a lieu, pour les observations d'automne. La différence en ascension droite entre les deux étoiles, à partir de Sirius, dépend donc au printemps de la marche de l'horloge pendant les 12 heures nocturnes, tandis que pour celle de l'automne il s'agit de la marche de l'horloge pendant les 12 heures du jour. A la suite de la période journalière de la température, le pendule non compensé devait avoir une marche retardée pour les 12 heures du jour, et une marche accélérée pour les 12 heures de la nuit, relativement à la marche moyenne que Horrebow avait trouvée par les passages successifs de la même étoile. On voit que, par cette circonstance, les différences en ascension droite observées au printemps devaient devenir plus grandes que celles de l'automne. Horrebow ne dit pas quelle était la matière du pendule employé. Supposons que la verge eût été en fer, et qu'il y eût eu une différence moyenne de 3° Réaumur, entre les températures de nuit et de jour. Avec ces données, l'on trouve une correction d'une demi-seconde, qu'il faut soustraire des différences en ascension droite observées au prin-

temps et ajouter à celles de l'automne. La correction devient encore plus grande, si nous admettons que la température influençait aussi les arcs de vibration, ou dans l'hypothèse que la verge était en cuivre. Une partie de l'erreur s'explique donc par un changement périodique de la marche du pendule, et l'on pourra, sans trop de scrupule, attribuer l'autre à un changement périodique dans la position de l'instrument. La seconde série d'observations, faite à la campagne, est inférieure de beaucoup à la première. L'instrument lui même n'était pas solidement établi (Horrebowii *opera.* T. III, p. 264.), aussi les observations isolées s'accordent-elles beaucoup moins entre elles. Horrebow trouve cependant, par les moyennes, les mêmes résultats, qu'avait donnés l'autre instrument. Cet accord parle en faveur de l'explication qui attribue une partie de l'erreur du résultat aux irrégularités analogues des deux pendules.

§ 11. E. Manfredi. Recherches théoriques. Différences en ascension droite observées au mural entre Sirius et Arcturus, par Maraldi et par Manfredi.

L'explication des changements périodiques, observés dans les lieux des étoiles fixes, peut être regardée comme un des problèmes des plus célèbres, dont s'occupaient les astronomes pendant le premier quart du siècle passé. Eustache Manfredi, dans sa dissertation intitulée: *De annuis inerrantium stellarum aberrationibus. Bononiae,* 1729, se prononce de la manière suivante sur cet objet (p. 1):

«Quod in veteri astronomia insolens fuerat, ac inauditum, id certissimis recentiorum «experimentis compertum est: nonnullas esse stellas, ex earum censu, quae fixae, aut iner«rantes appellantur, quibus stellis exiguae sane, sed constantes, atque annuae contingant «motuum vicissitudines. Fecit autem paucarum observatio, ut eadem de ceteris apud Astro«nomos suspicio invalesceret; neque ulla fere est hodie aeque celebris, ac clarissimorum «Virorum studiis aeque agitata investigatio.»

L'écrit de Manfredi termine en quelque sorte la période de l'aberration soupçonnée, mais non pas reconnue. Quoique la célèbre lettre de Bradley à Halley, dans laquelle il annonce la découverte de l'aberration de la lumière, eût été publiée dans les *Philosophical Transactions (for the month of December* 1728, p. 637) quelques mois plutôt, cette lettre cependant n'était pas encore venue à la connaissance de Manfredi, lorsqu'il publia sa dissertation *(Commentarii Inst. et Acad. Bononiensis. Bononiae,* 1731 p. 618). Manfredi s'était proposé, en publiant son opuscule, de donner une exposition détaillée des lois, selon lesquelles les lieux des étoiles fixes devaient changer par suite du mouvement de la Terre, c. à d. par l'effet de la parallaxe. Il voulut mettre chaque astronome à même de pouvoir juger, si les changements observés sont conformes aux lois données, et de choisir, dans des observations futures, les époques convenables où les influences des parallaxes, sur les quantités observées atteignaient les maxima et la valeur zéro; enfin d'ap-

préciser la relation de la parallaxe, dans le sens d'une observation quelconque, à la parallaxe annuelle totale. Il appliqua ses méthodes à l'examen des observations de Hooke, de Jacques Cassini, et de Flamsteed, publiées antérieurement, ainsi qu'aux observations que Maraldi et lui-même avaient exécutées récemment. Ces dernières observations se trouvent dans l'ouvrage cité. Il parvint au résultat, que les variations en déclinaison, observées par Hooke et Cassini, pouvaient être expliquées par l'effet de la parallaxe, mais que celles de Flamsteed ne s'accordaient nullement avec la théorie de la parallaxe.

Maraldi avait observé à Paris, à l'aide du mural, une série de différences en ascension droite entre Sirius et Arcturus, aux différentes époques des années 1704 et 1705. Manfredi trouve que ces observations ne peuvent être représentées par l'unique action d'une parallaxe annuelle. Ayant réduit les observations de Maraldi, d'après les formules actuellement connues, eu égard à l'aberration etc., j'ai trouvé qu'elles présentent un accord meilleur, que n'avait trouvé Manfredi, mais il reste cependant, dans la série, des écarts entre les observations isolées et les moyennes, écarts qui vont jusqu'à 3 secondes en temps. En effet les différences en ascension droite, observées en été, sont toutes plus grandes que celles de l'hiver. Il est impossible d'expliquer ces anomalies par le défaut de la compensation de la pendule, qui aurait agi dans le sens opposé. Il est donc à présumer que l'instrument de Maraldi était sujet à des variations considérables de position, par l'effet de la température. En tout cas, un mural est très peu propre pour déterminer la différence en ascension droite entre deux étoiles distantes de 37° en déclinaison. Manfredi lui-même s'était servi également d'un mural de l'observatoire de Bologne, en 1727 et 1728, pour évaluer la différence en ascension droite des mêmes étoiles Sirius et Arcturus. Une réduction complète de ces observations mène bien à un accord plus tolérable; mais en laissant toujours certaines anomalies qui dépendent de la saison, et qui donnent encore les différences plus grandes en été qu'en hiver.

§ 12. Découverte de l'aberration par Bradley. Petitesse de la parallaxe des étoiles observées par Bradley.

L'aberration de la lumière et la nutation, découvertes par Bradley, mirent fin aux doutes sur les causes des changements dans les lieux des étoiles fixes, observés par les astronomes. Toutes les observations que Bradley lui-même avait faites à Kew et à Wansted, à l'aide de ses instruments perfectionnés, s'accordaient si parfaitement entre elles, après l'application de l'aberration et de la nutation, que les petites erreurs restantes ne semblaient plus suivre aucune loi prononcée. Il s'ensuit que les parallaxes des étoiles observées par Bradley, sont tellement petites, que les secteurs employés n'étaient pas en état de les indiquer, malgré que ces mêmes secteurs ont donné le coefficient de l'aberration et de la nutation, avec une précision qui n'a pas été surpassée pendant le courant d'un siècle. Bradley lui même, dans la lettre addressée à Halley, et publiée

dans les *Phil. Trans.* 1728 p. 637, remarque, que les parallaxes annuelles des deux étoiles η Ursae majoris et γ Draconis doivent être plus petites qu'une seconde. Il appuie surtout sur la petitesse de la parallaxe de γ Draconis, qu'il estime en dedans de 0,"5 seconde, parce que cette étoile avait été observée le plus fréquemment dans les conjonctions et dans les oppositions avec le Soleil, sans présenter des écarts sensibles.

§ 13. Remarques sur les observations de Bradley et sur la valeur de l'aberration, qu'en a déduite M. Busch de Koenigsberg. Aberration déduite des observations de Bradley, faites au secteur de Greenwich.

Malgré l'exactitude extraordinaire des résultats déduits des observations de Kew et de Wansted, soit par Bradley lui-même, soit par une réduction plus rigoureuse faite, de nos jours, par M. Busch de Koenigsberg, on ne peut cependant pas nier la possibilité de certains petits changements périodiques de la collimation de l'instrument employé par Bradley, changements qui ont pu exercer une influence pas tout à fait insensible sur les résultats gagnés. Bradley employait ses secteurs à Kew et à Wansted sans les renverser. Supposons maintenant qu'il y avait, par l'effet de la température, une variabilité quelconque entre la ligne verticale, indiquée par la coïncidence du fil à plomb avec deux points fixes sur l'instrument, et l'axe optique de la lunette, nous aurons dans ce cas le phénomène d'une certaine petite erreur périodique. J'ai fait mention de cette circonstance dans mon mémoire *Numerus constans nutationis*, p. 4, que j'ai publié en 1842. Je trouve aussi, dans ces petites variations périodiques, l'explication la plus probable et la seule qui soit possible, de la différence entre le coefficient de l'aberration $= 20,''2116 \pm 0,''0258$, que donne M. Busch comme le résultat de ses calculs sur les observations de Bradley, et la valeur définitive de $20,''4451 \pm 0,''0111$. Cette dernière valeur est celle que M. W. de Struve a trouvée à Poulkova, à l'aide du grand instrument des passages de Repsold, établi au premier vertical. (*Sur le coefficient constant dans l'aberration des étoiles fixes, par* M. W. Struve. St.-Pétersbourg, 1843). Comme l'erreur probable n'excède pas 0,"0111, je n'hésite pas à regarder ce chiffre comme définitif, surtout parce qu'il est exempt de toute erreur constante, par suite des méthodes employées de l'observation. La différence de 0,"23, entre l'aberration selon Bradley et M. W. de Struve, étant 8 fois plus grande que son erreur probable, il est impossible de l'attribuer à des causes accidentelles, et il faut rechercher les sources possibles d'erreurs de nature périodique, dans les résultats tirés des observations de Bradley*). Ces sources ne peuvent être que les suivantes:

*) On trouve, par le calcul des probabilités, qu'il n'y aura entre 140000000 résultats tirés des observations, qu'un seul dont l'erreur soit 8 fois ou plus de 8 fois aussi grande que l'erreur probable d'une observation isolée.

1) M. **Busch**, dans ces réductions, a supposé les parallaxes respectives des étoiles $= 0$.
2) **Bradley** n'ayant point donné des observations du thermomètre et du baromètre, les changements de la réfraction, d'une époque à l'autre, n'ont pas été considérés dans les calculs.
3) Les changements périodiques de la collimation.

L'influence de la parallaxe, sur la valeur finale de l'observation, a dû être extrêmement petite. Les parallaxes elles-mêmes des étoiles observées par **Bradley** étant tellement petites, que les observations faites vers les maxima n'en ont donné aucune valeur appréciable, l'influence qu'elles exercent sur la valeur de l'aberration doit être insensible, comme celle-ci dépend surtout des observations faites aux époques où la parallaxe atteint la valeur zéro.

Quant à la réfraction, on voit que la distance zénithale moyenne des 24 étoiles est $= 3^\circ,1$. Pour cette distance la réfraction moyenne ne s'élève qu'à $3'',1$. Une différence de température de 20° Réaumur change cette réfraction de $0'',3$. On voit donc que la correction thermométrique n'était pas tout à fait insignifiante, pour les observations isolées, quoiqu'il faille avouer, que le choix intelligent des étoiles, situées des deux côtés du zénith, et distribuées sur les différentes heures de l'ascension droite, a dû sensiblement diminuer l'efficacité de cette cause. Il est cependant à regretter que M. **Busch** n'ait pas introduit, pour chaque observation, la réfraction, corrigée selon la température moyenne de la date et de l'heure du jour.

Il paraît donc qu'il faut attribuer le défaut de $0'',23$ dans l'aberration selon **Bradley**, à la troisième des sources indiquées. L'identité des deux résultats tirés séparément des observations de Kew et de Wansted ne prouve point que les deux instruments employés aient eu une collimation absolument constante, mais seulement que les changements ont été les mêmes dans les deux instruments de construction analogue. L'hypothèse d'une collimation périodiquement variable dans l'instrument de Wansted est constatée d'une manière frappante par la valeur de l'aberration, que **Bessel** a déduite des observations de γ Draconis, faites par **Bradley** à Greenwich, et à l'aide de son ancien instrument, transporté de Wansted à Greenwich. Les observations de Greenwich ont l'avantage éminent sur celles de Wansted, que le secteur a été employé dans les deux positions opposées, et que les renversements ont été faits à plusieurs époques de chaque année. C'est ainsi que l'erreur de la collimation de l'instrument se détermine directement et s'élimine du résultat. Ces observations donnent, d'après la réduction de **Bessel** (*Fund. astr.* p. 123), le coefficient constant de l'aberration $= 20'',475$, qui s'accorde d'une manière admirable avec la valeur définitive, citée plus haut. Pour la détermination de ce chiffre, les trois dernières observations de **Bradley**, faites le 20, le 21 et le 23 Février 1754, ont été rejetées. **Bessel** a fait un second calcul en admettant aussi ces trois observations, mais la

valeur de l'aberration trouvée ainsi $= 20''\!,7973$, s'écarte encore davantage de la valeur trouvée par M. Busch $= 20''\!,2116$.

Abstraction faite de la nouvelle détermination de l'aberration, basée sur les observations de Poulkova, il n'existe sûrement aucune série antérieure d'observations, qui soit plus propre à une évaluation exacte de l'aberration, que les observations de Bradley faites à Greenwich, dans les deux positions de son secteur. Par cette considération, il vaut bien la peine de soumettre ces mêmes observations à une réduction nouvelle. J'ai donc réduit de nouveau les observations de Bradley au commencement de 1755, en supposant le coefficient de l'aberration $= 20''\!,4451 + \Delta a$, celui de la nutation $= 9''\!,2227$. Ces valeurs fournissent les expressions suivantes:

$$\begin{aligned}
\text{Nutation lunaire} &= -9''\!,21\,\mathrm{Cos}(☊ + 1^\circ 42') \\
&\quad + 0,09\,\mathrm{Cos}(2☊ + 2^\circ 6') \\
&\quad - 0,09\,\mathrm{Cos}(2☾ + 2^\circ 6') \\
\text{Nutation solaire} &= -0,55\,\mathrm{Cos}(2\odot + 2^\circ 6') \\
&\quad - 0,01\,\mathrm{Sin}(\odot + 21^\circ 39') \\
\text{Aberration} &= -19,75\,\mathrm{Cos}(\odot + 1^\circ 51') - 0,966\,\mathrm{Cos}(\odot + 1^\circ 51').\Delta a.
\end{aligned}$$

J'ai supposé la variation annuelle en déclinaison $= -0''\!,81$, selon *Tab. Reg.* p. 524.

Par l'application de ces éléments, je suis parvenu aux valeurs suivantes des indications du secteur pour le lieu moyen de γ Draconis pour 1755,0:

Observations, le limbe étant en Est.

			pour 1755,0.
1750	Août	24	38°20′ 43″,68 − 0,86.Δa
		25	44,73 − 0,87.Δa
		26	44,17 − 0,87.Δa
		27	45,19 − 0,88.Δa
1751	Janv.	25	44,83 + 0,59.Δa
		26	44,71 + 0,61.Δa
		29	43,48 + 0,65.Δa
	Sept.	11	42,72 − 0,95.Δa
		13	44,02 − 0,96.Δa
		25	43,00 − 0,96.Δa
	Oct.	2	44,41 − 0,95.Δa
		4	44,09 − 0,94.Δa
1752	Févr.	26	44,55 + 0,91.Δa
		27	44,30 + 0,91.Δa
		28	43,46 + 0,92.Δa
	Mars	8	43,57 + 0,95.Δa
		10	45,82 + 0,96.Δa

Observations, le limbe étant en Ouest.

			pour 1755,0.
1750	Août	28	38°26′ 46″,11 + 0,89.Δa
		29	46,23 + 0,89.Δa
		31	46,36 + 0,91.Δa
	Sept.	1	44,78 + 0,91.Δa
		3	46,28 + 0,92.Δa
		30	45,98 + 0,95.Δa
	Oct.	14	44,48 + 0,89.Δa
		24	45,63 + 0,81.Δa
		28	45,44 + 0,77.Δa
		30	45,45 + 0,75.Δa
	Déc.	9	46,38 + 0,18.Δa
		12	45,56 + 0,13.Δa
1751	Janv.	16	45,79 − 0,47.Δa
		17	44,59 − 0,48.Δa
		18	45,57 − 0,50.Δa
	Févr.	3	45,80 − 0,70.Δa
		5	45,96 − 0,73.Δa

		pour 1755,0.
1752 Sept.	4	38°20′ 45″,17 — 0,93.Δa
	9	43,70 — 0,95.Δa
	22	44,43 — 0,96.Δa
	29	43,76 — 0,95.Δa
	30	43,70 — 0,95.Δa
1753 Févr.	3	44,33 + 0,71.Δa
Août	17	43,60 — 0,81.Δa
Sept.	14	44,07 — 0,96.Δa
	15	44,12 — 0,96.Δa
	17	45,24 — 0,96.Δa
1754 Févr.	20	48,52 + 0,87.Δa
	21	48,82 + 0,88.Δa
	23	46,90 + 0,89.Δa

		pour 1755,0.
1751 Févr.	7	38°26′ 46″,97 — 0,75.Δa
	8	46,23 — 0,76.Δa
	10	44,65 — 0,78.Δa
Sept.	3	45,48 + 0,92.Δa
	4	44,82 + 0,92.Δa
	6	44,38 + 0,93.Δa
	7	46,40 + 0,94.Δa
1752 Sept.	24	46,55 + 0,96.Δa
	25	46,55 + 0,96.Δa
	26	46,34 + 0,96.Δa
	27	46,62 + 0,96.Δa
1753 Sept.	19	46,38 + 0,96.Δa
	20	46,15 + 0,96.Δa
	21	46,99 + 0,96.Δa
1754 Févr.	11	46,08 — 0,79.Δa
	18	45,96 — 0,86.Δa
	19	46,57 — 0,86.Δa

On voit de nouveau, dans ce tableau, que les trois observations du 20, 21 et 23 Février 1754 s'écartent des autres d'une manière frappante. En les rejetant, nous parvenons, à l'aide des moindres carrés, aux quantités suivantes à déterminer:

Indicat. du secteur, le limbe en Est, pour le lieu moy. de γDrac. en 1755,0 = 38°20′ 44″,21 ± 0″,10
« « Ouest « « 38 26 45,84 ± 0,09

$\Delta a = + 0'',077$, avec l'err. pr. 0″,079.

Erreur probable d'une observation isolée = 0″,483.

Ces observations donnent, par conséquent, le coefficient de l'aberration
= 20″,445 + 0″,077
= 20″,522, avec l'err. pr. 0″,079.

Après la substitution des quantités trouvées, dans les expressions du tableau précédent, nous parvenons aux erreurs restantes que voici:

Le limbe en Est.

Date.		Erreur restante.
1750 Août	24	+ 0″,46
	25	— 0,59
	26	— 0,03
	27	— 1,05
1751 Janv.	25	— 0,58
	26	— 0,46

Le limbe en Ouest.

Date.		Erreur restante.
1750 Août	28	— 0″,20
	29	— 0,32
	31	— 0,45
Sept	1	+ 1,13
	3	— 0,37
	30	— 0,07

Date.			Erreur restante.
1751	Janv.	29	+0″,78
	Sept.	11	+1,41
		13	+0,11
		25	+1,13
	Oct.	2	−0,28
		4	+0,04
1752	Févr.	26	−0,27
		27	−0,02
		28	+0,82
	Mars	8	+0,71
		10	−1,54
	Sept.	4	−1,03
		9	+0,43
		22	−0,30
		29	+0,37
		30	+0,43
1753	Févr.	3	−0,07
	Août	17	+0,54
	Sept.	14	+0,06
		15	+0,01
		17	−1,11
1754	Févr.	20	−4,25
		21	−4,54
		23	−2,62

Date.			Erreur restante.
1750	Oct.	14	+1,43
		24	+0,27
		28	+0,46
		30	+0,45
	Déc.	9	−0,52
		12	+0,29
1751	Jan.	16	+0,01
		17	+1,21
		18	+0,23
	Févr.	3	−0,01
		5	−0,18
		7	−1,19
		8	−0,45
		10	+1,13
	Sept.	3	+0,43
		4	+1,09
		6	+1,53
		7	−0,49
1752	Sept.	24	−0,64
		25	−0,64
		26	−0,43
		27	−0,71
1753	Sept.	19	−0,47
		20	−0,24
		21	−1,08
1754	Févr.	11	−0,30
		18	−0,19
		19	−0,80

Les trois observations rejetées du 20, 21 et 23 Février 1754 s'écartent toutes les trois dans la même direction, et l'écart est pour la première 8 fois aussi grand que l'erreur probable d'une des autres observations, pour la seconde plus de 9 fois, pour la troisième plus de 5 fois. On pourrait faire l'objection, que c'est précisément l'exclusion des trois observations qui en a produit des écarts aussi considérables. Sans rejeter ces observations, nous aurions eu l'erreur probable d'une observation isolée = 0″,66, et pour ces trois observations les écarts −3″,95, −4″,25, −2″,33, qui sont encore 6 fois, 6,4 fois et 3,5 fois aussi grands que l'erreur probable d'une observation isolée. La probabilité que de pareils écarts se trouvent accidentellement dans trois observations consécutives, est tellement petite, que l'on peut parier au delà de 20 millions contre un, qu'il faut attri-

buer ce phénomène à une perturbation quelconque de l'instrument, et non pas à des causes accidentelles. On voit que l'exclusion de ces trois observations est non seulement justifiée, mais encore commandée.

Il me reste à examiner, quelle a pu être l'influence de la périodicité dans la collimation des instruments de Kew et Wansted sur la valeur de la parallaxe de γ Draconis donnée par Bradley. Par l'effet de l'aberration, la déclinaison de γ Draconis est à son minimum quand l'étoile culmine au mois de Mars à six heures du matin, et à son maximum quand elle culmine au mois de Septembre à six heures du soir. La différence moyenne des deux températures, pour ces époques et heures du jour, se trouve à peu près de 9° Réaum. Il s'ensuit que ces 9 degrés ont dû changer la collimation du double du défaut, ou de $0\overset{''}{,}46$. Les deux maxima de la parallaxe tombent sur les mois de Décembre à midi, et de Juin à minuit. Pour ces moments, la différence des températures moyennes est à peu près de 7° Réaum. et elle a dû agir sur la parallaxe dans le même sens que sur l'aberration, c. à d. Bradley a dû trouver la valeur double de la parallaxe trop petite de $0\overset{''}{,}36$.

Dans les publications postérieures de Bradley il n'est plus question des parallaxes, déduites des observations; car ce n'est que dans le siècle suivant que Bessel examina les différences en ascension droite, observées par Bradley, de quelques étoiles, pour en déduire les parallaxes. Nous en parlerons plus tard. Passons à ce second travail de Manfredi sur les parallaxes des étoiles fixes.

§ 14. Manfredi. Parallaxes des étoiles Sirius, α Lyrae, Capella, Arcturus etc.

En 1731, Manfredi publia, dans les *Commentarii Instit. et Acad. Bononiensis*, une dissertation intitulée: *de novissimis circa fixorum siderum errores observationibus*, et dans laquelle il donne encore de nouvelles différences en ascension droite observées au mural de l'observatoire de Bologne, des étoiles Sirius et α Lyrae, Capella et Arcturus, et d'autres. Il prouve que les anomalies que présentent ces observations, sont essentiellement diminuées par l'application de l'aberration. Les erreurs périodiques qui restent, doivent être attribuées à la position de l'instrument et à la marche de l'horloge. Je trouve l'erreur probable d'une différence isolée de ces séries $= 0\overset{''}{,}4$ en temps, et ces observations paraissent beaucoup plus exactes, que celles qu'il avait faites antérieurement. Il faut, en outre, attribuer à ces observations une valeur historique particulière; car elles étaient les premières qui servaient à constater la découverte de Bradley, et mettaient fin aux essais de trouver la parallaxe par des observations incomplètement réduites.

§ 15. Premiers essais de déterminer les parallaxes à l'aide des étoiles doubles, d'après la méthode proposée par Galilée, Huyghens, R. Long. Travaux de W. Herschel sur les étoiles doubles sous le rapport de la parallaxe.

Galilée avait déjà proposé dans ses dialogues, publiés pour la première fois en 1632, de trouver la parallaxe par la comparaison de deux étoiles qui se trouvent par hasard

dans la même direction, mais à des distances très différentes, l'une étant très brillante, et l'autre très petite. Huyghens paraît avoir été le premier qui ait employé cette méthode. Il nous rapporte, dans son *Cosmotheoros*, Hagae-Comitum 1698, p. 134, qu'il y a des étoiles très rapprochées entre elles, mais d'un éclat très différent, comme la moyenne de la queue de la Grande Ourse, et qu'on ne remarque aucun changement dans la distance relative de ces étoiles, en les observant aux différentes saisons de l'année. De ce fait il déduit l'extrême petitesse de la parallaxe des étoiles fixes. Robert Long (*Astronomy*, Vol. I, Cambridge 1742, p. 321), examina les quatre étoiles doubles γ Arietis, Castor, θ Orionis et γ Virginis, dans les différentes saisons, à l'aide de deux télescopes de 14 et 17 pieds, pour voir s'il pouvait y remarquer des changements de position relative, correspondants aux effets de la parallaxe. Mais il dit qu'il a trouvé ces étoiles sans changements sensibles, soit de distance, soit de position, et il en déduit la petitesse de la parallaxe annuelle de ces étoiles. Comme nous savons à présent que la plupart des étoiles doubles sont des systèmes binaires, Huyghens et Long ne pouvaient trouver aucune parallaxe.

Les avantages des mesures micrométriques entre les étoiles voisines, sous le rapport de la parallaxe, ont été discutés en détail par W. Herschel, dans son mémoire: *On the parallax of the fixed stars. Phil. Trans.* 1782, Vol. LXXII, P. I, p. 82. Il entreprit une série d'observations particulières, dans laquelle il examina toutes les étoiles de Flamsteed avec des grossissements considérables, pour découvrir celles qui avaient des compagnons très rapprochés. C'est ainsi qu'il se procura des matériaux, pour pouvoir choisir les étoiles qui étaient les plus favorables à la recherche des parallaxes. Les deux célèbres catalogues d'étoiles doubles, que Herschel publia en 1782 et 1785, sont le fruit de ce travail, qu'il faut regarder comme la base de nos connaissances actuelles sur les systèmes binaires et multiples du ciel. Herschel lui-même paraît aussi avoir examiné quelques unes de ses étoiles doubles sous le rapport de la parallaxe. Il mentionne, dans son mémoire de 1782, qu'il a fait un grand nombre d'observations de ε Bootis, et que ces observations lui ont donné la persuasion que la parallaxe de cette étoile était extrêmement petite. Cette conclusion cesse d'être exacte, aussitôt qu'on regarde ε Bootis comme un système binaire. Le second catalogue de Herschel parut en 1785, et ce n'est qu'en 1803, qu'il traita de nouveau des étoiles doubles, en démontrant les changements périodiques de plusieurs couples, changements qu'il expliqua par la réunion des couples en systèmes binaires, et dont le mouvement était réglé par l'attraction mutuelle. Il paraît aussi que, depuis ce temps, Herschel n'a plus employé les observations des étoiles doubles pour la recherche de la parallaxe.

§ 16. De la Caille. Parallaxe de Sirius, selon les observations faites au Cap, réduites par Maskelyne.

Dans les *Phil. Trans. for the Year* 1760, p. 889 Maskelyne fait la remarque fondée, que quoique les observations de Bradley, faites au secteur, n'eussent pas donné

des parallaxes sensibles, on n'ose cependant pas soutenir, que toutes les parallaxes sont zéro. Il recommande donc d'observer les étoiles les plus brillantes, et pour lesquelles la probabilité d'une parallaxe est la plus grande, dans des latitudes où ces étoiles passent près du zénith, en employant des instruments semblables à celui de Bradley. En effet, parmi les étoiles de Bradley, il n'y a qu'une seule étoile de première grandeur, 8 étoiles de deuxième grandeur etc. Maskelyne fit donc la proposition d'observer Sirius p. e. à l'île de Ste.-Hélène, et il trouve même une grande vraisemblance pour une parallaxe sensible de cette étoile, la plus brillante du ciel. Cette opinion était fondée chez lui sur l'examen des observations de cette étoile, que La Caille avait faites au Cap. Cet astronome se servait d'un secteur de six pieds, dont la description se trouve dans La Caille *Fundamenta astronomiae*, p. 157. La distance zénithale de Sirius a été observée, à l'aide de cet instrument, en 1751 et 1752, 5 fois au mois de Juillet, 3 fois en Décembre, Janvier et Février, et 8 fois en Mars et Avril (La Caille *Fund. astr.* p. 173).

On voit par les réductions données par La Caille lui-même, que la déclinaison australe moyenne qui suit des observations d'été, est de 3 à 5 secondes plus faible, et celle qui suit des observations d'hiver, d'autant plus forte que la déclinaison déduite de l'ensemble des observations. Maskelyne en conclut la probabilité d'une parallaxe annuelle de Sirius de 9 secondes. Dans le courant des observations du Cap, le secteur a été souvent renversé et le nombre des observations est à peu près le même aux différentes époques de l'année, pour les deux positions de l'instrument. Une variation de la collimation, qui dépend des variations de la température, n'a donc pu exercer aucune influence considérable sur le résultat. La Caille n'ait pas eu égard aux changements de la réfraction, produits par les variations de l'atmosphère. L'influence de ce changement n'a cependant pas pu être considérable, comme on verra plus tard § 32. Mais en examinant les observations des autres étoiles, que La Caille a faites au même instrument, on y rencontre des différences de 5 à 10 secondes d'un jour à l'autre. Il est donc à présumer, que la parallaxe indiquée par Maskelyne doit être attribuée en grande partie à l'imperfection des observations de Sirius, d'ailleurs peu nombreuses.

§ 17. De la Caille. Observations de Sirius faites à Paris, et discutées par Lalande.

Lalande dans son Astronomie (Ed. 3-ème, T. III, p. 83) rapporte, que les observations de Sirius, faites à Paris, en 1761 et 1762, par La Caille, ne présentent point des différences dans les distances zénithales qui ne pussent être expliquées par l'incertitude du coefficient thermométrique de la réfraction. Il remarque encore que les observations simultanées de Greenwich offrent un accord semblable. Toutes ces observations lui paraissent contraires à l'hypothèse de la parallaxe annuelle de Sirius.

§ 18. Travaux de Piazzi, relatifs à la détermination des parallaxes de plusieurs étoiles, à l'aide des distances zénithales.

Nous voyons que les observations de Bradley, faites au secteur, n'avaient indiqué

aucune parallaxe définitive, et que les efforts des autres astronomes pour déterminer la parallaxe de l'étoile la plus brillante de la voûte céleste, avaient manqué le but. Il paraît que cette circonstance a conduit à l'opinion assez généralement répandue pendant plusieurs années, que les parallaxes de toutes les étoiles sont trop petites pour être reconnues à l'aide des observations, dans l'état actuel des instruments. Ce n'est qu'au commencement de notre siècle que Piazzi a repris cet objet de recherches. Ce célèbre astronome avait partagé antérieurement l'opinion générale que nous venons d'indiquer. Mais ayant remarqué, en 1802, que les déclinaisons de α Lyrae, qu'il avait observées en différentes saisons, manifestaient certaines petites anomalies qui s'accordaient assez bien avec une parallaxe, il se décida à observer cette étoile et la plupart des autres étoiles brillantes, savoir Capella, α Tauri, Sirius, Procyon, Arcturus et α Aquilae, aux époques des deux maxima de la parallaxe. On trouve ces observations et les résultats dans son opuscule: *Ricerche di Giuseppe Piazzi su la parallasse annua di alcune delle principali fisse*, publié dans le 12-ème volume des *Memorie della Societa Italiana*. Modena, 1805. Les observations ont été faites à l'aide du fameux cercle vertical de Ramsden. Cet instrument qui a fourni les déclinaisons des étoiles fixes du grand catalogue de Piazzi, tourne sur un axe vertical, et se prête donc avec facilité aux observations dans les deux positions renversées du cercle divisé. Les lectures de la division se font à l'aide de deux microscopes, dirigés sur le point le plus élevé et le plus bas du limbe. Un fil à plomb, pourvu de l'appareil connu sous le nom de *l'esprit de* Ramsden, servait à contrôler la position du porte-microscopes, relativement à la ligne verticale.*) Piazzi employait son instrument, d'un jour à l'autre, dans les deux positions c. à d. une fois le limbe divisé tourné à l'Ouest, et l'autre fois à l'Est. Le lieu du zénith fut déterminé par la combinaison des observations réciproques les plus rapprochées des mêmes étoiles, eu égard aux petits changements de la déclinaison de l'étoile et de la réfraction. Par cette méthode d'employer l'instrument, les changements que produit la température dans le porte-microscopes, et dans la position des points qui doivent coïncider avec le fil à plomb, ont été presque entièrement éliminés. Il est clair que, pour une telle combinaison des observations faites d'un jour à l'autre dans des positions opposées du cercle, il ne s'agit que de la différence des températures. Or comme cette différence n'a aucune loi, il s'en suit que les erreurs produites par cette combinaison sont tout à fait accidentelles, et se mêlent aux autres erreurs de cette nature. Il y a cependant encore d'autres sources d'erreurs, peut-être beaucoup plus considérables, qui ont pu agir au préjudice des parallaxes trouvées par Piazzi, et qui sont: l'influence qu'exerce une illumination changée sur la lecture des divisions; la température inégale des différentes parties du limbe; les erreurs des vis micrométriques des microscopes; la variabilité de la valeur d'une révolution du micromètre; enfin un défaut du coefficient thermométrique de la réfraction employée.

*) Une description détaillée de cet instrument, enrichie de planches, se trouve dans l'ouvrage: *Della specola astronomica de' Regj studj di Palermo, libri quattro, di Giuseppe Piazzi. In Palermo* 1792.

Piazzi dit lui-même que la lecture des divisions est sujette à des incertitudes qui vont jusqu'à 2 ou à 3 secondes, par suite d'une illumination du limbe, variable en direction et en intensité. Malgré tous les soins que Piazzi a voués à cet objet, il faut convenir que, pour les maxima des parallaxes, cette variabilité paraît la plus dangereuse, vu que la lecture des divisions dans l'un des maxima se fait le jour, et dans l'autre maximum la nuit, à l'aide d'une lanterne. Il faut cependant remarquer qu'une partie de l'incertitude s'élimine par la combinaison des observations dans les deux positions du limbe c. à d. celle qui dépend de l'intensité de la lumière; mais non pas celle qui provient d'une illumination oblique des traits de division. Piazzi ajoute que ce sont principalement les observations de α Lyrae, dans lesquelles l'illumination des divisions a été la plus désavantageuse. La lumière qui servait à l'illumination du limbe dans les observations du jour, venait d'une fenêtre, et était dirigée sur la division, à l'aide d'un miroir incliné; mais pour les étoiles les plus proches du zénith, comme α Lyrae, une partie de cette lumière était interceptée par la lunette de l'instrument, et l'illumination du champ du microscope devenant irrégulière, les lectures des divisions perdaient en certitude. C'est par cette raison que Piazzi essaya d'employer, au mois de Décembre 1804, une illumination artificielle, à l'aide d'une lampe, pour les observations de jour, donc identique avec celle qu'il avait employée dans les observations de α Lyrae, faites dans les nuits de l'été. Aussi cette dernière série d'observations, ayant été comparée aux observations d'été, donna-t-elle la parallaxe de α Lyrae $= 0$, tandis que les observations antérieures d'hiver, combinées avec les mêmes observations d'été, donnaient une parallaxe de 2 secondes.

Nous lisons dans les relations de Piazzi, que les différentes parties de l'instrument étaient exposées assez souvent à des températures considérablement différentes, surtout parce que le toit de l'observatoire ne s'élevait que de 3 pieds au dessus du point le plus haut du limbe. Piazzi suppose que, malgré les mesures qu'il employait pour en diminuer l'effet autant que possible, des erreurs d'une à 1,5 secondes pouvaient provenir de cette circonstance.

Nous ne trouvons aucune notice de Piazzi, sur l'exactitude des vis micrométriques dans les microscopes. Il est cependant à présumer, que l'influence de la température n'a pas été considérable sur la valeur angulaire d'une révolution, parce que la distance des microscopes au limbe a dû être presque invariable dans un instrument, où presque toutes les parties sont du même métal.

Piazzi a publié les indications du baromètre et du thermomètre conjointement avec chaque observation isolée d'une étoile, et les a employées dans le calcul des réfractions. Il s'agit donc seulement d'examiner encore l'exactitude du coefficient thermométrique qu'il employait, surtout pour les étoiles qui passaient par le méridien dans des distances considérables au zénith p. e. Procyon et α Aquilae. Quant à Sirius, la plus basse des étoiles examinées par rapport à la parallaxe, Piazzi a évité l'incertitude du coefficient ther-

mométrique par la précaution ingénieuse de n'employer que des observations faites à des températures presque identiques. Il faut ajouter ici encore la remarque faite par Piazzi, que, pendant le jour, le ciel à Palerme est très souvent tellement voilé, qu'il devient difficile d'observer les étoiles mêmes de première grandeur avec exactitude. Cette circonstance lui a paru d'une telle importance, qu'il doute de l'exactitude des parallaxes trouvées. Il croit cependant que dans les observations de α Aquilae, Procyon, Sirius et α Lyrae, il y a des indices d'une parallaxe qu'il ne faut pas rejeter entièrement.

Les résultats que Piazzi a déduits de ses observations sont les suivants:

1) α Tauri.

Décl. moy. pour 1800,0.

25 observations des années 1792 à 1804, faites à l'époque du minimum donnent . . . . 16° 5′ 42″,6

11 observations faites au mois de Juillet 1793, à une distance moyenne de 20 jours du maximum, donnent . . . . 45,9.

Piazzi déduit de ces observations la parallaxe en déclinaison = 1″,5 à peu près; mais il croit, que cette valeur réclame une confirmation, parce que les observations du maximum n'ont été faites que dans une seule année.

2) Capella.

Décl. moy. pour 1804,0.

4 observations faites en Avril 1803, vers le minimum de la parallaxe, donnent 45° 46′ 58″,3

4 observations faites en Novembre et Décembre 1803, vers le maximum de la parallaxe, donnent 57,7

6 observations des mois de Février et de Mars 1804, lorsque la parallaxe était = 0, donnent. 58,3

7 observations des mois de Mai et de Juin 1804, vers le minimum de la parallaxe, donnent . . . . 57,6.

Piazzi tire la conclusion que la parallaxe de cette étoile est trop petite, pour être reconnue dans son instrument.

3) Sirius.

Décl. moy. pour 1804,0.

13 observations des mois de Décembre, Janvier et Février des années 1792, 1802, 1803 et 1804, faites vers le maximum de la parallaxe, donnent . . . . 16° 27′ 23″,2 A.

12 observations faites en Mars et Septembre des années 1803 et 1804, lorsque la parallaxe était = 0, donnent . . . . 18,8 »

8 observations en Juin et Juillet 1804, vers le minimum de la parallaxe donnent . . . . 19,7 »

Piazzi est de l'opinion qu'il faut rejeter les observations d'été, parce que la chaleur des mois de Juin et de Juillet a été plus grande de 20° à 30° Fahrenheit que la température des mois de Mars, Septembre et Décembre, tandis que ces trois derniers mois ont eu une température égale à peu de degrés près. Ayant rejeté les observations d'été il parvient à une parallaxe en déclinaison de 4″, qu'il juge être assez probable.

4) Procyon.

	Décl. moy. pour 1804,0.
12 observations faites en Novembre et Décembre des années 1802 et 1804, vers le minimum de la parallaxe, donnent	5° 43′ 4″,30
16 observations faites en Septembre et Mars des années 1803 et 1804, la parallaxe étant = 0, donnent	7,05.

Piazzi déduit de ces observations une parallaxe en déclinaison de près de 3 secondes.

5) Arcturus.

	Décl. moy. pour 1793,0.
9 observations en 1792, vers le minimum de la parallaxe, donnent . .	20° 16′ 4″,5
7 « « 1793 « maximum « «	4,7.

	Décl. moy. pour 1803,0.
5 observations en 1803, vers le minimum de la parallaxe, donnent . .	20° 12′ 50″,8
6 « « 1803 « maximum « « . . .	51,4.

	Décl. moy. pour 1804,0.
2 observations en 1804, vers le minimum de la parallaxe, donnent . .	20° 12′ 32″,0
11 « « 1804 « maximum « « . .	34,3.

Piazzi juge que la parallaxe de cette étoile est trop petite pour être déterminée à l'aide de son instrument.

6) α Lyrae.

	Décl. moy. pour 1804,0.
11 observ. en Juin et Juillet 1803, vers le maximum de la paral. donnent	38° 36′ 34″,1
7 « « Octobre 1803, lorsque la parallaxe était = 0, donnent .	32,5
(4 « « Janvier 1804, vers le minimum de la parallaxe, donnent .	30,8)
10 « « Juin et Juillet 1804, vers le maximum de la paral. donnent	35,1
9 « « Décembre 1804, vers le minimum de la parallaxe, donnent	35,1.

Les quatre déclinaisons observées en Janvier 1804 sont rejetées par Piazzi, à cause de l'illumination imparfaite dont nous avons parlé plus haut. Il croit aussi que les observations faites en Décembre 1804 sont douteuses, à cause des brouillards, du vent et des ondulations fréquentes de l'atmosphère; il hésite donc à déduire de ces observations une valeur probable de la parallaxe de α Lyrae.

7) α Aquilae.

	Décl. moy. pour 1804,0.
13 observations faites en Juillet et Août 1803, à une distance moyenne de 28 jours du maximum de la parallaxe, donnent	8° 21′ 40″,8
6 observations faites en Janvier 1804, à peu près un mois après le minimum de la parallaxe, donnent	43,7
5 observations du mois d'Août 1804, faites à une époque un peu plus éloignée du maximum de la parallaxe que les premières observations, donnent	42,2
3 observations faites en Décembre 1804, vers le minimum de la parallaxe, donnent	43,5.

Les différences entre les moyennes de ces quatre séries indiquent une valeur négative de la parallaxe. Piazzi attribue cette anomalie aux erreurs accidentelles des observations.

J'ai comparé un nombre considérable de déclinaisons de plusieurs étoiles, observées par Piazzi vers une même époque de l'année, pour en déduire l'erreur probable d'une déclinaison isolée, que je trouve $= 2''$. Il s'ensuit que les erreurs probables des parallaxes de α Tauri, Sirius et Procyon, données par Piazzi ne montent qu'à 0″,4; 0″,8; 0″,8, en tant qu'elles dépendent des erreurs accidentelles des observations. Mais il paraît hors de doute, ainsi que Piazzi en convient lui-même, que ses observations ont été sujettes à des erreurs de nature périodique assez considérables.

§ 19. Piazzi sur la parallaxe de l'étoile polaire, déduite des ascensions droites observées à Palerme. Critique par M. de Lindenau.

Dans la seconde édition de son catalogue, p. 8, Piazzi donne la parallaxe annuelle de l'étoile polaire = 1″,31, chiffre qu'il a déduit des observations faites par Cacciatore, en 1802 — 1804, dans les deux passages de l'étoile, à l'aide de la lunette méridienne de l'observatoire de Palerme. Il avait employé 11 observations faites à l'époque du maximum de la parallaxe en ascension droite, 7 observations qui tombent sur le minimum, et 13 qui ont été faites à l'époque où la parallaxe avait la valeur = 0. L'incertitude des ascensions droites de l'étoile polaire observées à Palerme a été indiquée dans une critique donnée par M. de Lindenau (Ephéméride de Berlin pour l'année 1819, p. 217), qui s'exprime dans les termes suivants:

«J'ai soumis les observations originales de la Polaire, faites par Piazzi, à une réduc-
«tion et discussion nouvelles. Si l'on base le résultat sur l'ensemble des observations, on
«trouve la parallaxe annuelle de la Polaire = 1″,733. En rejetant 7 observations du mois
«de Juillet 1815, qui s'éloignent de 10 secondes en temps des observations simultanées
«faites par Bessel et par moi, j'ai trouvé la parallaxe annuelle = 1″,081. En rejetant
«enfin une série d'observations d'été, qui s'éloignent de 6 à 7 secondes des observations
«simultanées de Maskelyne, la parallaxe devient presque zéro. Il paraît donc qu'il existe

«à l'observatoire de Palerme une action constante et qui produit des ascensions droites «trop grandes dans la saison chaude.»

Piazzi lui-même, dans son cours d'Astronomie, Vol. I, liv. III, § 68, convient qu'il faut chercher l'origine de la parallaxe qu'il avait trouvée, dans une déviation de l'instrument, produite par l'effet des rayons solaires sur les murs élevés qui portaient l'observatoire.

§ 20. Calandrelli sur la parallaxe de α Lyrae.

A peu près simultanément avec Piazzi, Calandrelli à Rome a fait des recherches sur la parallaxe de α Lyrae. Il avait trouvé que les déclinaisons de cette étoile, observées à Rome à l'époque du maximum de la parallaxe, étaient de 2 secondes plus fortes que la déclinaison déduite des observations de Piazzi, et sur laquelle l'influence de la parallaxe était $= 0$. Il indique en outre, que cette étoile est la plus propre à la recherche de la parallaxe en déclinaison, soit par sa proximité au zénith, soit parce que la parallaxe en déclinaison de cette étoile est presque égale à la parallaxe annuelle absolue. Les observations de Calandrelli ont été faites en 1805 et 1806, aux époques des maxima et à celles de la parallaxe $= 0$. Il employait le même secteur dont Boscowich et Maire s'étaient servis en 1752, à l'occasion de la mesure d'un arc de méridien. Cet instrument avait reçu cependant quelques améliorations qui sont indiquées dans les *Opuscoli astronomici, e fisici di Calandrelli e Conti.* Roma 1803, p. 16.

La lunette du secteur avait neuf pieds de long, ce qui était à peu près la distance entre le point de suspension du fil à plomb et la division qui devait mesurer les distances zénithales. Cette division allait en ligne droite et perpendiculaire à la lunette dirigée vers le zénith.*) Le limbe portait trois lignes droites parallèles, divisées chacune indépendamment. Boscowich avait déterminé les erreurs de division de ces trois lignes. Calandrelli, ne voulant point déterminer les déclinaisons absolues, crut pouvoir se dispenser du renversement de l'instrument, vu qu'il ne s'agissait, pour l'évaluation de la parallaxe, que des changements dans le sens de la déclinaison Il supposait donc que, ni la collimation de l'instrument, ni la valeur des divisions de l'échelle n'étaient sujettes à des variations par l'effet de la température. Mais cette supposition ne peut être justifiée; et il est d'autant plus probable que la collimation ait éprouvé des changements considérables par l'effet de la température, que l'instrument était composé de plusieurs métaux qui ne se dilataient pas également. Le tuyau était de tôle, la barre qui servait de rayon à l'instrument, et la traverse qui portait la division, étaient également en fer. Les coussinets qui réunissaient le tube à la barre verticale, étaient en laiton, le même métal était employé pour la boîte de l'objectif, laquelle avait un mouvement excentrique pour

*) On trouve une description et la représentation de cet instrument, tel qu'il était employé par Boscowich et Maire, dans l'ouvrage intitulé: *De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus suscepta a* Maire *et* Boscowich. Romae 1755. p. 192.

l'ajustement du centre de l'objectif. Les divisions enfin se trouvaient sur une lame en laiton, soudée sur la traverse en fer. Il est clair que les changements de température devaient produire des dilatations irrégulières et des tensions dans l'instrument.

Les observations de Calandrelli réduites à l'aide de la précession, de l'aberration et de la nutation à l'époque 1805,0 donnent:

						Distances moyennes au zénith pour 1805,0	
depuis	Mars 24	jusqu'à	Avril 5, 1805,	4	observations,	3° 16′ 53″,48,	coeff. de la par. = 0
«	Juin 25	«	Juill. 3,	« 5	«	47,38.	minimum de la par.
«	Oct. 1	«	Oct. 5,	« 4	«	52,35,	coeff. de la par. = 0
«	Déc. 24	«	Déc. 30,	« 4	«	56,78,	maximum de la par.
«	Mars 19	«	Avril 4, 1806,	6	«	53,42,	coeff. de la par. = 0
«	Juin 24	«	Juin 28,	« 4	«	50,59,	minimum de la par.

Ce tableau mène Calandrelli à une parallaxe annuelle en déclinaison de 3″,9. Nous savons maintenant que cette parallaxe n'est qu'une petite fraction de la seconde. Comme Calandrelli ne donne pas les observations isolées, mais seulement les moyennes de ses séries, nous ne pouvons déterminer quelle a été l'influence des erreurs accidentelles sur ce résultat. Sans doute le résultat fautif a été effectué en majeure partie par les variations dans l'instrument.

§ 21. Recherches de Bessel sur les observations faites par Bradley, à l'aide de l'instrument des passages de Greenwich. Valeurs des parallaxes de Sirius et α Lyrae, Procyon et α Aquilae, et de l'étoile polaire, et de l'aberration, déduites de ces observations.

Bessel, dans ses réductions des observations de Bradley, dont les résultats sont donnés dans les célèbres *Fundamenta astronomiae*, s'était convaincu que l'influence de la température sur la marche de l'horloge de Shelton, employée par Bradley, était presque nulle, et qu'en outre l'instrument des passages n'avait été sujet qu'à de très petites variations irrégulières dans le courant des années. Il n'hésita donc pas à profiter des ascensions droites observées par Bradley, pour la recherche de la parallaxe et de l'aberration, en employant nommément les différences en ascension droite entre Sirius et α Lyrae, Procyon et α Aquilae, observées depuis 1750 jusqu'en 1761. Des observations très fréquentes de ces étoiles avaient été faites par Bradley aux différentes époques de l'année, et ces étoiles offraient en outre un intérêt particulier, parce que Piazzi, Calandrelli et Brinkley y avaient cru avoir trouvé des parallaxes considérables (voyez plus bas). En désignant les parallaxes annuelles de Sirius et de α Lyrae par π et π', celles de Procyon et de α Aquilae par p et p', Bessel trouve par les observations du premier couple (*Fundamenta astronomiae* p. 117);

$$\pi + 1{,}227\,\pi' = +\,0'',044 \text{ en arc, av. l'err. pr. } 0'',2430$$

Coefficient constant de l'aberration $= 20'',8797$, av. l'err. pr. $0'',1417$;

et par les observations de Procyon et de α Aquilae,

$p + 1{,}005\,p' = + 0'',9313$ en arc, av. l'err. pr. $0'',2085$

Coefficient constant de l'aberration $= 20'',3016$, av. l'err. pr. 0,1703.

Les observations de l'étoile polaire dans les deux passages combinés, que Bradley avait faites dans les mêmes années et en grand nombre, ont fourni à Bessel:

Parallaxe annuelle de l'étoile polaire $= - 0'',1477$ en arc, avec l'err. pr. $0'',0802$,

Coefficient constant de l'aberration = 20,7551 « « « « 0,0928.

Ces valeurs des parallaxes et de l'aberration trouvées par Bessel éprouvent une petite correction si l'on considère les membres de la nutation qui dépendent de l'anomalie du Soleil. Cependant la correction totale n'excède guère $0'',1$.

Les valeurs de la parallaxe données par les observations de Sirius et de α Lyrae parurent à Bessel un peu moins certaines, que celles qui ont été déduites par les observations de Procyon et de α Aquilae. Les déclinaisons de ces dernières étoiles étant à peu près les mêmes, les différences en ascension droite sont en effet plus indépendantes de la position absolue de l'instrument, (*Monatl. Corresp.* Vol. 19, p. 186).

La moyenne des trois valeurs de l'aberration, eu égard aux erreurs probables de chacune, se trouve $= 20'',71$, avec l'erreur probable $0'',07$. Cette moyenne diffère de la valeur de l'aberration que nous regardons comme définitive $= 20'',45$, seulement de $0'',26$, et cette différence, comparativement petite, justifie l'opinion favorable que Bessel s'était formée sur la marche de l'horloge et sur la position solide de l'instrument de Bradley. Il faut donc regarder les valeurs trouvées des parallaxes, comme des approximations estimables, et dont l'exactitude est à peu près indiquée par l'erreur probable, sans qu'il soit cependant permis de regarder ces parallaxes comme des valeurs effectives.

§ 22. Travaux de Brinkley sur les parallaxes d'un grand nombre d'étoiles. Critique de ces travaux par Pond.

Brinkley est celui des astronomes modernes qui a voué le plus de temps et le plus de soins à la recherche des parallaxes. Ses observations embrassent une série de 14 années. L'instrument qu'il employait, donnait l'espérance d'une exactitude extraordinaire, et Brinkley lui-même manifestait, dans l'arrangement de ses observations et dans le traitement de son instrument, la plus grande intelligence, étant libre de toute préoccupation et tâchant d'éloigner toutes les sources d'erreurs qui auraient pu avoir une influence désavantageuse sur les résultats. A la fin de ses travaux, Brinkley avait acquis la conviction que non seulement les variations périodiques, manifestées par ses observations, s'expliquaient par l'hypothèse d'une parallaxe annuelle, mais encore que cette dernière résultait réellement de ces variations. Néanmoins nous savons maintenant que cette conviction de Brinkley était illusoire, et qu'il faut attribuer les variations qu'il avait observées, à d'autres causes. Il sera toujours difficile d'indiquer ces causes exactement,

*

vu qu'un astronome aussi distingué que Brinkley n'avait pu parvenir à les découvrir, dans le courant de ses recherches, continuées par une longue série d'années.

Les observations de Brinkley ont été faites à l'observatoire de Dublin avec un cercle vertical, de 8 pieds de diamètre, commencé par Ramsden et achevé, après la mort de ce grand artiste, par son successeur Berge. Cet instrument est semblable au cercle de Palerme, et tourne comme celui-ci sur un axe vertical. La division du limbe va de 5 en 5 minutes; trois microscopes donnent les subdivisions jusqu'aux fractions de la seconde. L'un des trois microscopes était dirigé sur le point le plus bas de la division, les deux autres se trouvaient aux extrémités d'un diamètre horizontal. Il est clair que la moyenne donnée par les deux derniers microscopes est indépendante de l'excentricité, ce qui n'a pas lieu dans l'emploi des trois microscopes. Un fil à plomb servait à produire la position constante des microscopes relativement à la ligne verticale. L'usage de ce fil à plomb était un peu difficile, parce qu'il passait trop près du limbe pour pouvoir être mis à l'abri des courants d'air. Brinkley paraît avoir cru que cette circonstance ait augmentée les erreurs probables des observations.

La méthode d'observation n'a pas été changée essentiellement par Brinkley pendant la durée entière des recherches. Il mesura toujours les distances des étoiles au zénith; mais au commencement il détermina le point zéro par la combinaison des observations de la même étoile, faites d'un jour à l'autre, dans les deux positions opposées de l'instrument (le cercle à l'Ouest et à l'Est). Depuis 1819, il préféra cependant d'observer les étoiles chaque jour dans les deux positions de l'instrument, ce qu'il n'avait fait antérieurement que pour l'étoile polaire. On sait que cette dernière méthode a des avantages essentielles, en diminuant surtout les erreurs accidentelles. Car, dans cet usage, il ne s'agit que de la constance de l'instrument ou plutôt de la température dans le peu de minutes entre les observations faites le même jour, dans les deux positions de l'instrument. Dans l'ancienne méthode, le point zéro se trouve par la combinaison de deux observations distantes entre elles au moins de 24 heures. Il n'y a cependant aucune raison de supposer des variations périodiques, dans les déclinaisons observées d'après cette première méthode.

Quant aux autres sources d'erreurs périodiques, Brinkley prouve par l'accord des latitudes, déduites des passages supérieurs et inférieurs de la Polaire, et observés aux différentes époques de l'année, que la forme du cercle divisé n'était point sujette à des changements qui eussent dépendu de la température. Pour prouver que l'excentricité du cercle n'avait éprouvé aucun changement par suite des températures, il cite la constance de la différence entre les indications du microscope inférieur et la moyenne des indications des trois microscopes, différence qui était la même dans les différentes saisons. Il fait d'ailleurs mention que pour α Aquilae (étoile qui a la plus grande parallaxe d'après Brinkley), la parallaxe se trouve la même à peu près, soit qu'on la déduise de la moyenne des lectures des trois microscopes, ou de la lecture du microscope inférieur. Brinkley affirme en outre, qu'il est persuadé que la différence dans l'illumination de la division, par les observations de

nuit et de jour, n'a eu aucune influence sur les résultats. Mais il avoue qu'il y avait quelquefois des différences assez considérables entre la température de l'air libre et celle de l'observatoire, et que ces différences variaient de l'hiver à l'été, et selon les heures de la journée. Il croit cependant que l'influence de ces différences sur les réfractions a dû être insignifiante, à cause des dimensions considerables de la salle d'observation de 37 pieds de long, 23 pieds de large et 21 pieds de haut, les trappes ayant la largeur considérable de 3 pieds. Dans son dernier mémoire, il est cependant d'accord que les parallaxes des étoiles basses, telles que α Aquilae, sont très douteuses, précisément à cause de la différence variable entre la température intérieure et extérieure, et à cause de l'incertitude dans le coefficient thermométrique de la réfraction.

L'astronome de Greenwich, Pond, dans ses critiques des travaux de Brinkley, appuie sur la circonstance étrange, indiquée par Brinkley lui-même, que, pour les étoiles entre 17 et 21 heures d'ascension droite, les parallaxes annuelles (p), trouvées par Brinkley, présentent une dépendance de la distance au zénith $= z$. γ Draconis donne $z = 1^\circ,9$, $p = 0$; α Cygni $z = 8^\circ,7$, $p = 0'',7$; α Lyrae $z = 14^\circ,8$, $p = 1'',0$; enfin α et δ Aquilae $z = 45^\circ,0$ et $50^\circ,6$, p entre 2 et 3 secondes. Pond croit donc qu'il faut attribuer ces parallaxes à l'action de la température sur le cercle divisé, comme cette action doit exercer une influence beaucoup plus considérable sur les étoiles de l'Aigle que sur les autres, à cause de la plus grande distance zénithale et de la petitesse du coefficient de la parallaxe annuelle en déclinaison.

Contre ces remarques Brinkley fait les objections suivantes Les étoiles, aux environs de 18 heures de l'ascension droite, ont le maximum de la parallaxe en déclinaison, quand elles culminent en été à minuit, et leur minimum aux passages de midi en hiver. Brinkley compare maintenant les parallaxes des étoiles entre 5 et 9 heures d'ascension droite. La fraction qui exprime, pour ces étoiles, le rapport de la parallaxe en déclinaison à la parallaxe annuelle, étant beaucoup plus petite, que pour les étoiles des heures opposées, l'effet de la même cause aurait dû paraître ici beaucoup plus considérable, mais dans le sens opposé, parce que les maxima tombent sur les passages de minuit en hiver, et les minima sur les passages de midi en été. Il faut considérer encore, que dans ce dernier cas, les différences des températures vont à peu près au double des différences dans l'autre cas. Brinkley parvient donc à la conclusion que, si les parallaxes des étoiles entre 17 et 21 heures sont dues à l'action indiquée de la température, alors les étoiles des heures opposées auraient dû manifester des parallaxes de valeur négative beaucoup plus grandes, que les valeurs positives trouvées pour ces heures 17 à 21. Les observations de Brinkley donnent au contraire pour toutes les étoiles qu'il a examinées entre 5 et 9 heures, des parallaxes $= 0$, sans que l'on apperçoive une différence qui dépend de la distance zénithale des étoiles.

Nous avons déjà indiqué plus haut (p. 35) que les parallaxes trouvées par Brinkley ne sont pas réelles: il s'ensuit que la justification de Brinkley que je viens de citer,

n'est pas complette. Je me sens donc porté à croire qu'il y a eu encore d'autres sources d'erreurs, que celle sur laquelle appuie **Pond**, et que ces différentes sources ont agi une fois dans le même sens pour produire les parallaxes positives entre 17 et 21 heures, et l'autre fois en sens opposé, pour produire les parallaxes = 0 entre 5 et 9 heures. Nous citons comme sources possibles les suivantes: 1) la différence variable entre les températures intérieures et extérieures, 2) une flexion de la lunette ou du cercle, variable avec la température et 3) surtout une influence de l'illumination variable sur la lecture de la division, influence que **Brinkley** lui-même paraît avoir estimée trop petite.

A l'occasion des parallaxes publiées dans son premier mémoire, **Brinkley**, jugeant que tous ces résultats réclamaient encore une confirmation ultérieure, avait désiré que la recherche des parallaxes fût exécutée aussi en d'autres observatoires, pourvus d'instruments convenables. C'est **Pond** qui entreprit ce travail de réexaminer plusieurs des parallaxes observées par **Brinkley**, en y employant différents instruments. Par suite de toutes ces observations, il eut la conviction, que les parallaxes des étoiles examinées étaient trop petites pour pouvoir être observées, soit dans les instruments à lui, soit dans l'instrument de l'observatoire de Dublin, et qu'il fallait attribuer les variations périodiques manifestées plus fortement dans les observations de **Brinkley**, plus faiblement dans les siennes, aux imperfections des instruments et à l'égalisation imparfaite des températures. Nous parlerons plus tard en détail des travaux de **Pond** sur les parallaxes.

Je donnerai maintenant un coup d'oeil sur les résultats trouvés par **Brinkley**, en y ajoutant les critiques réciproques des deux astronomes, et quelques remarques ultérieures.

Brinkley annonça, pour la première fois, la parallaxe de α Lyrae dans les *Phil. Trans.* pour 1810, p. 204, et dans l'*Éphéméride de Berlin* pour 1814, p. 270. La valeur de la parallaxe annuelle 1,″26 qu'il donne, est basée sur 22 observations faites vers l'époque de l'opposition, et de 25 observations faites vers l'époque de la conjonction de l'étoile avec le Soleil. Son premier mémoire détaillé et pourvu d'un appendice est imprimé dans le 12-ème volume des *Transactions of the Royal Irish Academy*, *Dublin* 1815. Il donne ici les valeurs suivantes des parallaxes annuelles:

1) L'ÉTOILE POLAIRE.

62 observations de cette étoile, faites dans le passage supérieur en printemps et en automne des années 1809 et 1810, donnent la parallaxe annuelle . . . . = + 0,″17

74 observations du passage inférieur de la même période . . . . = + 0,30.

2) ARCTURUS.

117 observations, faites en été et en hiver des années 1808 à 1814, donnent la parallaxe annuelle = + 1,″1, avec l'erreur probable 0,″15 à peu près.

On trouve dans le même mémoire les parallaxes de γ Draconis, α Lyrae, α Aquilae et α Cygni; mais comme il revient sur ces parallaxes, dans son mémoire inséré dans les

Phil. Trans. pour l'année 1818, P, II, en ajoutant de nouvelles observations aux antérieures, je ne donnerai ici que les valeurs de ce second mémoire.

1) γ Draconis.

La moy. de 53 obs. faites en hiver donne la dist. zén. moy. pour Janv. 1,1814 $= 1°52'\ 17'',55$
« 59 « éte « « « « 1 52 17,92.

Ces deux valeurs combinées indiquent une petite parallaxe négative.

2) α Lyrae.

128 observations d'été et 134 observations d'hiver, faites depuis 1808 jusqu'à 1817, donnent la parallaxe annuelle $= + 0'',66$, avec l'erreur probable $0'',08$.

3) α Aquilae.

Dans les observations de cette étoile, faites en 1815 à 1817, Brinkley n'employa que la lecture du microscope inférieur, pour gagner le temps nécessaire aux observations des deux étoiles voisines β et γ Aquilae. Antérieurement, depuis 1808 jusqu'à 1814, il avait fait la lecture des trois microscopes. Ces observations, dont 59 tombent sur l'été et 62 sur l'hiver, avaient donné la parallaxe annuelle de α Aquilae $= 3'',0$. En rejetant aussi pour les observations antérieures la lecture des deux microscopes horizontaux, et en combinant avec elles les nouvelles observations faites en 1815 à 1817, il trouve la parallaxe annuelle $= 2'',53$, par 106 observations d'été et 102 observations d'hiver.

4) α Cygni.

Les observations des années 1810 à 1817, au nombre de 67 pour les mois d'été, et de 52 pour les mois d'hiver, ont donné la parallaxe annuelle de cette étoile $= + 0'',78$.

Dans le calcul de toutes ces réductions, Brinkley avait employé le coefficient de l'aberration tantôt $= 20'',0$, tantôt $= 20'',25$, en se servant du chiffre dernier dans les cas, où la valeur plus grande de l'aberration tendait à diminuer la parallaxe.*)

Dans son mémoire qui se trouve dans les *Phil. Trans.* 1821 p. 327. *(An account of observations made with the eight feet astr. circle, at the Obs. of Trin. Coll. Dublin.)* Brinkley déduit des observations de dix étoiles, des années 1808 — 20, le coefficient constant de la nutation qui est encore en usage chez les astronomes anglais, et emploie les observations antérieurement faites, en y ajoutant d'autres qu'il avait rassemblées dans les années 1818 à 1821, à une nouvelle recherche des parallaxes, et en même temps à la détermination du coefficient constant de l'aberration. Il présente trois tableaux de résultats. Le premier tableau, p. 349, donne les valeurs de l'aberration et de la parallaxe qui suivent des observations de l'étoile polaire dans les deux passages, de β, γ, ε, ζ, η Ursae majoris, Arcturus, β Ursae minoris, α Ophiuchi, γ Draconis, α Lyrae, α Aquilae et α Cygni. Toutes ces observa-

*) Les deux chiffres sont trop petits de $0'',45$, et de $0'',20$. Cette circonstance n'a pas pu changer les parallaxes de $0'',1$, vu que celles-ci étaient basées sur les observations faites aux époques des maxima de la parallaxe.

tions sont traitées d'après la méthode des moindres carrés. La valeur moyenne de l'aberration qu'il trouve est $= 20''\!,37$, les extrêmes étant $19''\!,86$ donnée pour γ Draconis, et $21''\!,32$ donnée pour α Aquilae. Les parallaxes de la Polaire, de β et η Ursae majoris, β Ursae minoris, γ Draconis sont sensiblement $= 0$. Pour les autres étoiles, il trouve les parallaxes suivantes, auxquelles j'ajoute les différentes valeurs de l'aberration, trouvées pour ces mêmes étoiles:

	Nombre des observations.	Coeff. const. de l'aberr.	Parallaxe annuelle.
γ Ursae majoris	105	$20''\!,48$	$+0''\!,39$
ε «	109	20,29	+0,33
ζ «	94	20,23	+0,28
Arcturus	94	20,04	+0,61
α Ophiuchi	97	20,39	+1,57
γ Draconis	152	19,86	−0,08
α Lyrae	157	20,36	+1,21
α Aquilae	135	21,32	+1,57
α Cygni	94	20,52	+0,33.

J'ai ajouté aussi γ Draconis à ce tableau, parce que la différence considérable entre la parallaxe de cette étoile et celle de α Lyrae est le résultat peut-être le plus frappant des observations de Brinkley, vu que la différence en ascension droite entre ces deux étoiles ne monte qu'à une demi-heure, et que par conséquent les observations ont été faites, pour les deux étoiles, dans des circonstances presque identiques par rapport à la température.

Le second tableau de Brinkley donne les distances polaires moyennes des étoiles α Arietis, α Tauri, β Tauri, α Orionis, Castor, Procyon, Pollux, Regulus et β Leonis, déduites des observations faites vers les deux maxima de la parallaxe. Il tire la conclusion que les parallaxes de ces étoiles sont sensiblement $= 0$.

Le troisième tableau donne les parallaxes annuelles fournies par ses observations des étoiles α Coronae bor., α Serpentis, δ Aquilae, β Cygni, γ et β Aquilae, γ Cygni, ε et α Delphini, λ et ν Cygni, γ et α Equulei, ε Pegasi, α Aquarii et 55 l Pegasi. Il faut remarquer ici, que les observations de ces étoiles sont peu nombreuses, et que les parallaxes trouvées peuvent être sujettes à des erreurs accidentelles encore assez fortes. En général, ces parallaxes sont affectées encore de la particularité, qu'elles se trouvent plus grandes dans les étoiles qui ont de plus grandes distances au zénith. Pour les trois étoiles de l'Aigle, Brinkley trouve, en supposant le coefficient de l'aberration $= 20''\!,25 + x$, les valeurs suivantes:

δ Aquilae,	par 37 obs. d'été	et 27 obs. d'hiver,	parall. ann.	$= +3''\!,20 + 0''\!,20.x$
γ «	« 39	« 46	« «	$= +2,19 + 0,10.x$
β «	« 36	« 38	« «	$= +2,36 + 0,10.x$.

Les valeurs du coefficient de l'aberration, données pour les différentes étoiles et comparées à la moyenne générale, présentent des écarts qui sont trop forts, pour les expliquer par les erreurs accidentelles des observations, quoique ces écarts soient en général plus petits que les parallaxes trouvées.

Cette circonstance aurait dû prouver à Brinkley l'existence de certaines erreurs périodiques dans ces observations, s'il n'avait cru pouvoir admettre, pour l'explication des écarts de l'aberration, l'hypothèse que l'aberration n'est pas la même pour toutes les étoiles. Pour soumettre ses observations à un contrôle ultérieur, Brinkley entreprit de déterminer le coefficient constant de la nutation solaire à l'aide des observations des étoiles γ Draconis, α Lyrae, η Ursae majoris, α Cygni, Arcturus et α Aquilae, qu'il avait faites depuis 1818 jusqu'en 1822 (voyez son mémoire: *The Quantity of Solar Nutation as affecting the North Polar Distances of the fixed Stars etc.* dans le 14-ème volume des *Transactions of the Royal Irish Academy*). L'on sait que la nutation solaire peut être trouvée avec une grande précision, par la voie théorique, d'après les relations qui existent entre la nutation solaire, la précession et la nutation lunaire. Or si la valeur de la nutation solaire, trouvée directement par les observations des étoiles, diffère essentiellement de la valeur théorique, il devient certain qu'il existe des erreurs de nature périodique dans les observations. Mais la thèse inverse ne peut pas être fondée sur l'accord entre les valeurs de la nutation solaire, déduites à l'aide des observations des différentes étoiles, et de la théorie. Les observations peuvent donner la nutation solaire exacte, sans que pour cela les aberrations et les parallaxes trouvées soient incontestables. Supposons pour les erreurs périodiques des observations la formule :

$$a' \operatorname{Sin} \odot + b' \operatorname{Cos} \odot + a'' \operatorname{Sin} 2\odot + b'' \operatorname{Cos} 2\odot + \ldots,$$

où $\odot$ signifie la longitude du Soleil, et a', b', a'', b'', ... des fonctions de l'ascension droite et de la déclinaison de l'étoile observée. Dans ce cas les erreurs de l'aberration et de la parallaxe trouvée dépendent des coefficients a' et b', tandis que les erreurs de la nutation solaire sont influencées par les coefficients a'' et b''. Si donc a'' et b'' sont $= 0$, on aura des valeurs exactes de la nutation solaire. Mais si en même temps les coefficients a' et b' ont des valeurs sensibles, l'aberration et la parallaxe, déduites des observations, seront inexactes.

Brinkley a trouvé, dans la recherche qu'il base sur les observations des années 1818 à 1822, les valeurs suivantes des quantités en question:

α Lyrae.

333 observations.

Coefficient constant de la nutation solaire . $= + 0'',5055$,
« « de l'aberration. . . . $= 20,3511$,
Parallaxe annuelle . . . . $= + 1,1380$.

γ DRACONIS.

199 observations.

Coefficient constant de la nutation solaire .	$=+0'',4246$,
« « de l'aberration . . .	$=$ 19,7444,
Parallaxe annuelle	$=+0,0704$.

η URSAE MAJORIS.

144 observations.

Coefficient constant de la nutation solaire .	$=+0'',5782$,
« « de l'aberration . . .	$=$ 20,6795,
Parallaxe annuelle	$=+0,0950$.

α CYGNI.

228 observations.

Coefficient constant de la nutation solaire .	$=+0'',5572$,
« « de l'aberration . . .	$=$ 20,3124,
Parallaxe annuelle	$=+0,5003$.

ARCTURUS.

348 observations.

Coefficient constant de la nutation solaire .	$=+0'',4430$,
« « de l'aberration . . .	$=$ 19,8377,
Parallaxe annuelle	$=+0,6524$.

α AQUILAE.

395 observations.

Coefficient constant de la nutation solaire .	$=+0'',9643$,
« « de l'aberration . . .	$=$ 21,1938,
Parallaxe annuelle	$=+1,7311$.

La moyenne de toutes les valeurs de la nutation solaire trouvées par Brinkley, en rejetant celle que donne α Aquilae, est 0'',5017, et s'accorde de très près avec la valeur 0'',5510 que donne la théorie*). Brinkley attribue l'anomalie que présente α Aquilae pour la nutation solaire, à la plus grande influence de l'incertitude de la réfraction pour cette

---

*) En désignant la précession luni-solaire pour 1800,0 par p, et les coefficients constants de la nutation lunaire et solaire, pour la même époque, par l et s, nous avons l'équation:

$$s = 0{,}034583 \, . \, p - 0{,}12916 \, . \, l,$$

(voyez mon mémoire: *Numerus constans nutationis*, p. 48). En mettant maintenant pour p et l les valeurs numériques

$$\left.\begin{array}{l} p = 50'',3798, \text{ avec l'err. prob. } 0'',0075 \\ l = \;\; 9{,}22305, \;\; „ \;\; „ \;\; „ \;\; 0{,}01542 \end{array}\right\} \text{(Num. const. nut. p. 37, 71)},$$

on obtient

$$s = 0'',5510, \text{ avec l'err. prob. } 0'',0020.$$

étoile. Il ne croit cependant pas qu'il faille attribuer ces irrégularités aux différences entre la température intérieure et extérieure. C'est que, pour les résultats que nous avons cités, il avait calculé les réfractions selon les indications du thermomètre intérieur. Plus tard, ayant refait le calcul des réfractions, en employant les indications du thermomètre extérieur, il trouve que les valeurs de la nutation, de l'aberration et de la parallaxe restent sensiblement les mêmes. L'anomalie que présente α Aquilae lui paraît pourtant assez grave, pour rendre la réalité de la parallaxe de cette étoile douteuse. Mais par l'exactitude et l'accord des autres valeurs de la nutation solaire, il croit aussi avoir mis hors de doute l'exactitude des parallaxes. Nous avons déjà demontré que cette conclusion n'est pas valable.

§ 23. Travaux de Pond sur les parallaxes. Critique de ces travaux par Brinkley.

Les mémoires de Pond qui se rapportent à la parallaxe des étoiles fixes, se trouvent dans les *Phil. Trans.* des années 1817, 1818 et 1823. Dans le premier mémoire, *On the parallax of the fixed stars* (*Phil. Trans.* 1817, p. 158), Pond donne les résultats que lui ont fournis les observations de α Lyrae, α Aquilae et α Cygni. Ces observations ont été faites à l'aide du cercle mural de Troughton, aux époques des deux maxima opposés de la parallaxe en déclinaison, en été 1813 et en hiver 1813 à 1814. La position de la lunette sur le cercle divisé n'avait pas été changée pendant cette période. Pond ne détermine pas les distances zénithales des étoiles, mais les distances polaires, en trouvant le lieu du pôle sur le cercle à l'aide des observations d'autres étoiles dont il prit les déclinaisons dans son catalogue fondamental. Pour éviter une influence de la parallaxe des étoiles fondamentales sur les parallaxes à trouver des trois étoiles indiquées, Pond choisit toujours les étoiles fondamentales dont les parallaxes étaient zéro aux époques des maxima des parallaxes des trois étoiles. Les observations de Pond, faites de cette manière, indiquèrent bien quelque petite anomalie dans le sens de la parallaxe, mais les valeurs de la parallaxe sont réduites à peu près au tiers des valeurs trouvées par Brinkley. Dans un supplément, Pond remarque que les petites périodicités de ces observations ont été produites peut-être par la différence entre la température extérieure et intérieure, différence qui était assez considérable, mais de signe opposé en hiver et en été. Il entreprit donc, en été 1816 et dans l'hiver suivant, une nouvelle série d'observations, dans laquelle il employa tous les soins possibles pour égaliser les deux températures, soins qui furent favorisés par la clémence de cet hiver. Dans cette série, il employa une méthode bien différente pour trouver les distances polaires, en ne lisant que deux microscopes à la place des six qu'il avait lus antérieurement, et en supposant le lieu du pôle sur la division absolument invariable, pendant la durée entière de cette série. C'est qu'il croit avoir prouvé, par les observations des étoiles fondamentales, que les variations du lieu du pôle ne dépassent pas une petite fraction de la seconde. Ces observations lui donnèrent maintenant les parallaxes de

α Lyrae, γ Draconis, α Aquilae et α Cygni, soit $= 0$, soit tellement petites qu'il renonce à en déterminer les valeurs.

Brinkley, dans son mémoire: *On the Parallax of certain fixed Stars* (*Phil. Trans.* 1818), fait contre les résultats de Pond l'objection parfaitement fondée, que les distances polaires de Pond, ainsi trouvées, étaient sujettes à des incertitudes incomparablement plus grandes que les déclinaisons qu'il avait observées avec l'instrument de Dublin. Pour la détermination des lieux du pôle sur son mural, Pond n'avait pas employé toujours les mêmes étoiles fondamentales dans les saisons opposées, et il était clair que les incertitudes dans les déclinaisons des étoiles fondamentales devaient augmenter considérablement les incertitudes des déclinaisons pour les étoiles dont il recherchait les parallaxes. En outre, l'incertitude du coefficient thermométrique devait exercer une influence plus grande sur les positions de Pond que sur celles de Brinkley, parce que Pond avait employé à la détermination du lieu du pôle, des étoiles qui étaient en partie beaucoup plus distantes au zénith, que l'étoile dont il voulait examiner la parallaxe, et que, par conséquent, les déclinaisons de cette dernière étoile étaient influencées en sus par l'incertitude dans la réfraction de l'étoile fondamentale. Tout juge intelligent ne comprend presque pas, comment Pond a cru pouvoir combattre les résultats de Brinkley par des observations aussi faiblement basées, que celles de ces deux premières séries. Il paraît aussi que Pond ait senti lui-même toute la faiblesse de ces observations, et que par cette raison il entreprit de nouvelles recherches sur cet objet.

En 1822 et 1823, Pond a fait une nouvelle série d'observations sur α Lyrae et γ Draconis, exemptes des objections graves que l'on avait faites contre les observations antérieures. Il se servit, cette fois, de l'horizon de mercure pour mesurer les hauteurs des étoiles, en observant d'un jour à l'autre l'étoile directe, et l'étoile réfléchie par l'horizon. 36 observations directes et réfléchies de α Lyrae, faites en été 1822, 36 observations faites en automne 1822, et 40 observations de l'hiver suivant lui donnèrent la parallaxe de cette étoile presque parfaitement $= 0$, soit qu'il ait employé tous les six microscopes, ou seulement deux microscopes opposés. Cette dernière circonstance prouve à Pond que le cercle divisé n'était point sujet à des changements de forme, par suite des températures. Des comparaisons réitérées en déclinaison entre α Lyrae et γ Draconis donnèrent la différence des deux parallaxes $= 0$, tandis que Brinkley avait trouvé la parallaxe de γ Draconis $= 0$, mais celle de α Lyrae $= 1''$.

Quoique il soit incontestable que la nouvelle méthode employée par Pond ne soit incomparablement supérieure à l'ancienne, il ne s'en suit cependant pas, que les observations de Pond aient été tout à fait exemptes d'erreurs périodiques. Nous devons la connaissance de ces erreurs à M. Airy, qui remarque que ces erreurs lui paraissent même plus grandes que les parallaxes recherchées. Pond avait rectifié les micromètres des microscopes, une fois pour toutes, de sorte que 5 révolutions de chaque vis égalaient à une division du limbe $= 5$ minutes. Mais Pond ne détermina ni la grandeur des erreurs re-

stantes de l'ajustement, ni l'invariabilité de ces valeurs, en se fiant sur cette première rectification, pour toutes les séries d'observations qui s'exécutaient jusqu'à l'époque où l'instrument et les microscopes furent démontés. Dans ce cas, la rectification fut faite de nouveau (voyez *Astron. Observ. made at the R. O. Greenwich.* 1836, p. XXXII, et *Mem. of the Roy. Astron. Society.* Vol. X, p. 266). Mais M. Airy indique que l'exactitude d'une telle rectification n'est pas très grande, et qu'en outre la valeur du micromètre change avec la saison, par suite des différences de dilatation entre la pierre, sur la face de laquelle les microscopes étaient fixés, et le corps métallique du cercle. Les erreurs que produit ce changement peut, selon M. Airy, monter jusqu'à une seconde pour la déclinaison de l'étoile, et l'on voit que par cette seule circonstance les dernières observations de Pond ne décident rien par rapport aux parallaxes des étoiles.

Il est à présumer que dans l'instrument de Dublin, la valeur des micromètres était beaucoup plus constante à cause de l'homogénéité des porte-microscopes métalliques, avec le corps de l'instrument, comme nous l'avons déjà indiqué pour l'instrument de Palerme (p. 29).

Il nous reste à discuter les observations que Pond a faites à l'aide des lunettes fixes et de l'instrument des passages. Il avait fixé, sur la face opposée de la grande pierre de son cercle mural, une lunette de dix pieds dans la direction de α Aquilae; et sur le mur de l'ancien quart-de-cercle mural de Bird, une autre lunette égale et dirigée sur α Cygni (*Phil. Trans.* 1817, p. 160, 353, et 1818, p. 481) Les deux lunettes étaient pourvues de micromètres qui servaient à mesurer les différences en déclinaison entre ces deux étoiles et d'autres étoiles qui passaient par le champ de la lunette. Il compara ainsi, sur la seconde lunette, α Cygni et β Aurigae. Ces étoiles diffèrent en ascension droite de 9 heures et 11 minutes; et par un choix convenable des époques il put déterminer à peu près la somme des parallaxes en déclinaison des deux étoiles. Il observa en sus les deux étoiles δ Cygni et b Aurigae qui passaient aussi par le champ de la lunette. Les observations de cette lunette donnèrent les résultats suivants (*Phil. Trans.* 1817, p. 356 et 361, et 1818, p. 483):

1) α Cygni et β Aurigae.

						Différence en décl. pour 1817,0.
1817, hiver,	25 obs.	de α Cygni et	28 obs.	de β Aurigae	donnent	59 rév. + 17",984
1817, printemps,	26	« «	29	« «	«	17,964
1817, été,	32	« «	22	« «	«	18,165
1817, automne,	25	« «	17	« «	«	18,142
1818, hiver,	52	« «	47	« «	«	18,174.

2) α Cygni et δ Cygni.

1817, hiver,	24 obs.	de α Cygni et	19 obs.	de δ Cygni	donnent . .	12 rév. + 5",226
1817, été,	54	« «	54	« «	« . .	5,287
1818, hiver,	. . . . .	. . . . .	. . . .	. . . . .	. . . .	5,432.

Pond fait la conclusion que la parallaxe de α Cygni ne peut guère dépasser 0,"1.

A l'aide de l'autre lunette il compara α Aquilae et l Pegasi. L'ascension droite de la dernière étoile, de 5-ème grandeur, est de 3 heures 16 minutes plus grande que celle de la première. Cette étoile passe donc par le méridien, en hiver après le coucher, et en été avant le lever du Soleil, et on la voit alors assez bien à son passage. Les observations de Pond ont fourni (*Phil. Trans.* 1818, p. 478) les différences moyennes suivantes en déclinaison entre α Aquilae et l Pegasi:

1817	depuis	Juillet 25	jusqu'en	Août 25,	14	observations	= 1′ 49,"17
«	«	Août 25	«	Sept. 8,	13	«	49,20
«	«	Sept. 8	«	Nov. 1,	14	«	49,61
«	«	Nov. 1	«	Déc. 29,	13	«	48,57.

Dans ce résultat il n'y a, comme Pond le remarque, aucune trace d'une parallaxe.

Il faut cependant faire l'objection grave contre les observations, exécutées à l'aide des lunettes fixes, qu'il n'existe aucun moyen de constater l'invariabilité de l'axe optique, pendant la période de la journée. Brinkley remarque déjà que dans la lunette de Pond, dirigée sur α Cygni, la série des lectures micrométriques pour cette étoile indique une variation de 5 secondes, depuis l'été jusqu'à l'hiver, et que, par conséquent, l'influence de la température sur cet instrument a dû être assez considérable. Or comme les étoiles qui ont été comparées en déclinaison passent par le méridien à des heures très différentes, il est impossible de savoir si la parallaxe a été réellement zéro, comme l'indique Pond, ou si cette valeur ne s'est trouvée que par une compensation entre l'action thermométrique et l'effet de la parallaxe. Il n'y a qu'un seul couple α et δ Cygni pour lesquelles les observations de Pond paraissent concluantes, parce que la différence en ascension droite de ces deux étoiles ne s'élève pas même à une heure entière. Mais ces observations aussi sont sujettes, ainsi que les autres, à un second doute encore. Pond a supposé que la valeur du micromètre ait été absolument constante pendant la période d'une année. Cette hypothèse est inexacte. En outre, la dilatation a dû produire un changement du foyer de l'instrument, depuis l'été à l'hiver, c. à d. une parallaxe optique très désavantageuse pour l'exactitude de l'observation, surtout dans la mesure d'une différence en déclinaison à l'aide du micromètre.

Le mémoire que Pond publia *Phil. Trans.* 1818, p. 481, intitulé: *On the parallax of the fixed stars in right ascension*, contient les résultats qu'il a obtenus relativement à la parallaxe des étoiles fixes, à l'aide des ascensions droites. Il remarque que depuis qu'il a établi le nouvel instrument des passages, le temps lui a manqué pour y observer les étoiles uniquement dans l'intention d'en déterminer les parallaxes, mais qu'il se voit cependant en état de déduire les parallaxes de certaines étoiles à l'aide des ascensions droites observées aux différentes époques de l'année.

α Aquilae avait été observée 120 fois dans le courant des années 1816, 1817 et 1818. Ces observations donnent pour 1817,0 l'ascension droite moyenne de l'étoile $=19^h 41' 51'',049$. En choisissant les observations dans lesquelles la parallaxe avait une influence moyenne $= 0$, il trouve par 60 observations l'ascension droite $= 19^h 41' 51'',050$. Les autres observations qui étaient faites à des époques où l'influence de la parallaxe tendait vers le minimum, donnèrent l'ascension droite $= 19^h 41' 51'',048$. Il ne se manifeste ici qu'une différence de $0'',002$ dans le sens de la parallaxe. Pond rapporte que les observations de Capella, d'Arcturus et de α Lyrae ont indiqué également des parallaxes évanouissantes. Il parvient donc à la conclusion que le grand axe des ellipses que décrivent ces étoiles par l'action de la parallaxe, ne va pas à $0'',5$ en arc, et probablement pas même à $0'',25$. Quant on examine de plus près ces résultats de Pond, obtenus par les ascensions droites, il paraît cependant qu'elles sont beaucoup moins concluantes que ne l'a supposé Pond, comme Brinkley l'a déjà indiqué. Pond déduit toujours les corrections de l'horloge à l'aide des observations d'autres étoiles fondamentales et dont il prend les ascensions droites dans son catalogue. Mais comme il n'emploie pas les mêmes étoiles aux différentes saisons, il est clair que les incertitudes dans les ascensions droites de ces étoiles, ont dû agir sur les positions de α Aquilae. On voit en outre, que Pond n'a pas mis le plus haut degré de soin pour reconnaître chaque fois les déviations de son instrument, et pour se convaincre de l'invariabilité de cet instrument pendant la période de la journée.

§ 24. Comparaison des travaux de Brinkley et de Pond.

L'exposition que nous avons donnée relativement aux travaux de Brinkley et de Pond, sur les parallaxes des étoiles fixes, nous engage à la conclusion suivante :

Brinkley, soit dans ses observations, soit dans les méthodes de réduction et dans les contrôles, a manifesté une haute intelligence de tous les points essentiels qui pouvaient contribuer à l'exactitude du résultat. Il faut le regarder comme le premier des astronomes modernes depuis Bradley et Tobie Mayer, qui ait soumis son instrument à un examen soigné, et qui l'ait employé dans une voie rationnelle. Sous ce point de vue Brinkley paraît décidément supérieur de beaucoup à son adversaire Pond. On rencontre en effet, dans les méthodes d'observation de Pond, tant de précautions négligées par cet astronome, que l'on s'étonne comment il a pu parvenir à un accord si général des résultats, et à des parallaxes toujours évanouissantes des étoiles. On est même tenté de supposer que Pond s'est laissé influencer par la conviction subjective de la petitesse des parallaxes, et que cette préoccupation, a essentiellement déterminé son résultat, conjointement avec le vague dans le choix des étoiles fondamentales de comparaison. Nous savons cependant aujourd'hui que les résultats de Pond sont plus proches de la vérité que ceux de Brinkley, et en tout cas il faut avouer que Pond a eu plus de bonheur dans ses recherches, que son adversaire.

§ 25. Recherches sur la parallaxe de l'étoile 61 Cygni, par MM. Arago et Mathieu, à l'aide des distances verticales, et par M. de Lindenau à l'aide des ascensions droites.

Le grand mouvement propre de l'étoile binaire 61 Cygni dirigea l'attention des astronomes sur la recherche de la parallaxe de cette étoile. En 1812, MM. Arago et Mathieu observèrent la distance zénithale de cette étoile, en Août et en Novembre, époques du maximum et de la valeur $=0$ pour la parallaxe en déclinaison. Ils trouvèrent une différence moyenne de 0,"66, dans le sens de la parallaxe, entre les distances zénithales des deux époques. Cette différence correspond à une parallaxe annuelle de l'étoile de 0,"55. Nous avons puisé cette notice dans une note de l'annuaire pour l'an 1834, p. 281. Il est à regretter que les détails de cette détermination n'ont pas été publiés, et que par conséquent il est impossible d'en apprécier le mérite.

Une seconde série d'observations qui tendait à l'évaluation de la parallaxe de 61 Cygni fut commencée la même année 1812 par M. le Baron de Lindenau à l'observatoire du Seeberg, et continuée jusqu'en automne 1814. Il se servit de l'instrument des passages de Ramsden, de 8 pieds de foyer, à la comparaison de la plus grande des deux étoiles de 61 Cygni avec les trois étoiles ν, ζ, τ de la même constellation. Le tableau de ces 39 ascensions droites de 61 Cygni moyennes, réduites au commencement de chaque année, se trouve dans l'Éphéméride de Berlin pour 1818 p. 247. M. de Lindenau dit, à la fin de son article, que c'est un fait remarquable, que cette étoile, d'un mouvement propre aussi rapide, n'indique pourtant aucune parallaxe. J'ai soumis cette série à un nouveau calcul, et je trouve, par l'application des moindres carrés, qu'elle donne une parallaxe $= + 0,"47$. Mais le poids de cette valeur n'est que très petit, ce qui est indiqué par son erreur probable $= 0,"51$, l'erreur probable d'une ascension droite isolée étant $= 1,"12$ en arc, ou 0,"075 en temps.

§ 26. Travaux de Bessel pour déterminer la parallaxe de 61 Cygni à l'aide des ascensions droites. Paradoxe d'une parallaxe négative. Explication probable de ce paradoxe.

La même voie qu'avait suivie M. de Lindenau, fut choisie quelques années plus tard par Bessel, pour la détermination de la parallaxe des deux étoiles 61 Cygni et μ Cassiopejae. Il compara 61 Cygni avec λ, ν, τ, σ et deux anonymes de la même constellation, et μ Cassiopejae avec θ Cassiopejae. Il a été dit plus haut, que le résultat que donnent de telles observations sont indépendantes de la position de l'instrument, et de l'incertitude dans la marche de l'horloge, vu la proximité des étoiles à comparer entre elles.

Bessel trouve, pour la différence entre la parallaxe de 61 Cygni et la moyenne des parallaxes des six étoiles comparées, par 42 observations de 1815

— $0'',76$ en arc, avec l'erreur probable $0'',22$;

par 43 observations de 1816

— $1'',32$ en arc, avec l'erreur probable $0'',41$;*)

(voyez *Königsberger Beobachtungen* Abth. II, p. VIII, et Abth. III, p. IX.). La moyenne des deux valeurs, eu égard aux erreurs probables est $= - 0'',88$ en arc, avec l'erreur probable $0'',19$.

Si cette valeur était réelle, il s'en suivrait, comme nous connaissons à présent la parallaxe réelle de 61 Cygni $= + 0'',35$, que la moyenne des parallaxes annuelles des 6 étoiles comparées s'élèvât à

$+ 1'',23$, avec l'erreur probable $0'',19$.

Une parallaxe aussi extraordinaire est déjà par elle-même tout à fait invraisemblable; en outre, les comparaisons fréquentes que Bessel lui-même a faites en 1815, entre les 6 étoiles et α Cygni, et qui sont publiées dans les *Königsb. Beobb.* Abth. II, p. VI, sont en contradiction directe avec cette parallaxe, en ne donnant aucune périodicité dans les différences réduites, entre ces étoiles et α Cygni. Or nous savons aujourd'hui que la parallaxe de α Cygni est presque insensible, et ne s'élève, ainsi que nous le verrons plus bas, qu'à des centièmes d'une seconde en arc. Ajoutons y que deux des étoiles de comparaison de Bessel sont identiques avec les étoiles que M. de Lindenau a observées, et qui lui donnèrent une petite parallaxe positive de 61 Cygni. Les ascensions droites de Bessel donnent donc une parallaxe négative de 61 Cygni presque 5 fois plus grande, que son erreur probable.

Les comparaisons faites par Bessel entre μ Cassiopejae et θ Cassiopejae ont donné la différence des deux parallaxes (parallaxe de μ Cassiopejae — parallaxe de θ Cassiopejae) $= - 0'',12$ en arc, avec l'erreur probable $0'',29$.

J'ai consulté M. W. de Struve sur le paradoxe de la parallaxe négative de 61 Cygni, trouvée par Bessel en 1815 et 1816. Il a bien voulu me communiquer son opinion sur cet objet dans les termes suivants:

«Comme les observations entre α Cygni et les 6 étoiles de comparaison sont les mêmes «qui ont servi à la détermination de la parallaxe, par l'addition de l'observation simultanée «de 61 Cygni, il est clair que la source du résultat défectueux doit être cherchée unique- «ment dans les passages observés de 61 Cygni, et non pas dans ceux des autres étoiles. «Je crois que le fait qui se manifeste ici, est digne de l'attention des astronomes. Tou- «tes les mesures astronomiques finissent en une estime qui sert à trouver les fractions «des dernières subdivisions directement indiquées. C'est ainsi p. e. que les têtes de vis des «microscopes qui servent à la lecture des cercles divisés, donnent directement les secondes,

*) Bessel ne donne pas cette dernière erreur probable. Je l'ai déduite du poids de la parallaxe, donné par Bessel, $= 15,04$ obs. directes, et de l'exactitude d'une différence isolée que je trouve $= 0'',107$ en temps, pour les observations de cette année. (La première année offre un accord plus favorable, l'erreur probable d'une observation isolée étant $= 0'',06$).

«auxquelles l'estime ajoute les dixièmes. Dans ce cas, la seconde du grand cercle est «représentée par un petit arc sur le tambour de la vis, mais qui est assez grand pour «qu'on le subdivise, au premier coup d'oeil, en ses parties aliquotes; et l'on parvient «ainsi à une lecture des divisions considérablement plus exacte que celle de la direction «de l'instrument sur l'objet à pointer. Dans l'observation des ascensions droites des étoiles «voisines de l'équateur, c'est l'intervalle 15 fois plus grand, celui de 1 seconde en temps, «qui doit être subdivisé par l'estime, et encore cet intervalle n'est-il pas indiqué par «deux traits distincts, mais terminé par les deux lieux où l'étoile se voit au commence- «ment de deux secondes successives, indiqué par l'ouie. On voit que la subdivision d'un «arc de 15 secondes, délimité par une opération combinée de l'ouie et de la vision, laisse «toujours quelque chose d'arbitraire à celui qui l'exécute, et qu'il doit être difficile de «parvenir à une exactitude des fractions minimes de la seconde en arc. Cette difficulté «augmente dès que l'observateur est gêné dans l'estime, par une préoccupation quelconque. «Telle préoccupation détruit, pour ainsi dire, le caractère de l'estime libre. Celle-ci «ne commet, dans des expériences réitérées, que des erreurs de nature accidentelle, «tandis que la préoccupation provoque involontairement des erreurs de nature constante, «et qui peuvent acquérir une valeur d'autant plus considérable, que le champ de l'estime «est plus large. Supposons que l'astronome ait à déterminer la différence en ascension «droite entre deux étoiles voisines, par les passages réitérés à travers un seul fil d'un «équatoreal. Le premier passage ayant donné une certaine valeur de la différence, cette «valeur exerce facilement une influence sur toutes les différences suivantes, que l'on tâche «involontairement de rapprocher de la première. Cette influence peut être éliminée par «l'emploi de deux fils, sur lesquels on observe alternativement l'une et l'autre des étoi- «les, surtout quand on fait varier les distances des deux fils. Mais il y a une autre pré- «occupation plus dangereuse encore, dans les observations faites exprès pour la détermi- «nation de la parallaxe en ascension droite. L'astronome, connaissant les époques du ma- «ximum et du minimum, est exposé à faire, à ces époques, des estimes défectueuses dans «un des deux sens opposés, et à produire ainsi des parallaxes apparentes, sans qu'elles «existent dans la réalité, ou de détruire les parallaxes effectives. Ce dernier cas me paraît «avoir été celui de Bessel. Voulant éviter le danger de trouver des parallaxes trop for- «tes, il a involontairement taxé les fractions des passages de la 61e du Cygne trop faibles «à l'époque du maximum, et trop fortes à celle du minimum; tandis que pour les autres «étoiles, où il n'y avait point de probabilité en faveur de l'existence d'une parallaxe, l'estime «restait libre et juste. Je suis persuadé que c'est la seule explication que l'on puisse don- «ner du paradoxe indiqué, et je la regarde, par conséquent, comme la vraie. C'est qu'elle «est basée, pour moi, sur une longue expérience. Lorsque la grande lunette parallactique «de Fraunhofer fut arrivée à Dorpat, j'entrepris une série de comparaisons en ascension «droite d'un certain nombre d'étoiles, propres à la recherche de la parallaxe par l'éclat et «le mouvement propre, avec des étoiles télescopiques voisines. Je parvins bien à éliminer

«la première source d'erreurs, par le moyen indiqué des passages alternants. Je crus d'ail-«leurs pouvoir augmenter l'exactitude des comparaisons en employant, tantôt une pen-«dule à secondes entières, tantôt des chronomètres qui battaient différentes fractions de «seconde, et qui étaient réglés, l'un sur le temps sidéral, l'autre sur le temps moyen. «Mais tous ces moyens ne purent me persuader d'une estime parfaitement libre, dans «les passages de l'étoile dont je voulais trouver la parallaxe, et je résolus d'abandonner «ces observations, sentant qu'à cause du champ large de l'estime, ces observations ne «pouvaient décider sur les fractions de la seconde en arc Je me sens même engagé à «croire que l'explication, que je viens de donner sur la parallaxe négative de 61 Cygni, «trouvée par Bessel, vaut également, mais dans un sens opposé, pour la parallaxe de «l'étoile 1830 Groombridge, que M. Faye vient de trouver plus grande même qu'une «seconde entière. On verra plus bas que les déclinaisons observées par M. Peters, en «1842, ont donné la valeur de la parallaxe $+0\rlap{.}''23 \mp 0\rlap{.}''14$, et que l'on peut parier au «delà de 4000 contre 1, que cette parallaxe ne s'élève point à une seconde.»

§ 27. Observations faites par M. W. de Struve à Dorpat pour la détermination de l'aberration et des parallaxes, à l'aide des ascensions droites de plusieurs étoiles circumpolaires et opposées.

Dans les années 1814 à 1821 M. de Struve a employé la grande lunette méridienne de l'observatoire de Dorpat à la recherche des parallaxes de plusieurs étoiles fixes. Ce travail, exécuté à l'aide d'un instrument de force optique peu commune à cette époque, mérite une attention particulière, à cause du grand nombre d'étoiles qui ont été examinées, mais surtout à cause de l'exactitude des valeurs trouvées de la parallaxe. M. de Struve choisit les étoiles à peu près opposées entre elles en ascension droite, et assez boréales en même temps, pour être observées dans les deux passages, soit supérieurs, soit inférieurs. La combinaison des passages deux fois simultanés chaque jour, conduisit à la détermination des différences en ascension droite. Pour fixer les idées, choisissons les deux étoiles β Aurigae et γ Draconis, pour lesquelles, à l'époque 1820, nous avons:

$$\alpha = 5^h\, 46',3,\ \delta = +44^\circ\, 55';\ \alpha_1 = 17^h\, 52',4,\ \ \delta_1 = +51^\circ\, 31'.$$

Quand β Aurigae a culminé dans le passage supérieur, γ Draconis passera au dessous du pôle plus tard seulement de 6 minutes; et le même intervalle a lieu 12 heures plus tard, pour les deux passages opposés. M. de Struve observait, surtout vers les époques des maxima, soit de l'aberration, soit de la parallaxe, les passages opposés des deux étoiles aussi souvent que possible. Ces observations donnent deux séries des valeurs

$$\alpha_1 - (\alpha + 12^h) = u.$$

Une des séries A appartient aux passages supérieurs de β Aurigae, et inférieurs de γ Draconis, l'autre B aux inférieurs de β Aurigae et supérieurs de γ Draconis. Si nous choisis-

sons maintenant trois observations consécutives, dont la seconde est de la série B, et la première et la troisième de la série A, la moyenne entre les deux observations voisines de la série A donne une valeur correspondante à l'observation intermédiaire. La combinaison de ces deux valeurs, c. à d. leur moyenne arithmétique fournit la différence en ascension droite entre les deux étoiles, indépendamment de la position de l'instrument, et aussi de la marche de la pendule; vu que l'incertitude de cette dernière est évanouissante pour l'intervalle de 6 minutes. On voit tout de suite que cette méthode de combinaison s'applique aux séries entières A et B des deux passages opposés, et que l'on peut trouver pour chaque observation de la série A, par une interpolation, la valeur correspondante dans la série B, et *vice versa.* Il est clair que les u obtenus par cette voie seraient d'une exactitude absolue, abstraction faite des petites erreurs accidentelles dans les passages observés, si l'on pouvait supposer une invariabilité parfaite de l'instrument. On voit en outre, que les variations de longue période disparaissent du résulsat par la combinaison appliquée, et qu'il ne s'agit ici que de la constance de l'instrument durant la période de la journée. Dans l'introduction du 3-ème volume des observations de Dorpat, p. XXXVIII, M. de Struve a prouvé que les variations journalières de son instrument ne s'élevaient en tout cas qu'à des fractions de la seconde en arc. Il avoue cependant que l'incertitude qui reste sur ce point laisse quelque doute sur l'exactitude absolue du coefficient de l'aberration qu'il a déterminé à l'aide de ces observations. Heureusement l'incertitude sur le coefficient de l'aberration est restreinte maintenant entre des limites très étroites. Les observations faites à Poulkova, à l'aide de l'instrument des passages établi dans le premier vertical, ont donné l'aberration $= 20''{,}4451$, avec une erreur probable $= 0''{,}0111$. La comparaison de cette valeur et de la valeur $20''{,}35$ que M. de Struve a trouvée par les ascensions droites observées à Dorpat, prouve d'une manière incontestable que les variations journalières de son instrument des passages étaient effectivement minimes, vu que cet instrument a donné l'aberration avec une exactitude en dedans d'un dixième d'une seconde en arc.

Les volumes II et III des observations de Dorpat contiennent toutes les observations faites pour la détermination de l'aberration et de la parallaxe dans les années 1818 — 1821. Les résultats sont réunis dans l'introduction du 3-ème volume. Mais les valeurs de l'aberration et de la parallaxe, trouvées par M. de Struve, ont besoin de petites corrections à cause des membres de la nutation qui dépendent de l'excentricité de l'orbite terrestre. J'ai donné la théorie de ces membres dans une dissertation déjà citée plus haut. Soient α et δ l'ascension droite et la déclinaison moyenne d'une étoile pour le commencement d'une année, et pour l'époque T dans le courant de l'année α' l'ascension droite apparente de la même étoile, $\odot$ la longitude vraie du Soleil, Γ la longitude du périgée du Soleil, θ l'obliquité apparente de l'écliptique, N la somme de la précession et du mouvement propre en ascension droite depuis le commencement de l'année, combinée avec la somme des membres de la nutation qui ne dépendent point de l'excentricité de l'orb. terr.; A le coefficient constant de l'aberration, π la parallaxe annuelle de l'étoile.

Dans ce cas, nous avons l'équation suivante:

$$\begin{aligned}\alpha' = \alpha + N + & (0''\!,1172 + 0''\!,0509 \,\mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{tang}\,\delta)\, \mathrm{Sin}(\odot - \Gamma) \\ & - (0,0195 + 0,0085 \,\mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{tang}\,\delta)\, \mathrm{Sin}(\odot + \Gamma) \\ & - \;0,0093 \,\mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{tang}\,\delta \,\mathrm{Cos}(\odot + \Gamma) \\ & - (\mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{Cos}\odot + \mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{Sin}\odot)\, \varDelta \\ & - (-\mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{Sin}\odot + \mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{Cos}\odot)\, \pi.\end{aligned}$$

L'époque moyenne des observations de M. de Struve tombe sur l'année 1819. En substituant donc dans la formule donnée, pour Γ sa valeur, pour l'époque 1819, $= 279^{\circ}\, 32'\, 35''$ nous avons:

$$\left.\begin{aligned}\alpha' = \alpha + N - [0''\!,0167 + 0''\!,0072 \,\mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{tg}\,\delta - 0''\!,0092 \,\mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{tg}\,\delta + \varDelta \,\mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Sin}\,\alpha \\ - \pi \,\mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Cos}\,\alpha] \,\mathrm{Sin}\odot \\ - [0''\!,1347 + 0''\!,0585 \,\mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{tg}\,\delta - 0''\!,0016 \,\mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{tg}\,\delta + \varDelta \,\mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Cos}\,\alpha \\ + \pi \,\mathrm{Sec}\,\delta \,\mathrm{Sin}\,\alpha] \,\mathrm{Cos}\odot\end{aligned}\right\} \;\ldots (1)$$

Supposons maintenant que l'autre étoile ait l'ascension droite moyenne $= 180^{\circ} + \alpha_1$, la déclinaison moyenne $= \delta_1$, la parallaxe annuelle $= \pi_1$, et pour l'époque T l'ascension droite apparente $= 180^{\circ} + \alpha_1'$. Dans ce cas, nous avons pour cette étoile l'équation:

$$\left.\begin{aligned}180^{\circ} + \alpha'_1 = 180^{\circ} + \alpha_1 + N_1 - [0''\!,0167 - 0''\!,0072 \,\mathrm{Sin}\,\alpha_1 \,\mathrm{tg}\,\delta_1 + 0''\!,0092 \,\mathrm{Cos}\,\alpha_1 \,\mathrm{tg}\,\delta_1 \\ - \varDelta \,\mathrm{Sec}\,\delta_1 \,\mathrm{Sin}\,\alpha_1 + \pi_1 \,\mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Sec}\,\delta_1 \,\mathrm{Cos}\,\alpha_1] \,\mathrm{Sin}\odot \\ - [0''\!,1347 - 0''\!,0585 \,\mathrm{Sin}\,\alpha_1 \,\mathrm{tg}\,\delta_1 + 0''\!,0016 \,\mathrm{Cos}\,\alpha_1 \,\mathrm{tg}\,\delta_1 \\ - \varDelta \,\mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Sec}\,\delta_1 \,\mathrm{Cos}\,\alpha_1 - \pi_1 \,\mathrm{Sec}\,\delta_1 \,\mathrm{Sin}\,\alpha_1] \,\mathrm{Cos}\odot\end{aligned}\right\} \;\ldots (2)$$

La différence moyenne entre α et α_1 dans les différents couples d'étoiles opposées ne s'élevant qu'à 12 minutes en temps, il sera permis de mettre $\alpha_1 = \alpha$ dans les termes de la formule (2), qui dépendent de la parallaxe et des petits membres de la nutation negligés antérieurement.

Désignons maintenant les valeurs approximatives des deux ascensions droites moyennes par (α) et $180^{\circ} + (\alpha_1)$; et par $\varDelta\alpha$ et $\varDelta\alpha_1$ les corrections qu'il faut ajouter à (α) et (α_1), pour avoir les valeurs qui répondent aux observations; enfin la différence observée entre les deux étoiles par $180^{\circ} + u$, nous aurons pour l'observation faite à l'époque T, l'équation complète de condition:

$$\left.\begin{aligned}u = (\alpha_1) - (\alpha) + \varDelta\alpha_1 - \varDelta\alpha + N_1 - N \\ + [(0''\!,0072 \,\mathrm{Sin}\,\alpha - 0''\!,0092 \,\mathrm{Cos}\,\alpha)\frac{\mathrm{Sin}(\delta + \delta_1)}{\mathrm{Cos}\,\delta \,\mathrm{Cos}\,\delta_1} + \varDelta(\mathrm{Sin}\,\alpha_1 \,\mathrm{Sec}\,\delta_1 + \mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{Sec}\,\delta) \\ - \left(\pi + \pi_1 \frac{\mathrm{Cos}\,\delta}{\mathrm{Cos}\,\delta_1}\right) \mathrm{Cos}\,\theta \,\mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{Sec}\,\delta] \,\mathrm{Sin}\odot \\ + [(0''\!,0585 \,\mathrm{Sin}\,\alpha - 0''\!,0016 \,\mathrm{Cos}\,\alpha)\frac{\mathrm{Sin}(\delta + \delta_1)}{\mathrm{Cos}\,\delta \,\mathrm{Cos}\,\delta_1} + \varDelta \,\mathrm{Cos}\,\theta(\mathrm{Cos}\,\alpha_1 \,\mathrm{Sec}\,\delta_1 + \mathrm{Cos}\,\alpha \,\mathrm{Sec}\,\delta) \\ + \left(\pi + \pi_1 \frac{\mathrm{Cos}\,\delta}{\mathrm{Cos}\,\delta_1}\right) \mathrm{Sin}\,\alpha \,\mathrm{Sec}\,\delta] \,\mathrm{Cos}\odot\end{aligned}\right\} \;\ldots (3)$$

Si l'on néglige les nouveaux membres de la nutation, l'équation de condition prend la forme suivante:

$$\left.\begin{aligned} u=(\alpha_1)-(\alpha)+\Delta\alpha_1-\Delta\alpha+N_1-N+[A(\operatorname{Sin}\alpha_1\operatorname{Sec}\delta_1+\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sec}\delta)&\\ -\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sec}\delta]\operatorname{Sin}\odot&\\ +[A\operatorname{Cos}\theta(\operatorname{Cos}\alpha_1\operatorname{Sec}\delta_1+\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sec}\delta)&\\ +\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sec}\delta]\operatorname{Cos}\odot& \end{aligned}\right\}\ \ldots (4)$$

Maintenant il sera facile de donner aux coefficients multipliés par $\operatorname{Sin}\odot$ et $\operatorname{Cos}\odot$, dans l'équation (3), la même forme qu'ils ont dans l'équation (4). Comme ces coefficients sont les mêmes pour toutes les observations du même couple d'étoiles, on n'a qu'à mettre, dans l'équation (3), chaque coefficient à part $=0$, ou de résoudre les deux équations suivantes, pour trouver les valeurs de A et de $\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}$:

$$(0'',0072\operatorname{Sin}\alpha-0'',0092\operatorname{Cos}\alpha)\frac{\operatorname{Sin}(\delta+\delta_1)}{\operatorname{Cos}\delta\operatorname{Cos}\delta_1}+A(\operatorname{Sin}\alpha_1\operatorname{Sec}\delta_1+\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sec}\delta)$$
$$-\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)\operatorname{Cos}\theta\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sec}\delta=0\,;$$

$$(0'',0585\operatorname{Sin}\alpha-0'',0016\operatorname{Cos}\alpha)\frac{\operatorname{Sin}(\delta+\delta_1)}{\operatorname{Cos}\delta\operatorname{Cos}\delta_1}+A\operatorname{Cos}\theta(\operatorname{Cos}\alpha_1\operatorname{Sec}\delta_1+\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sec}\delta)$$
$$+\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sec}\delta=0.$$

Désignons ces deux valeurs de A et de $\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}$ par ΔA et $\Delta\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)$, et mettons maintenant dans l'équation (3)

$$A=(A)+\Delta A,$$
$$\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}=\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)+\Delta\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta}\right),$$

et nous trouverons que les équations de condition (3) ne diffèrent des équations (4) que par la circonstance, que les premières présentent (A) et $\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)$, ou $A-\Delta A$ et $\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}-\Delta\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)$, au lieu de A et de $\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}$ dans les dernières. Il s'ensuit, qu'ayant résolu les équations (4), pour en déduire les valeurs les plus probables qu'elles donnent pour A et $\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}$, il faut ajouter les deux corrections ΔA et $\Delta\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)$, pour avoir les valeurs les plus probables définitives des inconnues A et $\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}$, c. à d. celles qui répondent aux équations de condition complètes, ou dans lesquelles on a tenu compte des nouveaux membres de la nutation.

En prenant l'obliquité moyenne de l'écliptique pour 1819 $=23^\circ\,27'\,45''$ nous avons les deux valeurs suivantes:

$$\Delta A=\frac{0'',0032+0'',0247\operatorname{Sin}(2\alpha-11^\circ\,5')}{1-0,0861\operatorname{Cos}2\alpha}\cdot\frac{\operatorname{Sin}\frac{\delta+\delta_1}{2}}{\operatorname{Cos}\frac{\delta-\delta_1}{2}};$$

$$\varDelta\left(\pi+\pi_1\frac{\operatorname{Cos}\delta}{\operatorname{Cos}\delta_1}\right)=\frac{0'',0364-0'',0276\operatorname{Sin}(2\alpha+80^\circ 40')}{1-0,0861\operatorname{Cos}2\alpha}\cdot\frac{\operatorname{Sin}(\delta+\delta_1)}{\operatorname{Cos}\delta_1}.$$

Les ascensions droites de δ Ursae minoris ont été trouvées par M. de Struve à l'aide des corrections de l'horloge qu'avaient données les étoiles fondamentales. Or il est clair que les petites parallaxes des étoiles fondamentales n'exercent aucune influence sensible sur la détermination de la parallaxe de δ Urs. min., et nous avons pour ce cas:

$$\varDelta A=\frac{0'',0032+0'',0247\operatorname{Sin}(2\alpha-11^\circ 5')}{1-0.0861\operatorname{Cos}2\alpha}.\operatorname{Sin}\delta;$$

$$\varDelta\pi=\frac{0'',0364-0'',0276\operatorname{Sin}(2\alpha+80^\circ 40')}{1-0,0861\operatorname{Cos}2\alpha}.\operatorname{Sin}\delta.$$

En appliquant maintenant les petites corrections, que fournissent ces formules, aux valeurs du coefficient de l'aberration et de la parallaxe, qui ont été données par M. de Struve lui-même dans le 3-ème volume des observations de Dorpat, nous parvenons aux valeurs suivantes, corrigées pour l'effet des membres de la nutation qui dépendent de l'excentricité de l'orbite terrestre. Les erreurs probables, ajoutées aux valeurs différentes trouvées, sont celles que M. de Struve a données, mais multipliées par $\sqrt{2}$. De cette manière les erreurs probables indiquées sont plutôt trop grandes que trop petites (voyez *Numerus constans nutationis*, p. 14).

I. Coefficient constant de l'aberration.

L'étoile polaire	et ε Ursae maj.	$A=20'',3566$,	avec l'err. pr.	0'',0300,
α Cassiopejae	« ε Ursae maj.	20,3570	« «	0,0556,
δ Cassiopejae	« ζ Urs. maj. praec.	20,2518	« «	0,0522,
β Urs. maj.	« α Persei	20,4636	« «	0,0513,
Capella	« β Draconis	20,4327	« «	0,0495,
β Aurigae	« γ Draconis	20,2844	« «	0,0591.

La moyenne de ces six valeurs, eu égard aux erreurs probables, est:

A=20'',3611, avec l'err. pr. 0'',0186.

II. Parallaxes annuelles.

La Polaire et ε Ursae maj.	$\pi+0,053.\pi'=+0'',075$,	avec l'err. pr.	0'',034,
ε Urs. maj. et α Cassiop.	$\pi+0,962.\pi'=-0,136$	« « «	0,110,
ζ Urs. maj. et δ Cassiop.	$\pi+1,099.\pi'=+0,175$	« « «	0,127,
β Urs. min. et α Persei	$\pi+0,402.\pi'=+0,305$	« « «	0,071,
Capella et β Draconis	$\pi+1,147.\pi'=+0,134$	« « «	0,139,
β Aurigae et γ Draconis	$\pi+1,138.\pi'=+0,020$	« « «	0,117,
δ Ursae minoris	$\pi=+0,203$	« « «	0,037,
ε Urs. min. et Capella	$\pi+0,191.\pi'=-0,049$	« « «	0,075,
α Cygni et ι Urs. maj.	$\pi+1,076.\pi'=+0,502$	« « «	0,093,

α Cephei et h Urs. maj.	$\pi + 1{,}073.\pi' = +0'',086$,	avec l'err. prob.			0'',095,
β Cephei et ν Urs. maj.	$\pi + 0{,}689.\pi' = -0{,}074$	«	«	«	0,099,
η Cephei et o Urs. maj.	$\pi + 0{,}992.\pi' = +0{,}055$	«	«	«	0,161,
γ Cephei et λ Draconis	$\pi + 0{,}687.\pi' = +0{,}041$	«	«	«	0,078,
β Cassiop. et γ Urs. maj.	$\pi + 0{,}913.\pi' = +0{,}064$	«	«	«	0,137,
β Cassiop. et δ Urs. maj.	$\pi + 0{,}997.\pi' = -0{,}021$	«	«	«	0,223,
α Aquilae et γ Aquilae	$\pi - \pi' = +0{,}115$	«	«	«	0,083,
α Aquilae et β Aquilae	$\pi - \pi' = +0{,}339$	«	«	«	0,129.

La différence entre la valeur moyenne trouvée du coefficient de l'aberration $= 20'',3611 \pm 0'',0186$, et la valeur définitive de ce coefficient $= 20'',4451 \pm 0'',0111$ se trouve $= 0'',0840 \pm 0'',0217$. Cette différence paraît trop grande pour qu'elle s'explique par son erreur probable, qu'elle surpasse de quatre fois. Il faut plutôt supposer que la différence indiquée, pour sa partie majeure, ait été un produit des petits changements périodiques et journaliers de l'instrument. En tout cas, ces changements n'ont pu s'élever qu'à une très petite fraction de la seconde, et nous voyons qu'ils ont exercé une influence à peu près constante sur les chiffres de l'aberration donnés par les différents couples d'étoiles. Car nous trouvons que l'erreur probable de la moyenne devient la même, soit que l'on la déduise de la combinaison des erreurs probables dans les valeurs isolées (0'',0186), soit qu'on la calcule par la comparaison de ces valeurs isolées avec la valeur moyenne (0'',0196).

M. de Struve a déjà fait la remarque (*Observationes Dorpatenses*, Vol. III. p. LXXXIX) que l'influence du changement périodique et journalier dans l'instrument, sur la valeur trouvée de la parallaxe, doit être plus petite, que sur l'aberration. En effet la parallaxe en ascension droite d'une étoile quelconque prend ses plus grandes valeurs, positives ou négatives, pour les passages qui ont lieu vers les 6 heures du matin et les 6 heures du soir. L'effet de l'aberration atteint les maxima aux mêmes signes dans les passages qui ont lieu vers minuit et midi. Or la différence des températures est en général plus petite entre 6 heures du matin et 6 heures du soir, qu'entre midi et minuit. Nous trouvons p. e. en recourant aux observations que Hällström a faites à Helsingfors, pendant 11 années consécutives (*Acta Societatis scientiarum Fennicae*, Tom. I. p. 177) que ces deux différences ont les valeurs moyennes $+2°,8$ Cels. et $+3°,6$ Cels., la première entre les températures du matin et du soir, et la dernière entre les températures de minuit et de midi. La marche de la température est sans doute de très près la même à Helsingfors et à Dorpat; la différence des latitudes n'étant que de 1° 47', celle des longitudes de 1° 46'.

Le chiffre de l'aberration 20'',361 étant trop faible de 0'',084, nous en tirons la conclusion, que les valeurs des parallaxes données ci-dessus sont également plutôt trop faibles que trop fortes. Ce jugement est fondé sur la considération suivante. Les maxima de l'aberration et de la parallaxe tombent sur les passages des petites températures à minuit et à 6 heures du matin; les minima au contraire, aux passages des grandes tempéra-

tures à midi et à 6 heures du soir. La marche de la température, dans le courant de la journée, a donc dû exercer une influence du même signe sur les deux valeurs à déterminer, l'aberration et la parallaxe; mais probablement plus petite sur la dernière.

Nous reviendrons, dans la conclusion de notre mémoire, sur ces parallaxes.

§ 28. Détermination de la parallaxe de α Lyrae à l'aide de mesures micrométriques faites à Dorpat par M. de Struve.

Les premières observations dans lesquelles, depuis W. Herschel, on se servit, pour la détermination de la parallaxe, de la comparaison micrométrique entre l'étoile principale et les étoiles télescopiques voisines, sont celles que M. de Struve et Bessel ont exécutées. Le premier employa à Dorpat la grande lunette parallactique de Fraunhofer, pourvue d'un micromètre filaire. A Koenigsberg, les observations ont été faites à l'aide de l'héliomètre.

La grande certitude des résultats obtenus par ces astronomes, comparativement aux déterminations antérieures, est basée tant dans la méthode qui donne les parallaxes indépendamment de la position de l'instrument, que dans l'exactitude des mesures elles-mêmes. En effet, les appareils micrométriques donnaient, pour chaque mesure isolée, une exactitude d'une petite fraction de la seconde, par suite de la force optique éminente des deux instruments et de la perfection de l'appareil micrométrique.

M. de Struve compara l'étoile brillante α Lyrae avec une petite étoile de grandeur 10,5, distante de 43 secondes de la brillante. Ayant prouvé que la petite étoile ne participait pas au mouvement considérable annuel de la brillante, il put établir que ces deux étoiles ne formaient point un système binaire, et que, d'après toute probabilité, la parallaxe de la petite étoile devait être évanouissante à côté de celle de la grande étoile. Les observations de M. de Struve vont du Novembre 1835 jusqu'en Août 1838. Dans cet intervalle de temps, les deux étoiles ont été comparées entre elles 96 fois, par la distance et par l'angle de position qui se forme à l'étoile principale, entre le cercle de déclinaison et celui qui passe par les deux étoiles. Toutes les distances sont indépendantes des inégalités de la vis micrométrique, ayant été mesurées sur les mêmes portions de cette vis. Pour réduire les distances exprimées en révolutions et subdivisions de la vis micrométrique, M. de Struve employa à chaque observation la valeur d'une révolution qui correspondait à la température observée, et qu'il avait déterminée, par une série d'observations, d'une manière tout à fait exacte. Il tint en outre compte de la petite influence de la réfraction sur les quantités observées.

Un résultat préalable, basé sur les 17 premières observations, avait été donné dans les *Mensurae micrometricae etc.* publiées en 1837. Le résultat définitif, que M. de Struve a donné dans son *Additamentum in mens. micr.* Petrop. 1840, repose uniquement sur

les distances; les angles de position ayant été rejetés pour cette recherche, à cause de certaines petites erreurs constantes (voyez p. 25 de l'*Additamentum*). Les 96 distances mesurées donnèrent la différence entre les parallaxes de α Lyrae et de son petit satellite

$$= 0'',2619, \text{ avec l'erreur probable } 0'',0254.$$

L'erreur probable est basée sur celle d'une observation isolée $= 0'',154$. La petitesse de cette erreur probable prouve le mieux l'extrême exactitude atteinte dans les distances observées, malgré la difficulté particulière de la mesure entre deux étoiles d'intensités énormément différentes.

§ 29. Bessel détermine la parallaxe de l'étoile double 61 Cygni à l'aide de l'héliomètre.

Vers la fin des observations de M. de Struve sur α Lyrae, et en partie engagé par ces observations (*Astron. Nachr.* Band XVI, p. 72, *Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Pétersbourg*, Vol. V. p. 180) Bessel commença ses célèbres travaux pour la détermination de la parallaxe de 61 Cygni, à l'aide de l'héliomètre de l'observatoire de Koenigsberg. «Cette étoile fut choisie non seulement à cause de la probabilité d'une «parallaxe sensible, par suite du mouvement propre considérable, mais aussi à cause de «l'avantage que présentait une étoile binaire, composée de deux étoiles peu différentes en «éclat, pour l'exactitude de l'observation. L'étoile se recommandait en outre par la cir-«constance qu'elle était visible dans une élévation assez considérable au-dessus de l'hori-«zon, pendant 11 mois de l'année. (*Astronomische Nachrichten,* Bd. 16, p. 72).

Bessel choisit le point m du milieu entre les deux étoiles de 61 Cygni, distantes d'environ 16'', et compara ce point à deux autres étoiles de 9-ème à 10-ème grandeur. Une de ces dernières étoiles a est placée dans une direction presque perpendiculaire à la ligne qui joint les deux étoiles de 61 Cygni, l'autre b se trouve à peu près dans la prolongation de cette ligne. La distance du point du milieu m à l'étoile a est de 7,7 minutes, à l'autre b de 11,8 minutes. Bessel mesura chaque fois les distances entre m et a, et m et b, et en même temps les angles de position des deux directions. Il rejeta cependant ces dernières, ayant reconnu que l'exactitude de la mesure des angles de position, malgré tous les soins possibles, ne suffisait pas à la recherche délicate de la parallaxe. Il n'employa donc que les distances, ayant observé chaque fois 12 à 16 coïncidences, arrangées de sorte que l'erreur de collimation fut éliminée.

Dans les *Astron. Nachr.* Nr. 365 et 366, Bessel donne les résultats auxquels il était parvenu par la première série d'observations, commencée le 18 Août 1837, terminée le 2 Octobre 1838, et qui contient 85 distances entre m et a, 98 distances entre m et b. A l'aide de ces mesures Bessel détermina 6 inconnues, savoir:

1° et 2°) les différences entre la parallaxe annuelle de 61 Cygni et celles des deux étoiles de comparaison;

3° et 4°) les distances moyennes entre m et a, et m et b, pour le commencement de 1838;

5° et 6°) les changements annuels de ces distances, produits par les mouvements propres des étoiles a et b, par le mouvement propre du centre de gravité de l'étoile double, et par le mouvement du point m autour de ce centre de gravité.

La réduction des observations a été faite avec une précision extrême, et il est presque superflu de mentionner ici, que Bessel a déterminé les changements thermométriques dans la valeur d'une révolution de la vis, et qu'il a dûment considéré l'influence de la réfraction et de l'aberration sur les distances des étoiles. C'est de cette manière que la première série indiquée donna la différence des parallaxes annuelles de 61 Cygni et de l'étoile a

$= + 0'',3690$, avec l'erreur probable $0'',0191$,

et la différence des parallaxes annuelles de 61 Cygni et de l'étoile b

$= + 0'',2605$, avec l'erreur probable $0'',0188$.

La différence de ces deux valeurs, à peu près quatre fois aussi grande que son erreur probable, s'explique encore en quelque sorte par cette erreur probable, sans qu'il soit de nécessité d'admettre une différence dans les parallaxes des étoiles a et b. Bessel fit donc une seconde résolution des équations de condition, en supposant une parallaxe $= 0$ pour les étoiles a et b. Il trouve ainsi la parallaxe annuelle de 61 Cygni

$= + 0'',3136$, avec l'erreur probable $0'',0136$.

Avant de commencer la seconde série d'observations, Bessel démonta l'héliomètre. Il découvrit à cette occasion, que les extrémités des vis micrométriques et les plaques sur lesquelles ces vis agissent, étaient un peu attaquées par l'usage continuel de dix ans. Les extrémités des vis furent repolies, et les plaques de métal de fonte remplacées par des plaques en acier. Après avoir rétabli l'instrument, Bessel commença, le 8 Octobre 1838, la nouvelle série de mesures entre 61 Cygni et les mêmes deux étoiles. Cette série fut continuée par Bessel lui-même jusqu'au 9 Juillet 1839, ensuite jusqu'au 23 Mars 1840 par Schlüter. Elle contient en tout 103 comparaisons avec l'étoile a, et 116 avec l'étoile b. A la fin de cette seconde série d'observations, Bessel remarqua que les bouts des vis micrométriques étaient de nouveau attaqués. Il fait sur ce point la remarque suivante (*Astron. Nachr.* Vol. 17, p. 267): «On ne peut point soutenir que l'usure des vis «micrométriques ait été sans aucune influence sur les parallaxes trouvées. Mais il faut «remarquer qu'une marche proportionnelle au temps a dû exercer une influence d'autant «plus petite que les deux séries d'observations sont continuées considérablement au delà de «la période annuelle de la parallaxe.» Bessel prouve en outre, qu'une petite incertitude dans la valeur moyenne d'une révolution de la vis, ainsi que les irrégularités de cette vis, n'agissent que sur les distances moyennes et les mouvements propres déduits des observations, et non pas sur les parallaxes; mais qu'au contraire une erreur dans le coefficient

*

thermométrique de la valeur d'une révolution exerce une influence sur la parallaxe elle-même. Pour apprécier cette influence Bessel multiplie les quantités qui réduisent les distances à une température fixe, par le facteur $1+k$, et détermine la valeur de la parallaxe comme une fonction de ce coefficient k.

En employant maintenant les deux séries, Bessel cherche de nouveau les mêmes inconnues qu'il avait déterminées antérieurement, et en outre le changement de la distance moyenne pour 1838,0 qu'a pu produire la nouvelle rectification de l'instrument. Ayant trouvé que la seconde série ne confirme point la différence entre les parallaxes des deux étoiles a et b, qu'avait donnée la première série, mais qu'elle indique plutôt une petite différence dans le sens opposé, il suppose les parallaxes des étoiles a et $b = 0$. En réunissant les deux séries, il parvient au résultat définitif suivant de la parallaxe de l'étoile 61 Cygni:

$$= +\, 0{,}''3483 - 0{,}0533.k, \text{ avec l'erreur probable } 0{,}''0095.$$

La petitesse du coefficient k permet, en tout cas, de négliger le second terme.

§ 30. Travaux exécutés à Greenwich sur la parallaxe de α Lyrae, sous la direction de M. Airy.

En 1836, M. Airy, astronome royal de Greenwich, fit exécuter une série d'observations pour déterminer la parallaxe de α Lyrae, à l'aide de deux instruments, l'ancien cercle de Troughton dont s'était déjà servi Pond, et un second cercle mural de Jones établi à l'observatoire depuis 1825. Sa méthode d'observation diffère de celle de Pond principalement par la circonstance que M. Airy fit déterminer la valeur des micromètres une fois chaque semaine, pour éliminer l'incertitude qu'avait produite la périodicité de cette valeur dans les observations de Pond. Il paraît cependant que cette précaution ne répond à son but qu'en partie, vu qu'il se peut que la valeur du micromètre soit sujette à une période journalière. Les lieux du zénith, sur les deux cercles, ont été déterminés par la combinaison de plusieurs étoiles observées d'un jour à l'autre, soit directement, soit à l'aide de l'horizon de mercure. Il faut remarquer que cette manière de déterminer le lieu du zénith produit une petite influence des erreurs de division dans l'instrument sur la détermination de la parallaxe. Dans le courant de l'année 1836, α Lyrae a été observée à plusieurs reprises dans chaque mois, à l'exception du mois de Février.

45 observations directes et 47 observations réfléchies, faites à l'aide du mural de Troughton, ont donné:

la parallaxe annuelle de α Lyrae $= +\, 0{,}''233$,
le coefficient constant de l'aberration $= 20{,}321$.

54 observations directes et 38 observations réfléchies, faites à l'aide du mural de Jones, ont donné:

la parallaxe annuelle de α Lyrae $= -\, 0{,}''092$,
le coefficient constant de l'aberration $= 20{,}831$.

Les valeurs que je viens de donner, diffèrent un peu de celles que M. Airy a données dans les *Memoirs of the Roy. Astronomical Society*, Vol. X, p. 269 et 270; c'est que j'ai appliqué une petite correction de $+ 0'',0098$ pour la parallaxe, et de $+ 0'',006$ pour l'aberration, à cause des membres de la nutation qui dépendent de l'excentricité de l'orbite terrestre. Pour le calcul de ces corrections je me suis servi des formules suivantes:

Soit l'ascension droite d'une étoile $= \alpha$, la déclinaison $= \delta$, les valeurs de la parallaxe et de l'aberration, trouvées sans avoir égard à l'excentricité de l'orbite terrestre, π et a; les valeurs de ces mêmes quantités, eu égard à cette excentricité, $\pi + \Delta\pi$ et $a + \Delta a$, et

pour 1800, $f' = 0'',0070 \, \mathrm{Cos}\,\alpha + 0'',0092 \, \mathrm{Sin}\,\alpha$; $g' = 0'',0586 \, \mathrm{Cos}\,\alpha + 0'',0015 \, \mathrm{Sin}\,\alpha$; $\theta = 23°27',9$;
« 1900, $f' = 0,0082 \, \mathrm{Cos}\,\alpha + 0,0091 \, \mathrm{Sin}\,\alpha$; $g' = 0,0581 \, \mathrm{Cos}\,\alpha + 0,0018 \, \mathrm{Sin}\,\alpha$; $\theta = 23 \; 27 \, ,1$;

$$c' = \mathrm{tg}\,\theta \, \mathrm{Cos}\,\delta - \mathrm{Sin}\,\delta \, \mathrm{Sin}\,\alpha;$$
$$d' = \mathrm{Sin}\,\delta \, \mathrm{Cos}\,\alpha;$$
$$c' \, \mathrm{Cos}\,\theta = m \, \mathrm{Sin}\,p; \quad f' = n \, \mathrm{Sin}\,q;$$
$$d' = m \, \mathrm{Cos}\,p; \quad g' = n \, \mathrm{Cos}\,q:$$

nous aurons

$$\Delta\pi = \frac{n}{m} \mathrm{Cos}(p+q),$$
$$\Delta a = \frac{n}{m} \mathrm{Sin}(p+q).$$

M. Airy lui-même parvient à la conclusion que la parallaxe de α Lyrae est trop petite pour être observée dans ses instruments.

§ 31. Détermination de la parallaxe de α Centauri par les observations de Henderson et M. Maclear faites au Cap.

Il y a trois circonstances qui nous engagent à conjecturer une parallaxe considérable dans l'étoile double et brillante du ciel austral, α Centauri: savoir l'éclat de l'étoile, le mouvement propre considérable, et le mouvement rapide du satellite dans une orbite de dimension apparente assez grande.

En 1832 et 1833, la déclinaison de l'étoile α Centauri fut déterminée, à l'observatoire du Cap de Bonne-Espérance, par Henderson, à l'aide du cercle mural plus ancien, et l'ascension droite par M Meadows à la lunette méridienne. Henderson n'ayant connu le mouvement propre considérable de cette étoile qui s'élève annuellement à $3'',6$ en arc, qu'après son retour en Angleterre, ces observations n'ont pas été faites dans l'intention de déterminer la parallaxe, mais seulement pour déterminer la position moyenne de l'étoile. Elles peuvent cependant servir à une évaluation approximative de la parallaxe, comme elles ont été faites à différentes époques de l'année. Les ascensions droites et les déclinaisons ont été déduites de la comparaison aux étoiles fondamentales observées le même jour. Il faut bien convenir, que des positions trouvées de cette manière sont sujettes à quelques incertitudes, soit à cause des parallaxes des étoiles fondamentales, soit par la différence des températures aux moments de l'observation de α Centauri et des étoi-

les fondamentales, différences qui ont pu produire certaines périodicités. Les parallaxes trouvées par ces observations ne peuvent donc guère être définitives.

Henderson nous donne les valeurs de la parallaxe de α' et α^2 Centauri, en faisant sur le coefficient de l'aberration les deux hypothèses différentes que sa valeur est une fois 20″,50, et l'autre fois 20″,36. Par une interpolation j'ai trouvé la valeur de la parallaxe qui répond à la valeur définitive de l'aberration 20″,445, et qui est

la parallaxe annuelle de α' Centauri, par	24	ascens. droit.	$=+0'',86$,	avec l'err. pr.	0″,35,
« « «	17	décl. directes	$=+1,41$,	« «	0,19,
« « «	10	décl. réfléch	$=+2,00$,	« «	0,47,
« « α^2 Centauri, par	25	ascens. droit.	$=+0,42$,	« «	0,34,
« « «	20	décl. directes	$=+1,03$,	« «	0,18,
« « «	9	décl. réfléch.	$=+1,24$,	« «	0,64.

En supposant les deux étoiles à une égale distance du Soleil, nous obtenons par les six déterminations une valeur moyenne de la parallaxe annuelle de α Centauri

$$=+1'',14, \text{ avec l'err. pr. } 0'',11\ ;$$

(voyez le mémoire de Henderson intitulé: *On the Parallax of α Centauri*, dans les *Mem. of the R. astron. Soc.* Vol. XI, p. 61).

En 1839 et 1840 M. Maclear, sur la demande de Henderson, entreprit une nouvelle détermination de la parallaxe de cette étoile (*Mem. of the R. astr. Soc.* Vol. XII, p. 329). Ces observations déterminées dans le but de trouver la parallaxe, ont été exécutées selon des méthodes bien plus convenables que les premières, faites par Henderson lui-même. Depuis le 16 Avril jusqu'au 16 Juin 1839, M. Maclear employa le même instrument dont s'était servi Henderson, c. à d. l'ancien cercle mural de Jones. Une seconde série plus complète commence le 4 Août 1839, et fut prolongée jusqu'au 12 Août 1840, à l'aide d'un second mural de Jones, le même dont nous avons parlé dans l'article précédent à l'occasion des observations sur la parallaxe de α Lyrae, faites à Greenwich sous la direction de M. Airy. Dans chaque passage la hauteur des deux étoiles fut déterminée immédiatement par la combinaison de l'observation directe et réfléchie. Le peu d'observations où M. Maclear n'a pu faire qu'une observation isolée, soit directe, soit réfléchie, ont été rejetées par Henderson dans la recherche de la parallaxe. Chaque hauteur obtenue par la voie indiquée doit être regardée comme indépendante de toute périodicité, produite, soit par un changement thermométrique du point zéro, soit par l'illumination de la division. Car l'effet périodique qu'avait pu produire la température, en agissant sur les divisions de l'instrument, est, d'après toute probabilité, extrêmement petit, et s'élimine d'ailleurs presqu'entièrement par l'usage des six microscopes. Une objection cependant peut être faite contre l'exactitude des hauteurs observées par M. Maclear, d'après les détails publiés jusqu'à présent. Henderson ne dit pas de quelle manière la valeur des révolutions des micromètres dans les microscopes a été déterminée, et il reste douteux si

l'examen de cette valeur a été fait assez souvent, et d'une manière qui détruit toute incertitude. Nous savons que M. Airy lui-même regarde ce point comme ayant pu produire des erreurs jusqu'à une seconde dans les observations de Pond. Il paraît donc à désirer que nous obtenions des éclaircissements supplémentaires de la part de M. Maclear, sur ce point important.

Le nombre des hauteurs observées s'élevant pour α^1 Centauri à 134, pour α^2 Centauri à 138, Henderson en appliquant la méthode des moindres carrés, et en supposant une parallaxe identique pour les deux étoiles, trouve:

la parallaxe annuelle de α Centauri $= + 0'',9128$, avec l'err. pr. $0'',0640$,
le coefficient constant de l'aberration $=$ 20,5226 « « « 0,0652,
l'erreur probable d'une hauteur simple et isolée de l'étoile $= 0'',39$.

En cherchant à l'aide des équations de condition les deux parallaxes séparées, il trouve:

la parallaxe de α^1 Centauri $= + 0'',8467$
« « « α^2 Centauri $= + 0,9727$.

Toutes ces valeurs sont basées sur les deux séries faites par M. Maclear aux deux instruments, et dont l'une embrasse une période de deux mois, et l'autre une période d'une année entière. En n'employant que la seconde série plus complète, Henderson trouve la parallaxe $= + 0'',9203$.

Je regarde la parallaxe $+ 0'',9128$ comme la valeur définitive tirée des observations de M. Maclear, par le calcul de Henderson. En appliquant encore les petites corrections qui dépendent des membres négligés de la nutation, je parviens aux valeurs finales que voici:

la parallaxe annuelle de α Centauri $= + 0'',9762$, avec l'err. pr. $0'',0640$,
le coefficient constant de l'aberr. $=$ 20,5344, « « « 0,0652.

Dans le calcul de la réfraction, Henderson s'est servi des *Tabulae Regiomontanae*, en employant les indications du thermomètre extérieur pour le calcul de la correction thermométrique. Il est clair qu'une incertitude dans la réfraction moyenne n'agit que sur les déclinaisons moyennes des étoiles, et que c'est la seule correction thermométrique qui ait pu exercer quelque influence sur les parallaxes trouvées. Dans le mémoire de Henderson rien n'a été dit par rapport à l'aérage, fait dans le but d'égaliser la température intérieure et extérieure; et il me paraît très douteux que l'on puisse regarder les indications du thermomètre joint au baromètre suffisantes pour juger sur la différence entre la température auprès de l'instrument, et celle de l'air libre. Il faut supposer plutôt que cette différence ait été plus petite, que celle des deux thermomètres. La comparaison entre les deux thermomètres indique bien quelquefois une différence assez considérable, et qui se trouve d'après les saisons dans un sens opposé. Ce fait m'a engagé à refaire le calcul des observations, en employant pour la correction thermométrique les indications du thermomètre attaché au baromètre. Ce calcul a donné une parallaxe toujours encore po-

sitive, mais plus petite, savoir de 0,″49. Cette valeur est une limite inférieure au delà de laquelle la parallaxe de α Centauri ne peut tomber, d'après les observations de M. Maclear; et il est même probable qu'elle soit plus près de l'autre limite 0,″98, que de 0,″49.

Le travail de M. Maclear sur la parallaxe de α Centauri paraît en tout cas avoir donné un résultat qui mérite beaucoup de confiance, malgré l'objection que nous avons tirée de l'incertitude dans la valeur des micromètres. Car cette objection peut être regardée comme réfutée presqu'entièrement par l'exactitude de la valeur de l'aberration 20,″534, qui ne diffère que de 0,″089 de sa valeur définitive.

§ 32. La parallaxe de Sirius d'après les observations de Henderson et de M. Maclear au Cap.

Henderson a employé les observations du Cap pour déduire encore la parallaxe de l'étoile la plus brillante de la voûte céleste, Sirius, (voyez son mémoire: *On the Parallax of Sirius*, dans les *Mem. of the R. astr. Soc.* Vol. XI, p. 239). Ces observations sont faites à l'aide de l'ancien cercle de Jones, en partie par Henderson lui-même, en partie par M. Maclear.

Sirius passe par le méridien du Cap dans une distance zénithale de 17½ degrés. Cette circonstance, ainsi que l'égalité des températures dans les observations des deux maxima opposés, donnent aux observations du Cap une préponderance incontestable sur les observations européennes de cette étoile.

Sirius a été observé par Henderson 63 fois directement et 34 fois dans l'horizon de mercure, depuis le mois de Mai 1832 jusqu'en Mai 1833. Ces observations ont été exécutées de la même manière que celles de α Centauri, faites par Henderson lui-même. Henderson trouve:

la parallaxe annuelle de Sirius = + 0,″34, avec l'err. pr. 0,″11,
le coefficient constant de l'aberr. = 20,75 « « « 0,15.

Les observations de M. Maclear commencent en Août 1836 et vont jusqu'en Décembre 1837. Elles sont au nombre de 67. Dans ces observations M. Maclear employait la même méthode que dans ses observations de α Centauri, c. à d. à chaque passage il y a deux observations de l'étoile, l'une directe, l'autre de réflexion. Par l'emploi de la méthode des moindres carrés, Henderson trouve que les observations de M. Maclear donnent:

la parallaxe annuelle de Sirius = + 0,″16, avec l'err. pr. 0,″09,
le coefficient constant de l'aberr. = 20,30 « « « 0,09.

En appliquant à ces dernières valeurs les petits membres de la nutation, négligés par Henderson, je trouve:

la parallaxe annuelle de Sirius = + 0,″15, avec l'err. pr. 0,″09,
le coefficient constant de l'aberr. = 20,29 « « « 0,09.

§ 33. De la parallaxe de l'étoile polaire d'après les recherches de M. de Lindenau sur les ascensions droites, observées à plusieurs observatoires; et d'après les observations de Dorpat, soit d'ascension droite, soit de déclinaison.

Les positions de l'étoile polaire, déterminées en grand nombre aux différents observatoires de l'Europe, ont été employées assez souvent à la recherche de la parallaxe de cette étoile. Nous ajoutons aux valeurs de la parallaxe de l'étoile polaire, trouvées dans plusieurs de nos articles précédents, encore quelques valeurs que j'ai discutées dans mon mémoire: *Numerus constans nutationis*, en donnant ici seulement les résultats.

M. de Lindenau a employé 800 ascensions droites, observées à plusieurs observatoires, à la recherche de la nutation, en déterminant en même temps l'aberration et la parallaxe (voyez son mémoire: *Versuch einer neuen Bestimmung der Nutations- und Aberrations-Constanten aus beobachteten geraden Aufsteigungen des Polaris.* Berlin, 1842). Les valeurs trouvées par M. de Lindenau sont les suivantes:

la parallaxe annuelle de l'étoile polaire $= + 0'',144$, avec l'err. pr. $0'',056$,
le coefficient constant de l'aberration $= 20,449$, « « « $0,032$.

603 ascensions droites, observées, à l'observatoire de Dorpat au cercle méridien de Reichenbach, par M. W. de Struve et Preuss, depuis 1822 jusqu'en 1838, ont donné les valeurs suivantes:

la parallaxe annuelle de la Polaire $= + 0'',172$, avec l'err. pr. $0'',027$,
le coefficient const. de l'aberration $= 20,425$, « « « $0,017$.

Les deux résultats, celui de M. de Lindenau, et celui de Dorpat, sont remarquables par l'extrême précision qu'ils ont donnée dans la valeur du coefficient de l'aberration, et c'est cette circonstance qui nous engage à accorder notre confiance aux deux valeurs trouvées de la parallaxe, valeurs qui en outre s'accordent entre elles en dedans des erreurs probables.

Les déclinaisons de l'étoile polaire observées à Dorpat, pendant la même période de 1822 jusqu'en 1838, ont donné:

la parallaxe annuelle de l'étoile polaire $= + 0'',147$, avec l'err. pr. $0'',030$,
le coefficient constant de l'aberration $= 20,551$, « « « $0,043$.

SECONDE SECTION.

Recherches sur les parallaxes de plusieurs étoiles, à l'aide des observations faites à l'observatoire de Poulkova, au grand cercle vertical d'Ertel.

§ 34. Introduction. Notice sur l'instrument employé.

J'ai tâché de donner, dans la section précédente, un coup d'oeil historique, mais en même temps critique, sur les travaux entrepris jusqu'en 1842 pour la recherche de la parallaxe des étoiles fixes. Malgré les moyens considérables et le temps voués à cet objet, ce n'est que depuis peu, que les efforts des astronomes ont été couronnés de succès, et le nombre des étoiles dont la parallaxe est déterminée, plus ou moins approximativement, est encore très limité. L'observatoire central de Poulkova, pourvu de moyens instrumentaux distingués, avait à contribuer à la recherche des parallaxes, d'autant plus, qu'il est destiné principalement à travailler à l'avancement de l'astronomie stellaire. L'exposition suivante traitera des résultats qui ont été obtenus, par rapport aux parallaxes, à l'aide du grand cercle vertical d'Ertel. La *description de l'observatoire*, publiée en 1845, expose, p. 130 — 150 et planches XXV — XXVII, la construction et l'usage de cet instrument dont nous donnons cependant une briève notice, en renvoyant pour les détails à l'ouvrage cité.

Le cercle vertical d'Ertel est une imitation en grand du théodolite transportable du même artiste. Il est composé d'un cercle vertical de 43 pouces anglais de diamètre, au noyau duquel une lunette est invariablement réunie, de 5,9 pouces d'ouverture libre de l'objectif. Ce cercle est fixé à l'extrémité d'un grand axe horizontal. L'autre extrémité de l'axe porte le cercle chercheur qui sert en même temps à exècuter les mouvements micrométriques de rotation verticale. Cet axe est supporté par deux coussinets, réunis par un lit très solide, et qui se trouve à l'extrémité supérieure du grand axe vertical. Ce dernier entre dans un trépied surmonté d'un canon solide, et donne le mouvement de l'instrument dans le sens de l'azimut. Le cadre du porte-microscopes est attaché au coussinet qui se trouve du côté du cercle divisé. La division de ce cercle va de 2 à 2 minutes. Les subdivisions se font à l'aide de quatre microscopes portés par le cadre indiqué Les changements dans la direction du porte-microscopes, par rapport à la ligne verticale, se reconnaissent à l'aide d'un niveau très sensible et parfait, fixé au corps du porte-microscopes. La lunette dont les deux canons vont en diminuant dans le sens vertical, est travaillée de sorte, que l'objectif et l'oculaire peuvent changer de position aux extrémités opposées du tube, ce qui mène à l'élimination directe de la flexion du tube, et de l'influence qu'exerce la pesanteur sur la forme du cercle divisé. Les montures de l'objectif et de l'oculaire sont, pour ce but, de forme extérieure identique, et d'un poids égal, ayant en même temps le centre de gravité dans le plan de contact avec les extrémités du tube.

L'instrument est employé, à chaque passage d'une étoile, dans les deux positions; une fois le cercle divisé à l'Ouest, l'autre fois à l'Est de l'axe vertical. On mesure donc à l'aide de cet instrument immédiatement les distances au zénith.

§ 35. Précautions générales de l'observation. Choix de huit étoiles à observer.

Nous verrons plus bas (§ 84—86.) que l'erreur probable d'une distance au zénith observée à l'aide de cet instrument ne s'élève que depuis 0,"12 à 0,"26, selon les conditions atmosphériques plus ou moins favorables, et selon le nombre des pointages entre 2 et 4. Cette erreur probable est tellement petite qu'il ne faut qu'un nombre modique d'observations, pour réduire l'erreur probable d'une parallaxe trouvée entre des limites très resserrées.

Les différences de température, dans les parties du limbe les plus élevées et les plus basses, sont toujours tellement petites, d'après des expériences faites pour ce but, qu'il est douteux si l'on peut les reconnaître à l'aide des thermomètres. Nous attribuons cet avantage aux dimensions considérables de la salle d'observation qui a, sur 52 pieds de long et 39 pieds de large, une hauteur de 24 pieds, et en outre au soin particulier qui a été porte à l'égalisation aussi complète que possible des températures, intérieure et extérieure. Cette égalisation est favorisée par la nature des murs extérieurs de la salle qui consistent, ainsi que le toit, d'une charpente aussi légère que possible et couverte des deux côtés de planches. Quant au toit, il y a entre les deux doublures en bois une couche de terre glaise, et c'est à celle-ci qu'il faut attribuer, que même immédiatement au dessous du plafond, le thermomètre, même dans un jour parfaitement serein, n'indique guère une augmentation de température. Mais ce sont surtout les trappes larges qui contribuent à un aérage presque parfait. Les trappes du cercle vertical ont quatre pieds de large, et celles de la lunette méridienne, placée dans la même salle, 2,5 pieds. Les deux instruments étant abrités, par des maisonnettes mobiles sur un chemin de cuivre mais ouvertes des deux cotés Ouest et Est, les trappes de la salle restent, dans la saison favorable, ouvertes souvent pendant des semaines entières, et c'est une loi générale chez nous, de ne jamais faire une observation, sans que les trappes n'aient été ouvertes au moins une demi-heure auparavant. On voit donc que, dans notre instrument, la différence des températures n'a pu agir, d'une manière sensible, sur les divisions. En outre, une telle influence se trouve essentiellement diminuée par l'usage de 4 microscopes, comme l'a déjà indiqué Bessel dans les *Astronomische Nachrichten*, Band 21, p. 6 et 7.

Les changements de longue période et ceux que produit la marche journalière de la température dans les autres parties de l'instrument, n'exercent aucune influence sur les observations, aussitôt que l'instrument est employé d'une manière rationnelle.

Quant à l'illumination des divisions, pour la lecture microscopique, il faut remarquer que la lumière tombe toujours, à l'aide de réflecteurs montés dans des tuyaux, dans une

*

direction perpendiculaire au limbe, tant pour les observations de jour que de nuit, et que toute illumination latérale est anéantie (voyez *Recueil des Actes de la séance publique de l'Ac. Imp. de St.-Pétersb. tenue le* 29 *Déc.* 1838, pag. 202, et *F. G. W. Struve*, *Description de l'obs. de Poulkova* p. 43).

Les précautions indiquées nous autorisent à la conclusion suivante. Si les observations faites à l'aide de cet instrument nous indiquent des variations périodiques dans les distances au zénith qui, en suivant la période annuelle, ne peuvent être expliquées ni par l'aberration, ni par la nutation solaire: alors il est certain que la cause de ces variations ne peut se trouver dans l'instrument lui-même. Il ne s'ensuit bien pas encore, que dans ce cas il faut attribuer ces variations uniquement à la parallaxe, même si elles suivent la loi de la parallaxe en déclinaison. Car il reste la possibilité que, malgré l'égalisation de la température intérieure et extérieure, il existe dans la réfraction des membres inconnus jusqu'à présent, et dont la valeur se trouve dans une relation quelconque avec la saison, comme nous l'avons déjà indiqué p. 4. Nous savons, que les réfractions terrestres présentent de telles anomalies, et qu'elles sont p. e., pour des élévations peu considérables au dessus du sol, plus grandes le matin et le soir que sur le midi, abstraction faite de l'influence des températures. Cette considération nous engage en tout cas à exclure, pour la recherche des parallaxes, toutes les étoiles qui ont une distance au zénith considérable, vu qu'il se peut que, dans celles-ci, les incertitudes de la réfraction surpassent en grandeur les parallaxes cherchées.

Les étoiles que j'ai observées en 1842 et 1843, dans l'intention d'en déterminer les parallaxes, sont les suivantes: α Ursae minoris, α Aurigae, ι Ursae majoris, Arcturus, α Lyrae, α Cygni, 61 Cygni, et l'étoile 1830 du catalogue de Groombridge, dont le mouvement propre, plus grand même que celui de 61 Cygni, a été indiqué par M. Argelander.

Avant de donner les résultats des observations, il sera nécessaire d'exposer les méthodes que j'ai suivies dans la rectification, dans l'emploi de l'instrument, et dans les réductions des observations.

§ 36. Rectification des axes de rotation et de l'axe optique. Inclinaison du fil horizontal.

La rectification de l'instrument commence par la correction de l'angle entre les deux axes principaux de rotation, l'un vertical, l'autre horizontal. Cette correction s'exécute avec l'exactitude d'une seconde en arc, à l'aide du grand niveau placé avec ses pieds à angles droits sur les tourillons de l'axe horizontal. Une fois faite, cette rectification a été presque absolument invariable pendant les 15 mois de mes observations.

La collimation de l'axe optique qui doit faire un angle droit avec l'axe de rotation horizontal, a été corrigée dans la position horizontale de la lunette, à l'aide de deux collimateurs, établis au Sud et au Nord de l'instrument sur des piliers solides, les axes optiques de ces deux collimateurs étant dirigés l'un exactement sur l'autre.

Le fil qui servait à la bissection de l'étoile, doit avoir la direction horizontale, c. à d. parallèle à l'axe horizontal de rotation. Pour l'ajuster préalablement, j'ai dirigé la lunette vers l'un des collimateurs, dans le foyer duquel il y avait une croix formée par l'intersection de deux fils, inclinés chacun de 15° sur l'horizon. Ce point d'intersection devait paraître glisser le long du fil horizontal par un mouvement de l'instrument sur l'axe vertical. Pour atteindre, dans cette rectification, une exactitude encore plus grande, j'ai observé encore les indications des microscopes sur le cercle divisé, en pointant sur l'intersection de la croix une fois avec le point du milieu du fil horizontal, et deux autres fois avec deux points de ce fil qui se trouvaient, des deux côtés, à la distance égale de 10 minutes en arc, et tout près des endroits où le fil horizontal sort de son petit cadre métallique. Cette observation triple donnait l'inclinaison du fil par la comparaison des observations extrêmes, et la flexion du fil, si elle existait, par la comparaison de l'observation du milieu aux deux observations extrêmes. L'inclinaison étant connue, il était possible de corriger la distance au zénith mesurée, en cas que les deux observations correspondantes n'étaient pas faites sur le même point physique du fil horizontal. Il faut aussi considérer l'erreur de l'axe optique produite par la distance entre le lieu du fil employé et le point du milieu, et en calculer l'influence sur l'observation. Pour ces deux buts, il y a dans le foyer quatre fils verticaux qui forment trois intervalles, chacun d'une minute en arc de grandeur. Le point du fil horizontal qui se trouve à égales distances des deux fils intérieurs, détermine proprement l'axe optique de l'instrument, et l'on voit que la distance de chaque autre point du fil horizontal, employé à la bissection de l'étoile, peut être estimée à l'aide des 4 fils verticaux. Je remarque encore que les cas, où j'ai dû tenir compte de l'inclinaison du fil, n'ont été qu'exceptionnels.

La position de l'axe vertical dans le sens de l'Est à l'Ouest n'était sujette qu'à des variations très petites. Elle fut cependant corrigée chaque fois qu'il était nécessaire.

§ 37. Grossissement employé. Bissection de l'étoile. Mouvements gros et micrométriques de l'instrument. Observations quadruples, triples et doubles, dans les deux positions du limbe. Angles horaires. Instruments météorologiques.

Je me suis servi toujours, dans mes observations, d'un grossissement de 215 fois, et, comme il a déjà été indiqué, j'ai observé la bissection de l'étoile par le fil horizontal, observation qui me paraît tant soit peu plus exacte que celle de l'étoile placée au milieu entre deux fils parallèles. La bissection elle-même a été observée de sorte, qu'ayant placé le fil tout près de l'étoile, j'attendais le moment où l'étoile, par son changement de hauteur, parvint à la bissection exacte.

Les mouvements gros de l'instrument ont été exécutés sans toucher ni la lunette, ni el cercle divisé, ni le porte-microscopes. Le mouvement horizontal se fit toujours en sai-

sissant une boule d'ivoire fixée à l'extrémité du lit opposée au cercle. Le mouvement vertical à l'aide de 4 bras joints à l'extrémité opposée de l'axe horizontal.

Dans les deux observations combinées (le cercle en Est et en Ouest), la vis micrométrique a été toujours mue finalement dans le même sens.

Après avoir pointé l'étoile, j'ai lu chaque fois le niveau fixé au corps du porte-microscopes. Ce niveau est couvert de glaces, pour diminuer l'action de la chaleur sur le niveau. En outre, j'ai pris la précaution de commencer la lecture du niveau toujours par le même bout.

La lecture du niveau était suivie de celle des 4 microscopes qui donnent les subdivisions. Pour chaque microscope, j'ai fait deux lectures, en pointant les deux traits de division entre lesquelles le zéro du micromètre tombait. Par ce moyen, la subdivision devient indépendante des variations dans la valeur absolue des révolutions des micromètres.

Quant à l'étoile polaire, c'était la règle de faire, à chaque passage, 4 observations dans l'ordre EOOE ou OEEO, en désignant par E et O les observations faites le cercle à l'Est ou à l'Ouest. Il y a cependant des passages où j'ai fait seulement trois observations EOE ou OEO, et un très petit nombre où j'étais réduit aux trois observations EOO ou OEE, la quatrième observation étant perdue par les nuages. Enfin, pendant le court espace depuis le 7 Mai jusqu'au 3 Juin 1842, les observations de l'étoile polaire sont doubles, c. à d. EO ou OE. Pour les autres étoiles, j'ai toujours fait une observation double EO ou OE.

Il est clair que, dans le cas de 4 observations arrangées EOOE ou OEEO, les changements dans l'instrument qui sont proportionnels au temps, s'éliminent parfaitement. Le même effet a lieu dans l'arrangement EOE ou OEO. Quant aux observations doubles, l'élimination n'a pas lieu; mais le changement de l'instrument ne peut être que très petit pendant la courte durée des observations, et j'en ai détruit l'effet en observant alternativement OE et EO, d'un jour à l'autre.

L'observation dans les deux positions de l'instrument rend encore la distance zénithale indépendante de toute imperfection de l'objectif, qui produit une distorsion de l'image. Cette circonstance est importante pour la comparaison des observations, surtout d'une étoile brillante, faites dans les différentes saisons tantôt pendant le jour, tantôt pendant la nuit.

Les pointages de la Polaire ne s'écartent jamais de la culmination plus de 32 minutes de temps. En général j'ai employé 30 minutes pour faire une observation de quatre pointages, et 15 minutes pour faire une observation double de cette étoile. Pour les autres étoiles, le premier pointage se fait à l'ordinaire 4 à 5 minutes avant la culmination, et l'autre autant de minutes après la culmination. D'ailleurs, j'ai eu soin d'avoir, dans les deux positions, deux angles horaires égaux autant que possible, pour éviter, dans les réductions, l'influence d'une petite erreur dans le temps de la culmination de l'étoile.

Nous avons déjà indiqué plus haut, que la flexion du tube peut être éliminée, dans cet instrument, par la transposition de l'objectif et de l'oculaire aux extrémités du tube. Cette transposition se fit par périodes, déterminées chaque fois par 8 observations ache-

vées du Soleil. Il est bien entendu qu'à l'occasion de chaque transposition, la rectification complète du réticule fut répétée.

Le baromètre et le thermomètre ont été lus au commencement et à la fin de chaque observation. Quant à ces instruments météorologiques, il faut mentionner ici que les corrections en ont été reconnues avec le plus grand soin.

§ 38. Précautions à prendre, par rapport à la tension des rayons du cercle chercheur.

Dans le courant des observations, une qualité de l'instrument se manifestait, qui réclamait une précaution particulière, dans l'usage de l'instrument. Quand on donne au cercle un mouvement autour de l'axe horizontal, à l'aide de la vis micrométrique qui agit sur le cercle chercheur, fixé à l'extrémité de l'axe: une tension des rayons de ce cercle a lieu par suite de la friction de l'axe dans ses coussinets. Dans cet état de l'instrument, la moindre secousse, produite par un coup de vent, ou par les vibrations minimes du terrain, quand p. e. une voiture passe près de l'observatoire, provoque un petit saut du cercle divisé et le dérange relativement au porte-microscopes, ordinairement de 0,5 à 2 secondes. Je n'ai fait cette remarque que quelques semaines après le commencement des observations, et probablement cette qualité de l'instrument explique, pourquoi quelques-unes des premières observations donnent des écarts un peu plus forts. Depuis, les perturbations de cette nature ont été évitées avec le plus grand soin, et plus tard j'ai trouvé un moyen de les rendre impossibles.

§ 39. Distance du zéro du microscope au trait voisin de division. Irrégularités des vis. Corrections des indications que donne le tambour d'un microscope. Table de corrections, pour les 4 microscopes.

La distance au zénith se détermine à l'aide de l'arc compris entre les deux points du limbe, sur lesquels est pointé le même microscope, dans les deux observations correspondantes de l'étoile. L'emploi des quatre microscopes élimine l'effet de l'excentricité et augmente l'exactitude du résultat. Il s'agit maintenant, dans la lecture microscopique, de déterminer la distance du point du limbe que pointe le zéro du micromètre, au trait de division précédent, et cette distance doit être exprimée en vraies secondes du grand cercle. Il faut déterminer, en outre, la vraie relation des traits de division avec lesquels le zéro du micromètre est comparé successivement, dans les observations homologues d'une même étoile, par l'effet de la précession etc. et des angles horaires. C'est ainsi que toutes les distances au zénith d'une étoile pourront se rapporter, pour chaque microscope, à l'arc compris entre les mêmes deux traits de division.

Pour trouver la distance du zéro du microscope au trait de division précédent, à l'aide des deux lectures du micromètre, dirigé une fois sur le trait précédent, l'autre fois sur le trait suivant, j'ai supposé préalablement la distance des deux traits = 120 secon-

des. Si maintenant le tambour du micromètre donne p, pour la coïncidence du micromètre avec le trait précédent, et q pour la coïncidence avec le trait suivant, alors ces 120 secondes sont $= 120 + p - q$ divisions du tambour, et la distance du zéro du micromètre au trait de division précédent est exprimée par

$$p \text{ divisions du tambour} = \frac{120}{120+p-q} \cdot p \text{ secondes} = p'.$$

Ce nombre de secondes exige maintenant encore deux corrections qui dépendent, l'une des inégalités de la vis, l'autre de la différence entre la distance des deux traits de division et 120 secondes vraies.

Le microscope porte dans son foyer deux fils parallèles aux traits de division voisins, et l'observation se fait en plaçant le milieu des deux fils en coïncidence avec les traits de division. Je me suis servi de la distance de ces deux fils, qui est à peu près de 14 secondes entre les milieux des fils, à la recherche des inégalités de la vis. Chaque fil du micromètre étant plus mince qu'un trait quelconque de division, je pouvais observer la bissection exacte du trait par le fil. Par des mouvements alternants des fils et du limbe, la distance des fils fut mesurée sur des arcs successifs du tambour, depuis zéro jusqu'au delà de $+120''$. Après avoir achevé cette opération dans une direction, je la répétais par le mouvement opposé du tambour. Plus tard, la même recherche a été faite pour les arcs du tambour depuis 0 jusqu'au delà de $-120''$.

Soit donc la distance des fils dans le microscope $= a$, et $\frac{120}{a} = n$. Les mesures successives donnaient, en partant du zéro du micromètre, les valeurs suivantes des distances:

depuis	0	jusqu'à $+a$	$= a'$	divisions du tambour
«	a	« $2a$	$= a''$	«
«	$2a$	« $3a$	$= a'''$	«
	⋮	⋮	⋮	
«	$(n-1)a$	« $na (= 120)$	$= a^{(n)}$	«

et de l'autre côté, en partant de -120:

depuis	$-120 = (0)$	jusqu'à (a)	$= b'$	divisions du tambour
«	(a)	« $(2a)$	$= b''$	«
«	$(2a)$	« $(3a)$	$= b'''$	«
	⋮	⋮	⋮	
«	$[(n-1)a]$	« $[(na) = 0]$	$= b^{(n)}$	«

Pour avoir na exactement $= 120$, je me servis de l'interpolation.

A ces données il faut ajouter l'équation entre les deux révolutions positives et négatives du tambour, qui se trouve par des mesures alternantes du même intervalle entre deux traits de division. Si ces mesures nous donnent que les 120 divisions positives du

tambour sont équivalentes aux 120 $+2c$ divisions négatives du tambour, et si nous mettons

$$\frac{a'+a''+a'''+\ldots+a^{(n)}}{n}=\alpha,\quad \frac{b'+b''+b'''+\ldots+b^{(n)}}{n}=\beta,$$

nous aurons les corrections suivantes à appliquer aux indications du côté positif:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Indication du tambour.} & \text{Correction.} \\
0 & 0 \\
a & \frac{1}{n}c+\alpha-a' \\
2a & \frac{2}{n}c+2\alpha-a'-a'' \\
\vdots & \vdots \\
na\,(=120) & c
\end{array}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

et du côté négatif:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Indication du tambour.} & \text{Correction.} \\
-120=(0) & c \\
(a) & \frac{n-1}{n}c+\beta-b' \\
(2a) & \frac{n\ \ 2}{n}c+2\beta-b'-b'' \\
\vdots & \vdots \\
0=(na) & 0
\end{array}\right\}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

En désignant maintenant, pour les deux lectures p et q, dont l'une du côté positif, et l'autre du côté négatif, les corrections données par les formules (1) et (2) par Δp et Δq, nous aurons pour p' $\left(=\frac{120}{120+p-q}p\right)$

$$\text{la correction totale } \Delta p' \doteq \frac{120-p}{120}\Delta p+\frac{p}{120}\Delta q.$$

Dans cette formule les puissances au dessus de la première et les produits de Δp, Δq et $\frac{p-q}{120}$ ont été négligés, comme évanouissants. Si l'on substitue, dans cette valeur de $\Delta p'$, les valeurs successives de Δp et Δq des formules (1) et (2), on parvient aux corrections suivantes:

$$\left.\begin{array}{ll}
\text{Indications du tambour.} & \text{Corrections de } p',\ =\Delta p'. \\
0 & 0 \\
a & 2\frac{1}{n}\,\frac{n-1}{n}\,c+\frac{n-1}{n}(\alpha-a')+\frac{1}{n}(\beta-b') \\
2a & 2\frac{2}{n}\,\frac{n-2}{n}\,c+\frac{n-2}{n}(2\alpha-a'-a'')+\frac{2}{n}(2\beta-b'-b'') \\
3a & 2\frac{3}{n}\,\frac{n-3}{n}\,c+\frac{n-3}{n}(3\alpha-a'-a''-a''')+\frac{3}{n}(3\beta-b'-b''-b''') \\
\vdots & \vdots \\
na & 0
\end{array}\right\}\quad\ldots\ldots(3)$$

Les quantités a', a'', a''', ...; b', b'', b''', ..., données par l'observation, jouissent de la même précision. En leur attribuant donc l'erreur probable f, et à $2c$ l'erreur probable $2f'$, nous aurons, pour la correction $\Delta p'$, d'une indication quelconque du micromètre $= ma$,

$$\text{l'erreur probable} = \frac{\sqrt{(n-m)m}\,\sqrt{4m(n-m)f'^2 + n[(n-m)^2+m^2]f^2}}{n^2}.$$

Cette erreur disparaît pour $m=0$, et $m=n$, et devient un maximum pour $m=\frac{1}{2}n$. Dans ce dernier cas, elle atteint la valeur

$$\tfrac{1}{2}\sqrt{f'^2 + \tfrac{1}{2}nf^2}.$$

La table des corrections que je donne plus bas, est basée sur 8 mesures indépendantes des quantités a', a'', ..; b', b'', ... et $2c$. L'erreur probable de la moyenne de ces 8 mesures est la même pour toutes ces quantités, savoir 0",045. Par là, nous avons pour l'indication $\frac{1}{2}\,na = 60''$,

$$\text{l'erreur probable de la correction } \Delta p', = 0'',023\sqrt{\tfrac{1}{4}+\tfrac{1}{2}n}.$$

Or n ayant, dans les 4 microscopes, les valeurs 11,4; 7,6; 7,6 et 8,3, nous avons les quatre maxima de l'erreur probable

0",055; 0",045; 0",045; 0",047.

Pour la moyenne des 4 microscopes, ce maximum se réduit à 0",024.

Pour une distance au zénith, déduite par deux observations, EO ou OE, dans lesquelles le micromètre avait deux indications, la plus petite ma, et la plus grande $m'a$, nous aurons pour l'erreur probable produite par les corrections de la vis, la formule suivante:

$$\frac{f}{2n^2}\sqrt{\Big[mn(n-m)[(n-m)^2+m^2] + m'n(n-m')[(n-m')^2+m'^2]}$$
$$\overline{-2m\,n-m')(n+2m'-2m)[(n-m)(n-m')+mm'] + 4[m(n-m)-m'(n-m')]^2\cdot\frac{f'^2}{f^2}\Big]}.$$

Cette erreur disparaît pour $m=m'$. En considérant que m et m' sont toujours positifs et plus petits que n, l'erreur probable parvient à son maximum, pour les indications correspondantes 0 ou an d'un côté, et $\frac{1}{2}an$ de l'autre côté, et parvient à la valeur

$$\tfrac{1}{4}f\sqrt{\left(\frac{f'^2}{f^2}+\tfrac{1}{2}n\right)}.$$

Donc l'erreur probable d'une distance au zénith, en tant qu'elle dépend des corrections trouvées de la vis, ne peut point dépasser 0",012, et elle reste en général en dedans de 0",01.

Table I, des corrections pour les indications des microscopes.

Indication du microsc., $p =$	Corrections micr. I.	micr. II.	micr. III.	micr. IV.
0″	0″,00	0″,00	0″,00	0″,00
10	−0,22	−0,08	+0,03	+0,07
20	−0,20	−0,13	+0,07	+0,04
30	−0,17	−0,04	−0,05	−0,09
40	+0,01	+0,09	−0,19	−0,22
50	+0,13	+0,12	−0,24	−0,27
60	+0,04	+0,07	−0,20	−0,14
70	−0,11	−0,10	−0,10	−0,12
80	−0,18	−0,19	0,00	−0,25
90	−0,15	−0,16	+0,09	−0,35
100	−0,03	−0,04	+0,11	−0,34
110	+0,11	−0,01	+0,07	−0,27
120	0,00	0,00	0,00	0,00.

§ 40. Examen des intervalles entre les traits voisins de division. Table. Erreur probable du pointage sur le trait. Valeur probable de l'erreur accidentelle de division.

Pour déterminer les intervalles entre les traits de division voisins et employés dans les différentes observations homologues d'une étoile, j'ai comparé chaque intervalle à 72 autres intervalles, symétriquement distribués sur le limbe. Pour indiquer la marche que j'ai prise dans cette recherche, je choisis l'examen des traits qui ont concouru dans les observations de l'étoile polaire.

D'abord, j'ai déterminé la valeur de deux révolutions des 4 micromètres, en mesurant, avec chaque microscope, six intervalles des deux traits voisins, pour lesquels l'index du cercle chercheur indiquait successivement 0°, 60°, 120°, ... 300°. Puis j'ai mesuré, dans chaque microscope, deux fois de suite, les trois intervalles voisins, employés dans le passage supérieur de la Polaire, et puis les trois intervalles employés pour les passages inférieurs; le cercle étant à l'Est. Ensuite, j'ai répété la détermination de la valeur des micromètres en employant six autres intervalles, correspondants à l'index placé sur 30°, 90°, ... 330°. En supposant que la moyenne des 12 intervalles de comparaison était = 120″, je reçus à l'aide de cette opération une première valeur des intervalles à examiner. J'ai refait la même opération 5 fois, en employant toujours d'autres intervalles de comparaison, mais qui étaient tous symétriquement disposés sur le limbe. La même méthode a été employée pour l'examen des traits de division qui concouraient dans l'autre position du cercle, les intervalles de comparaison étant ici à $2\frac{1}{2}$ degrés de distance des intervalles antérieurs.

Les six différentes valeurs de chaque intervalle à examiner, obtenues par cette voie, étaient parfaitement indépendantes entre elles, et conduisaient à l'erreur probable = 0",068 de leur moyenne. Tous les intervalles ayant été mesurés deux fois de suite, la comparaison de ce grand nombre de couples de valeurs donnait, pour le pointage d'un microscope sur le trait, l'erreur probable = 0",098. (Pour l'uniformité, tous les pointages avaient été faits à la lumière d'une lampe.) J'ai comparé enfin les valeurs isolées des 12 intervalles de comparaison, dans chaque série, à leur moyenne, et je suis parvenu, en employant toutes les douze séries, à la connaissance de l'erreur probable d'un intervalle = 0",398. Cette erreur probable est le produit de deux erreurs accidentelles de division, et de deux erreurs de pointage. En désignant donc par x la valeur probable de l'erreur accidentelle de division d'un trait quelconque, nous avons l'équation:

$$0{,}398^2 = 2x^2 + 2.0{,}098^2,$$

qui donne

$$x = 0{,}''264.$$

Pour les autres étoiles, la recherche a été faite exactement par la même voie, à cette exception seulement, que pour chaque étoile j'ai choisi d'autres intervalles de comparaison.

Je donne maintenant les valeurs définitives des différents intervalles employés dans les observations des 8 étoiles, séparément pour les 4 microscopes.

Table II, des intervalles entre les traits voisins du limbe.

1) La Polaire.

Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. I de l'objectif.	Microscopes pour la posit. I de l'obj. I. / Microscopes pour la posit. II de l'obj. IV.	II. / III.	III. / II.	IV. / I.	Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. II de l'objectif.	
28°40' à 42'	120",398	120",853	119",876	120",565	208°40' à 42'	Culm. sup. Cercle en Est.
28 42 « 44	120,034	119,944	120,917	119,415	208 42 « 44	
28 44 « 46	121,079	120,488	119,992	119,348	208 44 « 46	
331 16 « 18	121,489	119,896	121,356	120,769	151 16 « 18	Culm. sup. Cercle en Ouest.
331 18 « 20	119,510	119,422	119,597	119,198	151 18 « 20	
331 20 « 22	121,580	119,701	121,076	119,769	151 20 « 22	
31 42 « 44	119,867	119,963	120,796	120,623	211 42 « 44	Culm. inf. Cercle en Est.
31 44 « 46	121,104	120,805	120,380	119,090	211 44 « 46	
31 46 « 48	119,404	119,076	119,346	118,648	211 46 « 48	
328 14 « 16	120,318	120,401	119,818	119,744	148 14 « 16	Culm. inf. Cercle en Ouest.
328 16 « 18	120,597	119,305	120,793	121,324	148 16 « 18	
328 18 « 20	119,760	119,134	119,818	118,719	148 18 « 20	

2) α Aurigae.

Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. I de l'objectif.	Microscopes pour la posit. I de l'obj. I. / Microscopes pour la posit. II de l'obj. IV.	II. / III.	III. / II.	IV. / I.	Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. II de l'objectif.	
13°54′ à 56′	119″,376	118″,984	119″,194	119″,506	193°54′ à 56′	Cercle en Ouest.
13 56 « 58	122,217	120,859	121,819	120,331	193 56 « 58	
13 58 « 60	119,263	120,113	118,844	119,277	193 58 « 60	
14 0 « 2	120,392	119,817	119,540	119,323	194 0 « 2	
345 58 « 60	119,934	119,459	119,306	119,215	165 58 « 60	Cercle en Est.
346 0 « 2	120,313	119,701	120,419	118,923	166 0 « 2	
346 2 « 4	119,701	118,651	119,281	119,452	166 2 « 4	
346 4 « 6	120,692	120,751	120,119	120,144	166 4 « 6	

3) ι Ursae majoris.

11 6 « 8	119,453	119,349	119,840	119,087	191 6 « 8	Cercle en Ouest.
11 8 « 10	121,815	120,678	120,094	119,987	191 8 « 10	
11 10 « 12	118,978	119,849	120,869	119,487	191 10 « 12	
348 50 « 52	119,215	118,770	119,031	118,920	168 50 « 52	Cercle en Est.
348 52 « 54	121,899	120,970	120,840	120,537	168 52 « 54	

4) Groombridge N° 1830.

20 54 « 56	119,660	119,945	119,814	119,003	200 54 « 56	Cercle en Ouest.
20 56 « 58	121,973	121,108	120,847	120,699	200 56 « 58	
20 58 « 60	119,244	119,437	119,668	118,753	200 58 « 60	
339 2 « 4	118,969	119,199	119,776	119,690	159 2 « 4	Cercle en Est.
339 4 « 6	121,244	120,562	120,585	120,557	159 4 « 6	

5) α Bootis.

39 44 « 46	120,799	120,519	119,960	119,789	219 44 « 46	Cercle en Ouest.
39 46 « 48	119,678	118,928	119,168	118,764	219 46 « 48	
320 12 « 14	120,570	119,794	119,397	119,514	140 12 « 14	Cercle en Est.
320 14 « 16	119,370	119,378	120,189	119,647	140 14 « 16	
320 16 « 18	120,257	120,257	120,672	120,085	140 16 « 18	

6) α Lyrae.

Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. I de l'objectif.	Microscopes pour la posit. I de l'obj. I. / Microscopes pour la posit. II de l'obj. IV.	II. / III.	III. / II.	IV. / I.	Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. II de l'objectif.	
338°46′ à 48′	119″,701	118″,513	118″,688	119″,457	158°46′ à 48′	Cercle en Ouest.
338 48 « 50	120,581	119,860	119,656	119,913	158 48 « 50	
338 50 « 52	119,098	118,476	119,563	118,835	158 50 « 52	
338 52 « 54	121,330	120,651	121,737	120,955	158 52 « 54	
21 6 « 8	119,923	118,941	119,721	118,338	201 6 « 8	Cercle en Est.
21 8 « 10	120,833	120,223	120,930	120,734	201 8 « 10	
21 10 « 12	120,257	120,405	120,343	119,826	201 10 « 12	
21 12 « 14	119,076	120,245	120,084	118,868	201 12 « 14	

7) α Cygni.

15 2 « 4	119,627	119,868	120,097	119,820	195 2 « 4	Cercle en Ouest.
15 4 « 6	120,527	120,218	120,359	119,045	195 4 « 6	
15 6 « 8	120,289	119,247	118,913	119,129	195 6 « 8	
344 54 « 56	120,889	118,834	120,626	119,341	164 54 « 56	Cercle en Est.
344 56 « 58	120,394	120,101	120,613	121,037	164 56 « 58	

8) 61 Cygni.

21 46 « 48	119,912	119,346	119,836	119,026	201 46 « 48	Cercle en Ouest.
21 48 « 50	120,558	120,388	120,269	120,188	201 48 « 50	
21 50 « 52	118,749	118,613	119,461	118,605	201 50 « 52	
338 10 « 12	120,345	119,780	119,986	119,634	158 10 « 12	Cercle en Est.
338 12 « 14	120,016	119,413	120,078	119,642	158 12 « 14.	

§ 11. Indications des microscopes, exprimées en vraies secondes. Erreur probable de cette expression.

A l'aide de la table précédente et de celle qui donne les corrections relatives aux inégalités de la vis, j'étais maintenant en état de déterminer, dans chaque observation et pour chaque micromètre, la distance du zéro du micromètre au trait de division précédent, distance qui devait être exprimée en vraies secondes.

Désignons par p'' cette distance cherchée, nous aurons

$$p'' = \frac{p'}{120}(120 + A) + B,$$

$120+A$ est la vraie distance des deux traits voisins donnée dans la table II (p. 76), et B la correction de la vis donnée dans la table I (p. 75).

Il s'agit maintenant de déterminer l'erreur probable ε'' de p'', en tant qu'elle dépend de l'erreur probable ε, du pointage sur les traits de division. Cette erreur ε est $=0'',098$ pour les observations de nuit, et $0'',090$ pour les observations de jour. Je prendrai dorénavant une valeur moyenne $=0'',094$. Nous aurons donc, en négligeant les termes du second ordre,

$$\varepsilon''=\varepsilon\sqrt{1-\frac{2p}{120}+\frac{2p^2}{120^2}}.$$

Cette expression a son minimum $=0'',066$, pour $p=60''$, et son maximum $=0'',094$ pour $p=0$ ou $120''$. Pour une distance au zénith déterminée par les deux observations correspondantes, en employant 4 microscopes, ces deux valeurs extr mes se réduisent à $0'',024$ et $0'',033$. Or si l'erreur probable d'une distance au zénith, produite par le concours des autres sources d'erreurs, s'élève à peu près à $0'',2$, nous voyons que la petite différence dans les exactitudes des lectures disparaît pour le résultat; car

$$\sqrt{0'',2^2+0'',024^2}=0'',202, \text{ et}$$

$$\sqrt{0'',2^2+0'',033^2}=0'',203.$$

§ 42. Compensation des différents traits de division de chaque groupe employé dans l'observation d'une étoile. Avantage qui provient de cette compensation, pour la détermination de la latitude et des déclinaisons.

Les différences entre 120 secondes et les chiffres de la table II p. 76, doivent être regardées comme produites par les erreurs accidentelles qui ont lieu dans les traits de division de chaque groupe. On peut donc déterminer les valeurs les plus probables de ces erreurs accidentelles de division, pour chaque groupe. En effet, en désignant les traits successifs d'un groupe par a', a'', a''', ... $a^{(n)}$, où a' appartient au plus petit chiffre de l'index, et en mettant les intervalles successifs

$$a''-a'=120''+\alpha',\ a'''-a''=120''+\alpha'', \ldots,$$

et les erreurs accidentelles de division, dans les traits a', a'', ..., par b', b'', ..., nous aurons à remplir la condition que

$$b'^2+b''^2+b'''^2+\ldots+{b^{(n)}}^2 \text{ devienne un minimum.}$$

Nous aurons donc

$$\begin{aligned}
b' &= -\frac{\alpha^{(n-1)}+2\alpha^{(n-2)}+3\alpha^{(n-3)}+\ldots(n-1)\alpha'}{n}\\
b'' &= b'+\alpha'\\
b''' &= b''+\alpha''\\
&\vdots\\
b^{(n)} &= b^{(n-1)}+\alpha^{(n-1)}
\end{aligned}$$

Les valeurs de tous les b que j'ai trouvées de cette manière, sont réunies dans la table suivante:

Table III, contenant les corrections b des traits de division.

1) La Polaire.

Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. I de l'objectif.	Microscopes pour la posit. I de l'obj. I. / Microscopes pour la posit. II de l'obj. IV.	II. / III	III. / II.	III. / I.	Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. II de l'objectif.	
28° 40′	−0″,59	−0″,73	−0″,36	+0″,03	208° 40′	Culm. sup. Cercle en Est.
28 42	−0,19	+0,12	−0,49	+0,60	208 42	
28 44	−0,15	+0,06	+0,43	+0,01	208 44	
28 46	+0,93	+0,55	+0,42	−0,64	208 46	
331 16	−0,30	−0,14	−0,62	+0,33	151 16	Culm. sup. Cercle en Ouest.
331 18	−0,44	−0,18	+0,17	+0,95	151 18	
331 20	+0,67	+0,62	+0,55	+0,04	151 20	
331 22	+0,07	−0,30	−0,10	−1,31	151 22	
31 42	−1,27	+0,44	−1,09	−0,12	211 42	Culm. inf. Cercle en Est.
31 44	+0,22	+0,34	+0,27	+0,65	211 44	
31 46	−0,27	−0,24	−0,13	−0,15	211 46	
31 48	+1,31	−0,54	+0,94	−0,38	211 48	
328 14	−0,48	+0,26	−0,21	−0,15	148 14	Culm. inf. Cercle en Ouest.
328 16	−0,16	+0,66	−0,40	−0,41	148 16	
328 18	+0,44	−0,03	+0,40	+0,92	148 18	
328 20	+0,20	−0,90	+0,22	−0,36	148 20	

2) α Aurigae.

Posit. I	I. / IV.	II. / III	III. / II.	III. / I.	Posit. II	
13 54	−0,62	+0,29	+0,11	+0,62	193 54	Cercle en Ouest.
13 56	−1,24	−0,73	−0,70	+0,13	193 56	
13 58	+0,98	+0,13	+1,12	+0,46	193 58	
14 0	+0,24	+0,25	−0,04	−0,27	194 0	
14 2	+0,63	+0,06	−0,50	−0,94	194 2	
345 58	−0,15	+1,00	+0,57	+1,47	165 58	Cercle en Est.
346 0	−0,22	+0,46	−0,13	+0,68	166 0	
346 2	+0,09	+0,16	+0,29	−0,40	166 2	
346 4	−0,21	−1,19	−0,43	−0,95	166 4	
346 6	+0,49	−0,44	−0,31	−0,80	166 6	

3) ι Ursae majoris.

Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. I de l'objectif.	Microscopes pour la posit. I de l'obj. I. / Microscopes pour la posit. II de l'obj. IV.	II. / III.	III. / II.	IV. / I.	Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. II de l'objectif.	
11° 6′	−0″,24	+0″,19	−0″,14	+0″,82	191° 6′	Cercle en Ouest.
11 8	−0,79	−0,46	−0,30	−0,09	191 8	
11 10	+1,03	+0,21	−0,21	−0,11	191 10	
11 12	0,00	+0,06	+0,66	−0,62	191 12	
348 50	−0,11	+0,50	+0,37	+0,54	168 50	Cercle en Est.
348 52	−0,90	−0,73	−0,60	−0,54	168 52	
348 54	+1,00	+0,24	+0,24	0,00	168 54	

4) Groombridge N° 1830.

20 54	−0,54	−0,37	−0,20	+0,71	200 54	Cercle en Ouest.
20 56	−0,88	−0,43	−0,39	−0,29	200 56	
20 58	+1,09	+0,68	+0,46	+0,41	200 58	
21 0	+0,33	+0,12	+0,13	−0,84	201 0	
339 2	+0,27	+0,35	−0,05	+0,02	159 2	Cercle en Est.
339 4	−0,76	−0,45	−0,27	−0,29	159 4	
339 6	+0,49	+0,11	+0,32	+0,27	159 6	

5) α Bootis.

39 44	−0,43	+0,01	+0,30	+0,55	219 44	Cercle en Ouest.
39 46	+0,37	+0,53	+0,26	+0,34	219 46	
39 48	+0,05	−0,54	−0,57	−0,90	219 48	
320 12	−0,18	+0,40	+0,19	+0,52	140 12	Cercle en Est.
320 14	+0,39	+0,20	−0,41	+0,03	140 14	
320 16	−0,24	−0,43	−0,22	−0,32	140 16	
320 18	+0,02	−0,17	+0,45	−0,23	140 18	

6) α Lyrae.

21 6	−0,36	+0,50	−0,49	+1,19	201 6	Cercle en Ouest.
21 8	−0,43	−0,56	−0,77	−0,48	201 8	
21 10	+0,40	−0,33	+0,16	+0,26	201 10	
21 12	+0,66	+0,07	+0,51	+0,08	201 12	
21 14	−0,27	+0,32	+0,59	−1,05	201 14	

α Lyrae (continuation).

Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. I de l'objectif.	Microscopes pour la posit. I de l'obj. I. / Microscopes pour la posit. II de l'obj. IV.	II. / III.	III. / II.	IV. / I.	Lieu de l'index du cercle chercheur. Posit. II de l'objectif.	
338° 46′	−0″,02	+1″,75	+1″,08	+0″,76	158° 46′	Cercle en Est.
338 48	−0,31	+0,27	−0,23	+0,22	158 48	
338 50	+0,27	+0,13	−0,57	+0,13	158 50	
338 52	−0,64	−1,40	−1,01	−1,03	158 52	
338 54	+0,70	−0,75	+0,73	−0,08	158 54	
			7) *α* Cygni.			
15 2	−0,06	+0,18	+0,02	+0,83	195 2	Cercle en Ouest.
15 4	−0,43	+0,05	+0,12	+0,65	195 4	
15 6	+0,10	+0,26	+0,48	−0,31	195 6	
15 8	+0,39	−0,49	−0,61	−1,18	195 8	
344 54	−0,72	+0,74	−0,62	+0,09	164 54	Cercle en Est.
344 56	+0,17	−0,42	0,00	−0,57	164 56	
344 58	+0,56	−0,32	+0,62	+0,47	164 58	
			8) 61 Cygni.			
21 46	+0,10	+0,64	+0,12	+0,99	201 46	Cercle en Ouest.
21 48	+0,01	−0,01	−0,04	+0,01	201 48	
21 50	+0,57	+0,38	+0,23	+0,20	201 50	
21 52	−0,68	−1,01	−0,31	−1,20	201 52	
338 10	−0,24	+0,34	−0,02	+0,36	158 10	Cercle en Est.
338 12	+0,11	+0,12	−0,03	0,00	158 12	
338 14	+0,13	−0,47	+0,05	−0,36	158 14.	

L'usage de cette table consiste en ce que l'expression de la distance du zéro du micromètre au trait précédent n'est plus à présent p'' (§ 41), mais $p''' = p'' + b$.

Il faut ajouter ici quelques mots sur la vraie signification des b. J'aurais pu, dans les observations homologues d'une étoile, rapporter toutes les indications d'un micromètre à un seul trait de division. A présent, je les ai rapportées, en introduisant les b, à la moyenne de plusieurs traits. L'une et l'autre méthode aurait donné absolument les mêmes valeurs des parallaxes, mais la seconde mène à une plus grande précision de la latitude et de la déclinaison; car cette précision ne dépend plus des erreurs accidentelles des traits isolés, mais plutôt de l'erreur moyenne accidentelle d'un nombre de traits. Il est clair, que, pour la détermination définitive de la latitude et des déclinaisons, il reste à déterminer les erreurs effectives de division de chaque groupe de traits combinés.

§ 43. Examen du niveau réuni au corps du porte-microscopes.

La valeur d'une division du niveau a été déterminée à l'aide du cercle vertical lui-même, sans toucher à la réunion du niveau à l'instrument. Ayant dirigé la lunette sur la croix du collimateur, et lu l'indication des microscopes et du niveau, je changeais la position de l'instrument d'un petit angle correspondant à 10 ou 12 divisions du niveau, à l'aide d'une des vis du trépied. Après avoir ramené la lunette sur la croix du collimateur, par un mouvement vertical du cercle, la lecture du niveau et des microscopes fut répétée. La comparaison du changement sur le niveau, et de la différence des deux lectures des microscopes donnaient la valeur d'une division du niveau, exprimée en secondes. C'est ainsi que j'ai obtenu les valeurs suivantes d'une demi-division du niveau $= n$.

	Thermomètre Réaumur $t=$	Longueur de la bulle $l=$	Valeur observée d'une demi-division $n=$	La formule donne $n=$
1844 Févr. 22 à 22 heure	$-20^\circ,9$	93,6	0",544	0",559
1844 Févr. 11 « 22 «	$-15,9$	85,7	0,532	0,524
1843 Mars 19 « $21\frac{3}{4}$ «	$-12,1$	79,6	0,533	0,504
1842 Janv. 8 « 22 «	$-11,6$	78,8	0,497	0,502
1843 Mars 7 « $21\frac{1}{2}$ «	$-8,3$	73,6	0,482	0,489
1842 Janv. 3 « 22 «	$-8,2$	73,4	0,486	0,489
1842 Avril 28 « 21 «	0,0	60,4	0,485	0,475
1842 Mai 10 « $18\frac{1}{2}$ «	$+4,1$	53,9	0,450	0,477
1842 Sept. 26 « $4\frac{1}{2}$ «	$+4,8$	52,9	0,503	0,478
1842 Mai 7 « 19 «	$+7,2$	49,0	0,440	0,482
1842 Mai 10 « $6\frac{1}{2}$ «	$+10,1$	44,4	0,508	0,490
1842 Mai 9 « $4\frac{1}{2}$ «	$+10,5$	43,8	0,471	0,492
1842 Juill. 21 « $21\frac{1}{2}$ «	$+11,5$	42,2	0,463	0,496
1842 Mai 5 « 7 «	$+13,4$	39,2	0,548	0,504
1842 Mai 14 « 5 «	$+14,8$	36,9	0,543	0,510
1842 Juill. 7 « 5 «	$+19,8$	29,1	0,533	0,540
1842 Juin 5 « 5 «	$+19,9$	28,8	0,564	0,541
1843 Juin 4 « $1\frac{1}{4}$ «	$+20,3$	28,2	0,508	0,544
1842 Juin 9 « $5\frac{1}{2}$ «	$+21,4$	26,5	0,555	0,551.

J'ai donné à côté des valeurs observées de n, les longueurs l de la bulle d'air également observées. Par une autre série de comparaisons, j'ai évalué la relation suivante entre la longueur de la bulle $= l$, et l'indication du thermomètre Réaumur $= t$:

$$t = 0^\circ,6308\ (60,417 - l).$$

On voit que la longueur de la bulle varie de 1,622 divisions pour chaque degré du thermomètre. D'après cette formule les t du tableau ont été calculés. Les mêmes comparaisons ont démontré en outre, que la longueur de la bulle est restée absolument invaria-

ble, pour la même température, pendant la durée des observations sur les parallaxes, et même jusqu'à l'époque actuelle. Par conséquent, le niveau n'a été sujet à aucune évaporation pendant six années consécutives. La comparaison des n et des l de notre tableau donne, par l'emploi des moindres carrés, la relation suivante:

$$n = 0\overset{\prime\prime}{,}481 - 0\overset{\prime\prime}{,}00133\,(l-50) + 0\overset{\prime\prime}{,}0000715\,(l-50)^2.$$

Cette formule fournit entre les limites des observations les valeurs suivantes:

Therm. Réaum.	$l=$	$n=$
$-18\overset{\circ}{,}6$	90	$0\overset{\prime\prime}{,}542$
$-12,3$	80	0,505
$-\ 6,0$	70	0,483
$+\ 0,3$	60	0,475
$+\ 6,6$	50	0,481
$+12,9$	40	0,501
$+19,2$	30	0,536

D'après la formule, n a son minimum $= 0\overset{\prime\prime}{,}475$, pour $t = +\,0^{\circ},72$ et $l = 59,3$, et il augmente des deux côtés, mais un peu plus rapidement dans les températures négatives. Je me suis servi, dans mes réductions, de la valeur constante $n = 0\overset{\prime\prime}{,}50$. La différence entre la valeur réelle et cette valeur constante n'a pu produire que des erreurs insensibles, parce que j'ai eu soin d'avoir, dans les deux positions opposées du cercle, presque exactement les mêmes indications du niveau, et que, par conséquent, la correction appliquée, pour les lectures du niveau, n'était toujours qu'une fraction de seconde. En tout cas, comme cette correction avait tantôt le signe positif, tantôt le signe négatif, l'erreur restante était de nature accidentelle.

§ 44. Variation de la collimation de l'axe optique de l'instrument depuis l'horizon jusqu'au zénith.

Le cercle et la lunette se trouvant à la même extrémité de l'axe horizontal, le poids de ces pièces a dû produire une petite flexion de l'axe, et par conséquent une petite variation dans la collimation, depuis l'horizon jusqu'au zénith. On peut déterminer cette variation par différentes voies. J'ai trouvé, par mes observations, que si la collimation est zéro dans l'horizon, elle est à peu près de 10″ au zénith.

§ 45. Réduction des observations, pour l'angle horaire. Calcul des réfractions.

Pour réduire les observations de l'étoile polaire au méridien, j'ai employé la correction de l'horloge, telle qu'elle suivait des observations faites par M. Schweizer à la lunette méridienne, en prenant l'ascension droite de l'étoile polaire donnée dans les éphémérides de Berlin. S'il existe peut-être une petite correction à ajouter à ces ascensions droites, l'influence en est absolument insensible sur les distances au zénith.

Pour les angles horaires des autres étoiles, j'employais, soit le passage de l'étoile directement observé à la lunette méridienne par M. Schweizer, soit la correction de l'horloge, reconnue par d'autres observations, et l'ascension droite de l'étoile qui suivait des observations de M. Schweizer. Il s'entend que j'ai toujours eu égard aux équations personnelles et à la petite différence en longitude entre les instruments.

Les réfractions ont été calculées d'après les tables de M. de Struve, données dans le 7-ème volume des observations de Dorpat.

§ 46. Considérations sur l'influence qu'exercent les petites imperfections restantes de la rectification de l'instrument, sur la détermination de la distance zénithale.

Il nous reste à présent à examiner, si les rectifications de l'instrument ont été exécutées avec une exactitude suffisante, pour donner des distances zénithales justes; ou plutôt il faut déterminer l'influence que certaines imperfections de la rectification ont pu exercer sur les distances zénithales observées.

1°) Si le cercle divisé n'est pas parfaitement perpendiculaire à l'axe de rotation, abstraction faite de l'action de la pesanteur sur ce cercle, ce défaut n'exerce aucune influence sur les distances au zénith, aussitôt que la lecture des divisions se fait par 4 microscopes symétriquement distribués sur la périphérie. Pour le prouver, on peut s'imaginer un cercle parfaitement perpendiculaire à l'axe de rotation, et sur lequel les 4 microscopes indiquent les chiffres

$$a,\ a + 90^\circ,\ a + 180^\circ,\ a + 270^\circ.$$

Si à présent ce cercle s'incline d'un petit angle ε, en se tournant sur un diamètre entre les deux divisions b et $b + 180^\circ$, les 4 microscopes indiqueront successivement, en négligeant les termes du quatrième ordre de ε,

$$\begin{aligned} &a + \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 \operatorname{Sin}(2a - 2b),\\ 90^\circ + {}&a + \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 \operatorname{Sin}(2a - 2b + 180^\circ),\\ 180^\circ + {}&a + \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 \operatorname{Sin}(2a - 2b + 360^\circ),\\ 270^\circ + {}&a + \tfrac{1}{4}\varepsilon^2 \operatorname{Sin}(2a - 2b + 540^\circ); \end{aligned}$$

et la moyenne de ces 4 lectures est indépendante de ε et de b, c. à d. elle est la même que sur le cercle non incliné.

2°) Si nous désignons par $90^\circ + \alpha$ l'angle entre l'axe optique de la lunette et l'axe horizontal de rotation, dans la direction horizontale de la lunette; par $90^\circ + \alpha + n$ le même angle dans la position verticale de la lunette, par α' la distance du point où la bissection de l'étoile a été observée, à l'axe optique de la lunette (cette distance sera positive si pour les positions E ou O du cercle, l'étoile se trouve à l'Est ou à l'Ouest de

l'axe optique) et par n' l'inclinaison de l'axe de rotation (qui sera positive si l'extrémité de cette axe opposée au cercle est la plus élevée), nous aurons entre la distance au zénith ζ, indiquée par l'instrument, et la vraie distance zénithale $= z$, l'équation:

$$\mathrm{Cos}\, z = \mathrm{Cos}\,\zeta\, \mathrm{Cos}\,(\alpha+\alpha')\, \mathrm{Cos}\,(n+n') - \mathrm{Sin}\,(\alpha+\alpha')\, \mathrm{Sin}\,(n+n').$$

Or si la latitude $=\varphi$, la déclinaison de l'étoile $=\delta$, l'angle horaire $=\tau$, $\varphi-\delta=z'$, il sera

$$\mathrm{Cos}\, z = \mathrm{Cos}\, z' - 2\,\mathrm{Cos}\,\varphi\, \mathrm{Cos}\,\delta\, (\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\, t)^2;$$

donc

$$\mathrm{Cos}\, z' = \mathrm{Cos}\,\zeta\, \mathrm{Cos}(\alpha+\alpha')\, \mathrm{Cos}(n+n') - \mathrm{Sin}(\alpha+\alpha')\, \mathrm{Sin}(n+n') + 2\,\mathrm{Cos}\,\varphi\, \mathrm{Cos}\,\delta (\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}t)^2 \ldots (1)$$

ou

$$\mathrm{Sin}\frac{\zeta+z'}{2}\,\mathrm{Sin}\,\frac{\zeta-z'}{2} = \mathrm{Cos}\,\varphi\, \mathrm{Cos}\,\delta\, (\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}t)^2 - (\mathrm{Cos}\,\tfrac{1}{2}\,\zeta)^2 \left(\mathrm{Sin}\frac{\alpha+\alpha'+n+n'}{2}\right)^2 + (\mathrm{Sin}\,\tfrac{1}{2}\zeta)^2 \left(\mathrm{Sin}\frac{\alpha+\alpha'-n-n'}{2}\right)^2.$$

Cette formule est rigoureuse, et sert à trouver la distance zénithale dans le méridien, par la distance observée, par l'angle horaire et par les petites corrections de l'instrument.

En négligeant les termes du troisième ordre, nous aurons:

$$z-\zeta = \tfrac{1}{2}\left[(\alpha+\alpha')^2+(n+n')^2\right] \mathrm{Cotg}\, z'\,.\,\mathrm{Sin}\, 1'' + (n+n')(\alpha+\alpha')\, \mathrm{Cosec}\, z'\,.\,\mathrm{Sin}\, 1''.$$

Supposons maintenant qu'au lieu des vraies corrections α, α', n, n', nous ayons employé, dans la réduction, des corrections défectueuses $\alpha+\Delta\alpha$, $\alpha'+\Delta\alpha'$, $n+\Delta n$, $n'+\Delta n'$, dont l'effet combiné sur $z-\zeta$ s'exprime par $\Delta(z-\zeta)$, il sera

$$\Delta(z-\zeta) = \left[(\alpha+\alpha')(\Delta\alpha+\Delta\alpha') + \frac{(\Delta\alpha+\Delta\alpha')^2}{2} + (n+n')(\Delta n+\Delta n') + \frac{(\Delta n+\Delta n')^2}{2}\right] \mathrm{Cotg}\, z'.\mathrm{Sin}\, 1''$$
$$+ \left[(\alpha+\alpha')(\Delta n+\Delta n') + (n+n')(\Delta\alpha+\Delta\alpha') + (\Delta\alpha+\Delta\alpha')(\Delta n+\Delta n')\right] \mathrm{Cosec}\, z'.\mathrm{Sin}\, 1'' \ldots (2)$$

Cette expression de $\Delta(z-\zeta)$ atteint le maximum des valeurs possibles, si l'on donne à α, α', n, n', les plus grandes valeurs positives que ces quantités peuvent avoir, et en prenant pour $\Delta\alpha$, $\Delta\alpha'$, Δn, $\Delta n'$, les plus grandes erreurs positives que l'on peut commettre en déterminant α, α', n, n', enfin en prenant pour z' la valeur pour l'étoile la plus voisine au zénith.

α est toujours $=0$, et le maximum de $\Delta\alpha$ est $=1''$ (p. 68), le maximum de α' est 1,5 minutes, et le maximum de $\Delta\alpha' = 5''$; n est $=10''$, et l'erreur de ce chiffre est en tout cas en dedans de $10''$; mettons cependant $\Delta n = 10''$. Enfin n' est toujours $=0$; mais il peut que les petites dérangements de l'axe vertical, dans la direction de l'Est à l'Ouest, s'élèvent jusqu'à $5''$, mettons donc $\Delta n' = 5''$. Pour ι Ursae majoris z' est $=11^\circ\ 7'$. En substituant, dans la formule (2), tous ces chiffres, ou $\alpha+\alpha'=90''$, $\Delta\alpha+\Delta\alpha'=6''$, $n+n'=10''$, $\Delta n+\Delta n'=15''$, nous aurons

$$\Delta(z-\zeta) = 0'',058.$$

Il s'ensuit, que le maximum des erreurs possibles peut s'élever à $0'',06$; mais il faut considérer que cette erreur est de nature tellement variable, qu'elle se mêle aux autres

erreurs accidentelles. Les deux quantités $\Delta\alpha$ et Δn sont bien de nature constante, la première pour toutes les observations d'une période entre deux changements de l'objectif, la seconde pour toutes les observations sans exception. Mais l'effet de ces deux quantités est tout à fait insensible, comme elles ne contribuent à la valeur totale de 0",058 que par les chiffres 0",00026 pour $\Delta\alpha$ et $\Delta n\Delta\alpha$, et 0",004 pour n seul. Cette dernière quantité, si l'on voulait la considérer, ne tomberait que sur la déclinaison moyenne.

§ 47. Valeurs approximatives de la latitude et de la flexion du tube. Déduction des déclinaisons apparentes observées.

Dans les articles précédents, j'ai exposé les méthodes qui mènent à la détermination des distances au zénith, méridiennes et corrigées pour l'effet de la réfraction.

Les observations de la Polaire, faites dans les deux passages et dans les deux positions de l'objectif, après avoir été comparées aux déclinaisons de la Polaire données dans les éphémérides de Berlin, conduisent à une valeur approximative de la latitude $= 59^\circ 46' 18'',78$. Elles fournissent, en outre, la correction qu'il faut appliquer aux distances zénithales de l'étoile polaire pour l'effet de la flexion du tube, et qui se trouve, dans les passages supérieurs, $= - 0'',018$ pour la position I de l'objectif, et $+ 0'',018$ pour la position II de l'objectif. En supposant que les flexions du tube sont proportionnelles aux sinus de la distance au zénith, cette valeur de 0",018, trouvée pour l'étoile polaire, nous donne les corrections suivantes à appliquer aux observations des différentes étoiles.

Corrections des distances au zénith, pour l'effet de la flexion du tube.

	Position de l'objectif I.	II.
L'étoile polaire, pass. sup.	—0",18	+0",18
« pass. inf.	—0,20	+0,20
α Aurigae	—0,09	+0,09
ι Ursae maj.	—0,07	+0,07
Groombr. N° 1830	—0,14	+0,14
α Bootis	—0,24	+0,24
α Lyrae	—0,14	+0,14
α Cygni	—0,10	+0,10
61 Cygni	—0,14	+0,14.

Ces corrections ont été appliquées aux observations respectives des étoiles. Les distances au zénith ainsi corrigées et comparées à la latitude préalable $= 59^\circ 46' 18'',78$, me donnèrent ensuite les déclinaisons apparentes des étoiles, et qui sont réunies dans les différents tableaux des §§ 57 à 64 sous l'inscription: *Déclinaisons observées.*

§ 48. Attributs des déclinaisons observées, selon les conditions atmosphériques et le nombre des pointages.

Les conditions variables de l'atmosphère, qui produisent une image de l'étoile tantôt plus, tantôt moins tranquille, nous engagent à ne pas attribuer le même degré d'exactitude aux différentes déclinaisons observées d'une étoile. Pour l'étoile polaire, l'exactitude dépend, en outre, du nombre variable des pointages, depuis 2 à 6 (§ 84). Il ne m'a pas seulement paru intéressant de déterminer, comment l'exactitude de l'observation change pour les différents degrés de tranquillité dans les images, mais j'ai trouvé aussi, dans cette détermination, le seul moyen de faire concourir aux résultats toutes les observations faites, même celles où les circonstances étaient défavorables. Aussi n'ai-je jamais omis l'observation par la raison que l'étoile me paraissait trop ondulante. Je classifiais donc les observations d'après la qualité des images, en leur donnant les attributs suivants: 1) image tranquille, 2) presque tranquille, 3) moins tranquille, 4) un peu ondulante, 5) ondulante et 6) très ondulante. La comparaison préalable des observations de la Polaire, classifiées ainsi, avec l'éphéméride, indiquait cependant, pour quelques-unes des classes voisines, de trop petites différences de l'exactitude; et je pouvais réunir les classes 1 et 2, et 3 et 4. Il me restaient donc 4 classes d'une tranquillité de l'image successivement décroissante, et qui sont indiquées, dans les tableaux des déclinaisons observées, par l'addition des lettres *a*, *b*, *c*, *d*.

La plupart des observations se font par un ciel serein. Il y a cependant un assez grand nombre d'observations faites à travers les nuages. Il m'a paru convenable d'indiquer chaque fois cette circonstance par la lettre *w* qui se trouve dans les tableaux à côté des *a*, *b*, *c*, *d*.

Le nombre des pointages est toujours le même pour les autres étoiles, savoir deux; pour l'étoile polaire il varie depuis 2 à 6. Le tableau de l'étoile polaire indique ce nombre par le chiffre qui précède les *a*, *b*, *c*, *d*. Si ces chiffres sont entre parenthèses, j'indique que la dernière observation n'a pas été faite du même côté que la première.

§ 49. Poids relatifs des déclinaisons observées, selon les attributs et le nombre des pointages.

Un calcul préalable m'a donné les poids relatifs des déclinaisons observées de l'étoile polaire, selon le nombre des pointages et la qualité des images, en réunissant d'abord aussi les deux classes *a* et *b*, et les deux classes *c* et *d*.

Observations.			Poids.
4*a*	ou	4*b*	3,6
4*c*	«	4*d*	2,3
3*a*	«	3*b*	2,3
3*c*	«	3*d*	1,5
2*a*	«	2*b*	1,3
2*c*	«	2*d*	1,0.

Quant aux déclinaisons observées des autres étoiles, je leur donnais le poids $= 1$, si elles avaient l'attribut *a* et *b*, et le poids $\frac{3}{4}$ si l'attribut était *c*. L'attribut *d* ne se trouve pas dans ces observations. Parmi les observations de *α* Lyrae, il n'y a que deux marquées de la lettre *c*. A ces deux observations j'ai donné le poids $= \frac{1}{2}$, parce que les trappes de l'observatoire n'avaient été ouvertes que peu de minutes avant l'observation, et qu'il y avait encore une différence d'un couple de degrés, entre les températures extérieure et intérieure.

§ 50. Observations exclues.

Le nombre des culminations de l'étoile polaire, observées depuis le 11 Mars 1842 jusqu'au 30 Avril 1843, s'élève à 289. Quant aux autres étoiles, il y a 51 observations de *α* Aurigae, 40 obs. de *ι* Ursae majoris, 49 obs. de *Groombr.* N° 1830, 85 obs. de *α* Bootis, 54 obs. de *α* Lyrae, 88 obs. de *α* Cygni et 56 obs. de 61 Cygni. Parmi ce nombre total de 712 observations il y a 15 douteuses, c. à d. pour lesquelles j'avais indiqué, dans le journal, des circonstances qui en rendaient l'exactitude suspecte. J'en donne ici la liste.

L'observation de l'étoile polaire du 19 Mai 1842 a été rejetée, parce qu'un reflet des rayons solaires, produit par les pans polis de la maissonette mobile, était tombé sur l'instrument. Je m'apperçus de cette circonstance immédiatement après l'observation. Les observations de l'étoile polaire, du 6, 15, 16, 17 Novembre 1842, et du 3, 11 Février, 19 et 23 Mars 1843, sont à rejeter, parce qu'il neigeait pendant l'observation. Quoique la neige tombante n'eût pas rendu l'étoile invisible, elle a dû inégalement refroidir les différentes parties de l'instrument.

Deux observations de *α* Aurigae, celles du 22 Mars et du 2 Avril, une obs. de *α* Lyrae du 22 Mars, et une obs. de 61 Cygni du 13 Oct. 1842, ont été notées comme incertaines, à cause de troubles dans la salle d'observation. Dans l'observation d'Arcturus du 23 Nov. 1842, il a été indiqué dans le journal, que le fil horizontal avait perdu sa tension. Un nouveau fil a été placé après. L'observation de *α* Cygni du 2 Février 1843 est incertaine, parce que, comme l'indique le journal, des gouttes d'eau tombaient pendant l'observation sur l'instrument, attaqué en outre par des coups de vent.

Ces observations douteuses ont été dûment exclues de notre recherche. Je m'attendais de trouver aussi quelques observations, dans lesquelles il faudrait supposer un dérangement accidentel de l'instrument (§ 38), sans qu'il eût été prononcé dans le journal, ou une erreur grave de lecture. Il n'y a cependant que les deux observations suivantes, dans lesquelles la réduction ait manifesté une erreur, et que j'ai cru devoir exclure.

L'observation de la Polaire du 18 Mars 1842 donne des différences jusqu'à $3\frac{1}{2}$ secondes, entre les deux observations du même côté, réduites au méridien, soit du côté Est, soit du côté Ouest. Cette différence est énorme, car elle dépasse le décuple de sa valeur probable. Je crois devoir attribuer ce dérangement à des coups de vent que j'ai oublié de noter. Un dérangement semblable a dû avoir lieu, dans l'observation orientale de *Groombr.* N° 1830, le 10 Avril 1842. Dans cette observation, la différence des indi-

cations des microscopes 2 et 3 se trouve plus petite de 5,"2, que celle du jour précédent, et de 5,"3, que celle du jour suivant. Il me paraît probable, qu'en passant du second au troisième microscope, mes habits se sont accrochés à l'instrument.

Toutes les observations exclues ont été données dans les tableaux des §§ 57—64, à la fin de la série des autres observations de chaque étoile. On verra que la plupart de ces observations s'accordent de très près aux autres. Mais cette circonstance n'a pas pu m'engager à les faire entrer dans le calcul définitif.

§ 51. Déclinaisons calculées de l'étoile polaire.

Les déclinaisons observées de l'étoile polaire sont à comparer avec des déclinaisons calculées. Ce calcul a été basé sur les éléments suivants.

1° J'ai augmenté la déclinaison moyenne de l'étoile polaire, donnée pour 1842,00 dans les *Tabulae Regiomontanae*, de 0,"09.

2° La précession + mouvement propre a été prise dans les *Tabulae Regiomontanae*.

3° Pour le coefficient constant de l'aberration j'ai employé, pour cette étoile, le chiffre 20,"453, trouvé par une réduction préalable des observations de M. de Struve, faites au premier vertical. Ce chiffre diffère de 0,"0079 de la valeur définitive du coefficient, trouvée plus tard. Mais comme mes observations de l'étoile polaire devaient mener elles-mêmes à la détermination de ce coefficient, il est indifférent, quel chiffre ait été employé dans les réductions.

4° Pour le calcul de la nutation en déclinaison, j'ai employé les chiffres de mon mémoire *Numerus constans nutationis*, p. 74.

Au lieu de calculer les déclinaisons apparentes, à l'aide de ces éléments, j'ai préféré de chercher l'expression analytique de la différence entre ces déclinaisons et celles des *Tabulae Regiomontanae*. A l'aide de ces différences je pouvais changer les déclinaisons données dans l'éphéméride de Berlin, qui sont calculées d'après les *Tab. Reg.*, en déclinaisons correspondantes aux éléments indiqués. Une révision m'avait préalablement convaincu de l'exactitude du calcul des déclinaisons données dans les éphémérides de Berlin.

La formule suivante exprime les corrections ΔB des déclinaisons, qu'il faut ajouter aux déclinaisons données à l'aide des *Tabulae Regiomontanae*:

$\Delta B = +0{,}''09 - 0{,}''1833 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}☊$	$+0{,}''2464 \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}☊$	pour	1840
$0{,}1837$	$0{,}2465$	«	1850
$+0{,}0017 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}2☊$	$-0{,}0019 \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}2☊$	«	1840 et 1850
$+0{,}0270 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}(☾-\Gamma')$		«	«
$+0{,}0266 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}2\odot$	$-0{,}0291 \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}2\odot$	«	«
$+0{,}0508 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}(\odot-\Gamma)$		«	«
$-0{,}0085 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}(\odot+\Gamma)$	$+0{,}0093 \operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}(\odot+\Gamma)$	«	«
$+0{,}198(\operatorname{Sin}\alpha \operatorname{Cos}\theta \operatorname{Sin}\delta - \operatorname{Sin}\theta \operatorname{Cos}\delta) \operatorname{Cos}\odot$		«	«
$-0{,}198 \operatorname{Cos}\alpha \operatorname{Sin}\delta \operatorname{Sin}\odot$		«	«

En substituant dans ces formules les valeurs suivantes:

	pour 1840.	pour 1850.
$\alpha =$	$15°32'50''$	$16°15'20''$
$\delta =$	88 27 22	88 30 35
$\Gamma =$	280 11 9	280 21 24
$\theta =$	23 27 36	23 27 31

on trouve:

pour 1840.

$$\Delta B = +0'',09 + 0'',1885 \operatorname{Sin}(\Omega + 159°30') + 0,0260 \operatorname{Sin}(☾ - \Gamma') + 0,0268 \operatorname{Sin}(2\odot + 343°4') + 0,2083 \operatorname{Sin}(\odot + 150°17') + 0,0017 \operatorname{Sin}(2\Omega + 342°43')$$

pour 1850.

$$\Delta B = +0'',09 + 0'',1893 \operatorname{Sin}(\Omega + 158°38') + 0,0259 \operatorname{Sin}(☾ - \Gamma') + 0,0268 \operatorname{Sin}(2\odot + 342°19') + 0,2086 \operatorname{Sin}(\odot + 149°41') + 0,0017 \operatorname{Sin}(2\Omega + 341°57').$$

§ 52. Déclinaisons calculées des autres 7 étoiles.

Les déclinaisons calculées des autres 7 étoiles reposent sur les éléments suivants.

Les déclinaisons moyennes pour le commencement de 1842 ont été supposées d'après un calcul préalable de mes observations.

La précession a été calculée sur les coefficients constants de M. O. de Struve. La variation totale en déclinaison, = précession + mouvement propre, a été prise dans les *Tabulae Regiomontanae*, pour α Aurigae, Arcturus, α Lyrae et α Cygni; et dans le catalogue de M. Argelander (*DLX stellarum fixarum positiones mediae*), pour ι Urs. maj. et pour la plus grande étoile de 61 Cygni; enfin pour *Groombr.* 1830, dans les *Astronomische Nachrichten*, Band 20, pag. 313, selon M. Argelander.

Voici le tableau de toutes ces quantités qui ont servi au calcul des déclinaisons:

	α Aurigae	ι Urs. maj.	*Groombr.* 1830	α Bootis	α Lyrae	α Cygni	61 Cygni
Déclinaison moyenne pour 1842,0	$45°49'45'',618$	$48°39'24'',930$	$38°51'6'',230$	$20°0'27'',747$	$38°38'24'',370$	$44°43'6'',195$	$37°58'32'',270$
Préc. depuis 1842,0 jusqu'à 1843,0	+ 4,762	− 13,446	− 20,007	− 16,987	+ 2,758	+ 12,627	+ 14,172
Mouvement propre annuel	− 0,422	− 0,284	− 5,698	− 1,973	+ 0,270	− 0,013	+ 3,231
Déclinaison moyenne pour 1843,0	45 49 49,958	48 39 11,200	38 50 40,525	20 0 8,787	38 38 27,398	44 43 18,809	37 58 49,673.

Afin de changer ces déclinaisons moyennes en déclinaisons apparentes, pour les époques des observations, je me suis servi de tables des logarithmes de A, B, C, D, que j'avais calculées pour 0 heure, du temps sidéral de Poulkova, de chaque jour des années 1842 et 1843. Ces quantités se trouvent à l'aide des formules suivantes:

$$A = \tau - 0,34234 \operatorname{Sin}\Omega + 0,00410 \operatorname{Sin} 2\Omega - 0,02519 \operatorname{Sin} 2\odot + 0,00294 \operatorname{Sin}(\odot + 82°40') - 0,00405 \operatorname{Sin} 2☾ + 0,00135 \operatorname{Sin}(☾ - \Gamma') + 0,00025 \operatorname{Sin}(2\odot - \Omega) + 0,00009 \operatorname{Sin}(2\Gamma' - \Omega) + 0,00005 \operatorname{Cos}\Gamma' + 0,00004 \operatorname{Sin} 2\Gamma' + 0,00010 \operatorname{Sin}(2\odot - 2\Gamma') - 0,00005 \operatorname{Sin}(2\odot - 2\Omega) - 0,00011 \operatorname{Sin}(3\odot - \Gamma);$$

$$B = -9{,}2235\,\mathrm{Cos}\,☊ + 0{,}0896\,\mathrm{Cos}\,2☊ - 0{,}5508\,\mathrm{Cos}\,2⊙ - 0{,}0093\,\mathrm{Cos}(⊙ + 280^\circ\,14')$$
$$- 0{,}0886\,\mathrm{Cos}\,2☾ + 0{,}0067\,\mathrm{Cos}(2⊙ - ☊) + 0{,}0024\,\mathrm{Cos}(2\Gamma' - ☊)\quad 0{,}0023\,\mathrm{Sin}\,\Gamma'$$
$$+ 0{,}0008\,\mathrm{Cos}\,2\Gamma' - 0{,}0027\,\mathrm{Cos}(3⊙ - \Gamma');$$
$$C = -20{,}4451\,\mathrm{Cos}\,\theta\,\mathrm{Cos}\,⊙$$
$$D = -20{,}4451\,\mathrm{Sin}\,⊙.$$

Ces formules sont celles que j'ai données *Num. const.*, p. 75 et 76; mais j'ai ajouté, pour la nutation, quelques petits membres de longue période, négligés antérieurement, des formules p. 51 du mémoire cité. Les coefficients constants employés dans toutes ces formules sont pour la nutation 9″,2235, et pour l'aberration 20″,4451.

Les valeurs des a', b', c', d', ont été calculées rigoureusement de 40 à 40 jours d'après les règles données *Numerus constans nutationis*, p. 76 et 77.

§ 53. Petites corrections des déclinaisons calculées à cause de l'attraction du Soleil.

J'ai considéré aussi les petites déviations de la ligne verticale, que produit l'attraction du Soleil (*Von den kleinen Ablenkungen der Lothlinie und des Niveaus, welche durch die Anziehungen der Sonne etc. hervorgebracht werden.* St. Petersb. 1844). Elles sont cependant si petites pour ces étoiles, que j'aurais pu les négliger. En exprimant la longitude du Soleil par ⊙, les corrections à appliquer aux déclinaisons calculées, à cause de l'attraction du Soleil, sont les suivantes:

pour	α Aurigae	$= -0'',0038 + 0'',0033\,\mathrm{Cos}\,2⊙ - 0'',0018\,\mathrm{Sin}\,2⊙$
«	ι Ursae majoris	$= -0{,}0037 + 0{,}0006\,\mathrm{Cos}\,2⊙ + 0{,}0042\,\mathrm{Sin}\,2⊙$
«	*Groombr.* 1830	$= -0{,}0031 - 0{,}0038\,\mathrm{Cos}\,2⊙ + 0{,}0020\,\mathrm{Sin}\,2⊙$
«	α Bootis	$= -0{,}0021 - 0{,}0029\,\mathrm{Cos}\,2⊙ - 0{,}0015\,\mathrm{Sin}\,2⊙$
«	α Lyrae	$= -0{,}0010 + 0{,}0009\,\mathrm{Cos}\,2⊙ + 0{,}0007\,\mathrm{Sin}\,2⊙$
«	α Cygni	$= -0{,}0016 - 0{,}0012\,\mathrm{Cos}\,2⊙ + 0{,}0021\,\mathrm{Sin}\,2⊙$
«	61 Cygni	$= -0{,}0017 - 0{,}0018\,\mathrm{Cos}\,2⊙ + 0{,}0021\,\mathrm{Sin}\,2⊙.$

§ 54. Analyse des inconnues à déterminer à l'aide des observations de l'étoile polaire. Forme des équations de condition.

Dans les tableaux §§ 57—64, les n signifient les différences entre les déclinaisons calculées et les déclinaisons observées, c. à d. on obtient les n en soustrayant les déclinaisons observées des déclinaisons calculées (n = calcul — observation).

Les n donnés, dans le tableau de l'étoile polaire, servent à déterminer les corrections de plusieurs des éléments qui ont servi, soit pour trouver les déclinaisons observées, à l'aide des observations, soit pour trouver les déclinaisons calculées. Les corrections relatives aux déclinaisons observées de l'étoile polaire sont les suivantes:

1° Une correction $= u$ à ajouter à la latitude supposée $= 59^\circ\,46'\,18'',78$.

2° Une correction $= v$, pour la valeur supposée $- 0'',18$ de l'effet de la flexion dans le passage supérieur de la Polaire, la position de l'objectif étant I. La correction à appliquer à la distance au zénith, pour l'effet réel de la flexion de la lunette, sera donc:

$- 0'',18 + 1,0.v$,	pour le passage	sup.	de la Polaire, et la posit.	I	de l'objectif
$- 0,20 + 1,1.v$	«	inf.	«	I	«
$+ 0,18 - 1,0.v$	«	sup.	«	II	«
$+ 0,20 - 1,1.v$	«	inf.	«	II	«

3° Une correction du coefficient thermométrique des tables de réfraction, données par M. de Struve. La réfraction de l'étoile polaire, dans son passage supérieur, pour t^0 Réaum du thermomètre extérieur, et pour la hauteur du baromètre $= b$ lignes de Paris, la température du mercure étant $= 0$, s'exprime, selon M. de Struve, de très près par la formule suivante:

$$r = 32'',64 \cdot \frac{b}{333,28\,(1 + at)},$$

où $a = 0,0047115$. Pour la culmination inférieure, nous avons approximativement

$$r' = 1,13 . r.$$

En différentiant l'expression de r, pour r et a, on trouve:

$$dr = 32'',64 \cdot \frac{b}{333,28} \cdot \frac{-tda}{(1 + at)^2},$$

ou en mettant

$$\frac{b}{333,28} \cdot \frac{-t}{10} \cdot \frac{1}{(1 + at)^2} = i,$$

$$1,13 . i = i',$$

$$326,4 . da = w,$$

on obtient:

$$dr = iw, \quad dr' = i'w;$$

w est donc l'inconnue à déterminer.

Les corrections qui se rapportent aux déclinaisons calculées sont:

1° Une correction $= x$, à ajouter à la déclinaison moyenne supposée de l'étoile polaire pour 1842,0. La déclinaison moyenne définitive pour 1842,0 sera donc celle des *Tabulae Regiomontanae* $+ 0'',09 + x$.

2° La parallaxe annuelle de l'étoile polaire $= y$.

3° Une correction $= z$, à ajouter au coefficient supposé de l'aberration, dont la valeur définitive sera $= 20'',453 + z$.

4° J'ai introduit, en outre, une correction $= p$ du changement annuel en déclinaison $=$ précession $+$ mouvement propre, non pas pour déterminer la valeur de p, mais pour pouvoir évaluer l'influence que l'incertitude du mouvement propre exerce sur les autres inconnues à déterminer.

5° Dans le calcul des déclinaisons apparentes, j'ai négligé les petits membres de l'aberration qui dépendent du mouvement du centre du Soleil autour du centre de gravité du système solaire (*Fundamenta astronomiae,* p. 131). Il sera cependant facile à évaluer l'influence de ces petits membres négligés, sur les inconnues à déterminer. Car ces membres négligés produisent de petits changements de n (déclinaison calculée — déclinaison observée) qui sont de la forme

$$\varrho + \pi\eta,$$

où ϱ et π sont des valeurs constantes pour toutes les observations de l'étoile polaire, et η exprime la fraction de l'année depuis 1842,0 jusqu'à l'époque de l'observation. On introduit donc complètement ces termes dans les équations de condition, en remplaçant la correction p par une autre $p + \pi$, et la correction x par une autre $x + \varrho$.

6° L'influence d'une correction à faire dans le coefficient de la nutation s'introduit d'une manière tout à fait analogue à la précédente.

En désignant maintenant la correction qu'il faut appliquer aux déclinaisons observées de la Polaire, du § 57, par

$$-\alpha u - \beta v - \gamma w,$$

nous aurons dans les différents passages, et pour les deux positions de l'objectif,

$\alpha = -1$	pour le passage	supérieur, dans les deux positions de l'objectif		
$\alpha = +1$	«	inférieur	«	«
$\beta = -1{,}0$	«	supérieur, position	I de l'objectif	
$\beta = +1{,}1$	«	inférieur	« I	«
$\beta = +1{,}0$	«	supérieur	« II	«
$\beta = -1{,}1$	«	inférieur	« II	«
$\gamma = -i$	«	supérieur, dans les deux positions de l'objectif		
$\gamma = +i'$	«	inférieur	«	«

En désignant ensuite la correction à appliquer aux déclinaisons calculées par

$$x + \varepsilon y + \zeta z + \eta p,$$

nous aurons

$\varepsilon = 0{,}991 \operatorname{Sin}(\odot + 256^\circ 17')$ pour 1840
$\varepsilon = 0{,}991 \operatorname{Sin}(\odot + 255\ 36)$ « 1850
$\zeta = 0{,}991 \operatorname{Sin}(\odot + 166\ 17)$ « 1840
$\zeta = 0{,}991 \operatorname{Sin}(\odot + 165\ 36)$ « 1850
$\eta =$ fraction de l'année tropique depuis 1842,0 jusqu'à l'époque de l'observation.

A cause de la petitesse de la parallaxe de l'étoile polaire, le rayon vecteur de la Terre a été supposé constant $= 1$.

Chaque observation de l'étoile polaire conduit ainsi à une équation de condition de la forme suivante:

$$\alpha u + \beta v + \gamma w + x + \varepsilon y + \zeta z + \eta p + n = 0.$$

§ 55. Analyse des inconnues à déterminer à l'aide des observations des autres 7 étoiles. Forme des équations de condition.

Les n donnés dans les tableaux des autres 7 étoiles §§ 58 — 64 servent à chercher les corrections suivantes:*)

1° Une correction x à ajouter à la déclinaison moyenne supposée de l'étoile pour 1842,0. Nous aurons par suite de cette correction:

pour α Aurigae,	la déclinaison	pour 1842,0	$= 45^\circ 49' 45'',618 + x^I$
« ι Urs. maj.	«	«	$= 48\ 39\ 24,930 + x^{II}$
« *Groombr.* 1830	«	«	$= 38\ 51\ \ 6,230 + x^{III}$
« α Bootis	«	«	$= 20\ \ 0\ 27,747 + x^{IV}$
« α Lyrae	«	«	$= 38\ 38\ 24,370 + x^{V}$
« α Cygni	«	«	$= 44\ 43\ \ 6,195 + x^{VI}$
« 61 Cygni	«	«	$= 37\ 58\ 32,270 + x^{VII}$.

2° La parallaxe annuelle $= y$, dont l'effet en déclinaison s'exprime par les formules suivantes:

pour α Aurigae	$= 0,400 . R . \mathrm{Cos}(\odot + 115^\circ 11') . y^I$
« ι Ursae majoris	$= 0,562 . R . \mathrm{Cos}(\odot + \ 26\ 13) . y^{II}$
« *Groombr.* 1830	$= 0,681 . R . \mathrm{Cos}(\odot + 336\ 41) . y^{III}$
« α Bootis	$= 0,614 . R . \mathrm{Cos}(\odot + 298\ 10) . y^{IV}$
« α Lyrae	$= 0,8825 . R . \mathrm{Cos}(\odot + 264\ 25) . y^{V}$
« α Cygni	$= 0,901 . R . \mathrm{Cos}(\odot + 240\ 32) . y^{VI}$
« 61 Cygni	$= 0,835 . R . \mathrm{Cos}(\odot + 238\ 38) . y^{VII}$.

Dans ces formules R signifie le rayon vecteur de la Terre.

3° Une correction z du coefficient constant de l'aberration $= 20'',4451$. L'influence de cette correction sur les déclinaisons calculées s'exprime par les formules suivantes:

pour α Aurigae	$= 0,400 . \mathrm{Sin}(\odot + 115^\circ 11') . z^I$
« ι Ursae majoris	$= 0,562 . \mathrm{Sin}(\odot + \ 26\ 13) . z^{II}$
« *Groombr.* 1830	$= 0,681 . \mathrm{Sin}(\odot + 336\ 41) . z^{III}$
« α Bootis	$= 0,614 . \mathrm{Sin}(\odot + 298\ 10) . z^{IV}$
« a Lyrae	$= 0,8825 . \mathrm{Sin}(\odot + 264\ 25) . z^{V}$
« α Cygni	$= 0,901 . \mathrm{Sin}(\odot + 240\ 32) . z^{VI}$
« 61 Cygni	$= 0,835 . \mathrm{Sin}(\odot + 238\ 38) . z^{VII}$.

*) Dans ce qui suit, je me servirai, pour plus de commodité, des index ^{I}, ^{II}, ^{III}, ^{IV}, ^{V}, ^{VI}, ^{VII}, pour indiquer les corrections de même espèce, dans les 7 étoiles α Aurigae, ι Ursae majoris, *Groombr.* 1830, α Bootis, α Lyrae, α Cygni, 61 Cygni.

L'étoile N° 1830 de Groombridge ne pouvant être observée, à cause de sa faiblesse, que vers un des maxima de la parallaxe, et vers un des maxima de l'aberration, j'ai dû regarder l'aberration comme connue, pour pouvoir déterminer la parallaxe. Il était donc impossible de déterminer z^{III} par les observations de cette étoile. J'ai cependant introduit z^{III} dans les équations de condition, pour évaluer l'influence d'un défaut du coefficient supposé de l'aberration sur la parallaxe trouvée de l'étoile.

La latitude ne peut être trouvée par les observations de ces autres étoiles. Le coefficient thermométrique de la réfraction se déduit avec plus de sûreté à l'aide des fréquentes observations de l'étoile polaire dans les deux passages. Quant à la flexion de la lunette et du cercle, elle sera évaluée, le plus avantageusement, du complet des observations de toutes les étoiles. Les valeurs de ces trois quantités sont donc préalablement supposées connues dans la déduction de x, y, z. Mais ces valeurs supposées, et la variation annuelle de chaque étoile, ainsi que le coefficient de la nutation sont encore sujettes à de petites erreurs. En outre j'ai négligé aussi, pour ces étoiles, les petits membres de l'aberration qui dépendent du mouvement du Soleil autour du centre de gravité du système. Il sera donc nécessaire d'évaluer l'influence qu'exercent ces petites erreurs et ces membres de l'aberration, sur les valeurs de x, y, z. Pour ce but, j'ai introduit encore, dans les équations de condition, les inconnues suivantes:

1° Une correction $\Delta\varphi$ de la latitude supposée, qui change n (§ 54) en $n - \Delta\varphi$.

2° La correction de la flexion supposée du tube. Si cette correction est indiquée, pour les différentes étoiles, par v^I, v^{II}, v^{III},....v^{VII}, et si les changements qui en résultent pour n, s'expriment par βv^I, βv^{II}, βv^{III},....βv^{VII}, nous aurons

$\beta = +1$ pour la position I de l'objectif,
$\beta = -1$ « « II «

3° Une correction $= da$ du coefficient thermométrique supposé $a = 0{,}0047115$. Soit

$$\gamma = \frac{b}{333{,}28} \cdot \frac{-t}{10} \cdot \frac{1}{(1+at)^2},$$

nous aurons, dans les différentes étoiles, les changements de n

$$= \gamma w^I, \gamma w^{II}, \dots \gamma w^{VII},$$

pour lesquels w^I, w^{II},.... prennent les valeurs suivantes:

pour	α Aurigae	$w^I = 148{,}3 . da$
«	ι Ursae majoris	$w^{II} = 117{,}4 . da$
«	*Groombr.* 1830	$w^{III} = 228{,}2 . da$
«	α Bootis	$w^{IV} = 496{,}0 . da$
«	α Lyrae	$w^V = 230{,}6 . da$
«	α Cygni	$w^{VI} = 160{,}5 . da$
«	61 Cygni	$w^{VII} = 238{,}4 . da.$

4° Les corrections $p_{\prime}^{I}$, $p_{\prime}^{II}$, $p_{\prime}^{III}$,.... des mouvements propres annuels supposés, pour les 7 étoiles. Par l'effet de ces corrections n augmente de la quantité $\eta p_{\prime}^{I}$, $\eta p_{\prime}^{II}$......, où η est encore la fraction de l'année depuis 1842,0, voyez § 54.

Les changements de n qui répondent à un changement du coefficient de la nutation et aux petits membres négligés de l'aberration, peuvent être exprimés par $q + \eta p_{\prime\prime}$, $r + \eta p_{\prime\prime\prime}$, où q, r, $p_{\prime\prime}$, $p_{\prime\prime\prime}$ sont invariables pour toutes les observations d'une même étoile.

En réunissant $x + q + r - \Delta\varphi = \xi$, $p_{\prime} + p_{\prime\prime} + p_{\prime\prime\prime} = p$, nous aurons, pour les différentes étoiles, des équations de condition de la forme:

$$\xi^{I} + \varepsilon y^{I} + \zeta z + \beta v^{I} + \gamma w^{I} + \eta p^{I} + n = 0, \text{ pour } \alpha \text{ Aurigae,}$$
$$\xi^{II} + \varepsilon y^{II} + \zeta z + \beta v^{II} + \gamma w^{II} + \eta p^{II} + n = 0, \text{ pour } \iota \text{ Ursae maj.}$$
$$\vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots \quad\quad \vdots$$

§ 56. Explication des tableaux des observations des huit étoiles, § 57 à § 64.

Les tableaux suivants contiennent les déclinaisons observées, de l'étoile polaire et des 7 autres étoiles, et à côté de chaque observation les valeurs des coefficients β, γ, ε, ζ, η, et le chiffre n. Le coefficient α, relatif à la latitude, se trouve seulement dans le tableau de la Polaire, étant $= -1$ pour les passages supérieurs, et $+1$ pour les passages inférieurs. Dans ce tableau, on trouve encore à côté des n le poids de chaque observation, d'après la détermination donnée § 49.

Il me reste à expliquer les deux dernières colonnes de nos tableaux. Celle qui porte l'inscription: *Calcul-observation*, donne la comparaison entre la déclinaison observée, réduite à l'aide des valeurs définitives de la latitude, de la flexion du tube etc. (§ 67, 70, 71), et la déclinaison calculée à l'aide des valeurs définitives de la déclinaison moyenne, de l'aberration, de la parallaxe etc., valeurs qui se trouvent dans les §§ 66, 67, 77 et 79. La dernière colonne nous présente la déclinaison moyenne de l'étoile, déduite de chaque observation isolée, en employant, pour la réduction, les mêmes valeurs définitives de la latitude, de l'aberration etc.

Sur les nombres des pointages voyez p. 88. L'explication des lettres a, b, c, d, w, relatives à la qualité de l'image et à l'état du ciel, se trouve de même p. 88.

§ 57. Observations de l'étoile polaire.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	−ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	I	1842 Mars 11	inf. l*)	2	*b*	88°28′18″,95	+1	+1,1	+1,58	−0,91	+0,39	0,19	+0″,56	1,3	+0″,50	88°27′60″,11
2	I	13	sup.	4	*bw*	18,52	−1	−1,0	−0,65	0,92	0,37	0,20	+0,50	3,6	+0,51	60,10
3	I	14	sup.	4	*bw*	18,52	−1	−1,0	−0,41	0,92	0,35	0,20	+0,18	3,6	+0,19	60,42
4	I	14	inf. l.	4	*aw*	18,53	+1	+1,1	+0,93	0,92	0,34	0,20	+0,00	3,6	−0,04	60,65
5	I	16	inf. l.	4	*a*	17,68	+1	+1,1	0	0,94	0,31	0.21	+0,23	3,6	+0,21	60,40
6	I	17	inf. l.	2	*aw*	17,18	+1	+1,1	+0,21	0,94	0,29	0,21	+0,46	1,3	+0,44	60,17
7	I	18	inf. l.	4	*a*	17,41	+1	+1,1	+0,38	0,95	0,27	0,21	−0,05	3,6	−0,08	60,69
8	I	19	sup.	4	*b*	17,39	−1	−1,0	+0,02	0,95	0,26	0,21	−0,16	3,6	−0,17	60,78
9	I	19	inf. l.	4	*bw*	17,12	+1	+1,1	+0,43	0,95	0,26	0,22	−0,02	3,6	−0,05	60,66
10	I	21	sup.	4	*b*	16,69	−1	−1,0	−0,36	0,96	0,23	0,22	+0,01	3,6	+0,01	60,60
11	I	21	inf. l.	2	*cw*	16,67	+1	+1,1	+1,01	0,96	0,22	0,22	−0,11	1,0	−0,16	60,77
12	I	22	sup.	4	*bw*	16,34	−1	−1,0	−0,52	0,96	0,21	0,22	+0,09	3,6	+0,09	60,52
13	II	Avril 2	sup.	2	*c*	13,34	−1	+1,0	+0,03	0,99	0,03	0,25	−0,37	1,0	−0,40	61,01
14	II	2	inf. l.	4	*aw*	12,71	+1	−1,1	+0,16	0,99	0,03	0,25	+0,12	3,6	+0,08	60,53
15	II	3	sup.	2	*cw*	12,87	−1	+1,0	+0,03	0,99	0,02	0,26	−0,18	1,0	−0,21	60,82
16	II	3	inf. l.	2	*a*	12,56	+1	−1,1	+0,63	0,99	+0,01	0,26	−0,01	1,3	−0,06	60,67
17	II	4	sup.	4	*c*	12,88	−1	+1,0	−0,27	0,99	0	0,26	−0,48	2,3	−0,50	61,11
18	II	4	inf. l.	4	*a*	12,20	+1	−1,1	+0,58	0,99	−0,01	0,26	+0,05	3,6	0,00	60,61
19	II	8	inf. l.	4	*a*	11,04	+1	−1,1	+0,93	0,99	0,08	0,27	−0,11	3,6	−0,16	60,77
20	II	8 et 9	sup.	4	*d*	10,69	−1	+1,0	−0,38	0,99	0,08	0,27	+0,09	2,3	+0,06	60,55
21	II	9	inf. l.	4	*a*	10,53	+1	−1,1	+0,72	0,99	0,09	0,27	+0,07	3,6	+0,01	60,60
22	II	10	inf. l.	4	*aw*	10,21	+1	−1,1	+0,50	0,99	0,11	0,28	+0,05	3,6	0,00	60,61
23	II	10	sup.	2	*c*	10,04	−1	+1,0	−0,20	0,99	0,12	0,28	+0,06	1,0	+0,03	60,58
24	II	11	inf. l.	4	*a*	9,52	+1	−1,1	+0,61	0,98	0,13	0,28	+0,40	3,6	+0,34	60,27
25	I	12	inf. l.	4	*a*	9,74	+1	+1,1	+0,18	0,98	0,14	0,28	−0,12	3,6	−0,17	60,78
26	I	13	sup.	4	*c*	9,11	−1	−1,0	+0,46	0,98	0,17	0,29	+0,07	2,3	+0,02	60,59
27	I	14	inf. l.	4	*a*	9,06	+1	+1,1	−0,02	0,97	0,18	0,29	−0,03	3,6	−0,08	60,69
28	I	15	sup.	2	*d*	8,53	−1	−1,0	−0,36	0,97	0,20	0,29	+0,12	1,0	+0,09	60,52
29	I	16	inf. l.	4	*aw*	8,54	+1	+1,1	+0,81	0,97	0,21	0,29	−0,03	3,6	−0,10	60,71
30	I	17	sup.	4	*c*	8,17	−1	−1,0	−0,34	−0,96	−0,24	0,30	−0,05	2,3	−0,08	60,69

*) La lettre *l* signifie que les microscopes sont lus à l'aide d'une lampe.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ζ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
31	I	1842 Avr. 18	inf. l.	(3)	*b*	88°28′ 7,″99	+1	+1,1	+0,86	—0,96	—0,25	0,30	—0,″01	1,3	—0,″08	88°28′ 60,″69
32	I	18	sup.	4	*d*	8,57	—1	—1,0	—0,19	0,96	0,25	0,30	+0,28	2,3	+0,25	60,36
33	I	20	inf. l.	4	*aw*	7,59	+1	+1,1	—0,09	0,95	0,28	0,30	—0,18	3,6	—0,23	60,84
34	I	21	inf. l.	4	*aw*	7,07	+1	+1,1	—0,05	0,95	0,29	0,31	+0,04	3,6	—0,01	60,62
35	I	25	inf. l.	4	*a*	6,17	+1	+1,1	+0,18	0,92	0,36	0,32	—0,30	3,6	—0,36	60,97
36	I	25	sup.	4	*c*	5,83	—1	—1,0	+0,01	0,92	0,37	0,32	—0,10	2,3	—0,14	60,75
37	I	26	inf. l.	4	*a*	5,65	+1	+1,1	+0,17	0,92	0,37	0,32	—0,05	3,6	—0,11	60,72
38	I	28	sup.	4	*cw*	4,97	—1	—1,0	+0,25	0,90	0,41	0,33	+0,01	2,3	—0,04	60,65
39	I	30	inf. l.	4	*aw*	4,85	+1	+1,1	+0,11	0,89	0,44	0,33	—0,22	3,6	—0,28	60,89
40	I	30	sup.	4	*d*	5,45	—1	—1,0	+0,26	0,89	0,44	0,33	+0,01	2,3	—0,04	60,65
41	I	Mai 1	sup.	4	*c*	4,16	—1	—1,0	+0,41	0,88	0,46	0,34	+0,12	2,3	+0,07	60,54
42	II	2	inf. l.	4	*aw*	4,06	+1	—1,1	0	0,87	0,46	0,34	+0,10	3,6	+0,05	60,56
43	II	2	sup.	4	*cw*	3,44	—1	+1,0	+0,76	0,87	0,47	0,34	+0,60	2,3	+0,53	60,08
44	II	3	sup.	4	*d*	3,65	—1	+1,0	+0,79	0,86	0,49	0,34	+0,12	2,3	+0,05	60,56
45	II	4	inf. l.	2	*b*	2,96	+1	—1,1	—0,36	0,86	0,49	0,34	+0,67	1,3	+0,63	59,98
46	II	4	sup.	4	*c*	3,27	—1	+1,0	+1,19	0,85	0,50	0,34	+0,22	2,3	+0,14	60,47
47	II	7	inf. l.	2	*a*	3,15	+1	—1,1	—0,82	0,83	0,53	0,35	—0,36	1,3	—0,39	61,00
48	II	7	sup.	2	*c*	1,93	—1	+1,0	+1,21	0,83	0,54	0,35	+0,72	1,0	+0,64	59,97
49	II	10	sup.	2	*dw*	2,12	—1	+1,0	+0,87	0,80	0,58	0,36	—0,18	1,0	—0,25	60,86
50	II	13	inf. l.	2	*a*	1,50	+1	—1,1	—0,66	0,77	0,61	0,37	—0,02	1,3	—0,05	60,66
51	II	13	sup	2	*cw*	0,96	—1	+1,0	+1,00	0,77	0,62	0,37	+0,44	1,0	+0,36	60,25
52	II	14	inf. l.	2	*a*	1,20	+1	—1,1	—0,93	0,76	0,63	0,37	+0,10	1,3	+0,08	60,53
53	II	14	sup.	2	*c*	1,06	—1	+1,0	+1,03	0,76	0,63	0,37	+0,15	1,0	+0,07	60,54
54	II	15	inf. l.	2	*a*	0,98	+1	—1,1	—0,67	0,75	0,64	0,37	+0,14	1,3	+0,11	60,50
55	II	15	sup.	2	*d*	1,18	—1	+1,0	+0,99	0,75	0,65	0,37	—0,14	1,0	—0,22	60,83
* 56	II	16	inf. l.	2	*b*	0,74	+1	—1,1	—0,71	0,74	0,65	0,37	+0,20	1,3	+0,17	60,44
57	II	16	sup.	2	*c*	88 28 0,30	—1	+1,0	+1,07	0,74	0,66	0,38	+0,56	1,0	+0,48	60,13
58	II	23	inf. l.	2	*a*	88 27 59,40	+1	—1,1	—0,96	0,66	0,74	0,39	+0,13	1,3	+0,11	60,50
59	II	23	sup.	4	*d*	59,33	—1	+1,0	+1,13	0,65	0,74	0,39	+0,13	2,3	+0,05	60,56
60	II	24	inf. l.	2	*b*	59,22	+1	—1,1	—0,98	—0,65	—0,75	0,40	+0,15	1,3	+0,13	60,48

Observations de l'étoile polaire.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ζ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
61	II	1842 Mai 24	sup.	2	*cw*	88°27′58,″87	—1	+1,0	+1,09	—0,64	—0,75	0,40	+0,″42	1,0	+0,″34	88°27′60,″27
62	II	25	inf. l.	2	*b*	59,58	+1	—1,1	—0,41	0,64	0,76	0,40	—0 35	1,3	—0,39	61,00
63	II	26	inf.	2	*a*	58,91	+1	—1,1	—0,51	0,62	0,77	0,40	+0,20	1,3	+0,16	60,45
64	II	26	sup.	4	*cw*	59,10	—1	+1,0	+0,71	0,62	0,77	0,40	—0,05	2,3	—0,12	60,73
65	I	27	inf.	2	*dw*	58,49	+1	+1,1	—0,80	0,61	0,78	0,40	+0,50	1,0	+0,47	60,14
66	I	27	sup.	4	*cw*	58,97	—1	—1,0	+0,87	0,61	0,79	0,41	+0,03	2,3	—0,04	60,65
67	I	28	inf.	3	*a*	58,58	+1	+1,1	—0,94	0,60	0,79	0,41	+0,29	2,3	+0,26	60,35
68	I	28	sup.	2	*b*	58,96	—1	—1,0	+1,18	0,59	0,80	0,41	—0,15	1,3	—0,22	60,83
69	I	29	sup.	2	*c*	58,48	—1	—1,0	+1,18	0,58	0,81	0,41	+0,21	1,0	+0,14	60,47
70	I	30	inf.	3	*a*	58,98	+1	+1,1	—1,16	0,57	0,81	0,41	—0,35	2,3	—0,37	60,98
71	I	30	sup.	2	*a*	58,27	—1	—1,0	+1,12	0,57	0,81	0,41	+0,28	1,3	+0,21	60,40
72	I	31	inf.	3	*a*	58,14	+1	+1,1	—1,27	0,56	0,82	0,42	+0,34	2,3	+0,32	60,29
73	I	Juin 3	inf.	2	*b*	57,95	+1	+1,1	—1,31	0,52	0,84	0,42	+0,06	1,3	+0,05	60,56
74	I	3	sup.	2	*a*	57,48	—1	—1,0	+1,26	0,51	0,85	0,42	+0,47	1,3	+0,40	60,21
75	I	4	inf.	3	*a*	57,78	+1	+1,1	—1,54	0,50	0,85	0,43	+0,09	2,3	+0,08	60,53
76	I	4	sup.	3	*a*	57,60	—1	—1,0	+1,22	0,50	0,85	0,43	+0,19	2,3	+0,12	60,49
77	I	5	inf.	3	*a*	57,63	+1	+1,1	—1,45	0,49	0,86	0,43	+0,10	2,3	+0,09	60,52
78	I	5	sup.	4	*b*	57,77	—1	—1,0	+1,25	0,48	0,86	0,43	—0,09	3,6	—0,16	60,77
79	I	6	inf.	4	*aw*	57,51	+1	+1,1	—1,48	0,48	0,87	0,43	+0,11	3,6	+0,10	60,51
80	I	6	sup.	4	*c*	57,65	—1	—1,0	+1,33	0,47	0,87	0,43	—0,08	2,3	—0,15	60,76
81	I	7	inf.	4	*a*	57,40	+1	+1,1	—1,48	0,46	0,87	0,44	+0,12	3,6	+0,11	60,50
82	I	7	sup.	4	*b*	57,13	—1	—1,0	+1,28	0,45	0,88	0,44	+0,37	3,6	+0,30	60,31
83	I	8	inf.	4	*a*	57,25	+1	+1,1	—1,68	0,45	0,88	0,44	+0,23	3,6	+0,23	60,38
84	I	8	sup.	(4)	*bw*	57,36	—1	—1,0	+1,55	0,44	0,88	0,44	+0,09	2,6	+0,01	60,60
85	I	10	inf.	4	*c*	57,44	+1	+1,1	—0,76	0,42	0,90	0,44	—0,04	2,3	—0,06	60,67
86	I	10	sup.	4	*aw*	57 53	—1	—1,0	+0,75	0,41	0,90	0,44	—0,16	3,6	—0,22	60,83
87	I	11	sup.	4	*c′*	57,20	—1	—1,0	+0,66	0,39	0,91	0,45	+0,13	2,3	+0,08	60,53
88	I	12	sup.	4	*a*	57,26	—1	—1,0	+0,90	0,38	0,91	0,45	+0,04	3,6	—0,02	60,63
89	I	13	sup.	2	*cw*	57,39	—1	—1,0	+0,35	0,36	0,92	0,45	—0,14	1,0	—0,18	60,79
90	II	14	inf.	4	*aw*	57,34	+1	—1,1	—0,62	—0,35	—0,92	0,45	—0,12	3,6	—0,14	60,75

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
91	II	1842 Juin 18	inf.	6	*bw*	88°27′56″,76	+1	—1,1	—0,82	—0,29	—0,95	0,46	+0″,20	4,9	+0″,19	88°27′60″,42
92	II	18	sup.	4	*b*	56,84	—1	+1,0	+0,66	0,28	0,95	0,47	+0,09	3,6	+0,04	60,57
93	II	19	inf.	2	*bw*	56,97	+1	—1,1	—0,87	0,27	0,95	0,47	—0,05	1,3	—0,06	60,67
94	II	20	inf.	4	*bw*	56,52	+1	—1,1	—0,97	0,26	0,96	0,47	+0,37	3,6	+0,36	60,25
95	II	20	sup.	4	*a*	56,87	—1	+1,0	+0,81	0,25	0,96	0,47	+0,02	3,6	—0,03	60,64
96	II	21	inf.	4	*aw*	56,61	+1	—1,1	—1,10	0,24	0,96	0,47	+0,28	3,6	+0,28	60,33
97	II	22	inf.	4	*c*	56,43	+1	—1,1	—1,22	0,22	0,96	0,48	+0,47	2,3	+0,47	60,14
98	II	22	sup.	4	*b*	56,76	—1	+1,0	+0,88	0,22	0,96	0,48	+0,16	3,6	+0,11	60,50
99	II	23	inf.	4	*b*	56,87	+1	—1,1	—1,25	0 21	0,97	0 48	+0,05	3,6	+0,05	60,56
100	II	23	sup.	4	*c*	57,03	—1	+1,0	+0,96	0,20	0,97	0,48	—0,09	2,3	—0,15	60,76
101	II	24	inf.	2	*a*	56,93	+1	—1,1	—1,51	0,19	0,97	0,48	+0,02	1,3	+0,03	60,58
102	II	24	sup.	4	*b*	57,08	—1	+1,0	+1,02	0,18	0,97	0,48	—0,11	3,6	—0,17	60,78
103	II	25	sup.	2	*cw*	56,55	—1	+1,0	+1,09	0,17	0,97	0,48	+0,45	1,0	+0,39	60,22
104	II	28	inf.	2	*bw*	57,00	+1	—1,1	—1,13	0,13	0,98	0,49	+0,01	1,3	+0,01	60,60
105	II	Juill. 4	sup.	3	*c*	56,90	—1	+1,0	+0,92	0,02	0,99	0,51	+0,24	1,5	+0,20	60,41
106	II	5	inf.	4	*b*	57,12	+1	—1,1	—1,31	0,02	0,99	0,51	+0,08	3,6	+0,10	60,51
107	II	5	sup.	4	*b*	56,96	—1	+1,0	+0,84	—0,01	0,99	0,51	+0,28	3,6	+0,24	60,37
108	II	6	inf.	4	*a*	57,27	+1	—1,1	—1,59	0	0,99	0,51	+0,02	3,6	+0,04	60,57
109	II	6	sup.	4	*a*	57,47	—1	+1,0	+1,16	+0,01	0,99	0,51	—0,13	3,6	—0,18	60,79
110	II	7	inf.	3	*a*	57,50	+1	—1,1	—1,65	0,02	0,99	0,52	—0,11	2,3	—0,08	60,69
111	II	7	sup.	2	*b*	57,60	—1	+1,0	+1,04	0,02	0,99	0,52	—0,15	1,3	—0,19	60,80
112	II	8	inf.	4	*aw*	57,53	+1	—1,1	—1,65	0,03	0,99	0,52	—0,02	3,6	+0,01	60,60
113	II	9	sup.	4	*bw*	57,73	—1	+1,0	+1,17	0,06	0,99	0,52	—0,05	3,6	—0,09	60,70
114	I	13	inf.	4	*bw*	58,01	+1	+1,1	—1,72	0,11	0,98	0,53	—0,02	3,6	+0,01	60,60
115	I	14	inf.	2	*bw*	58.63	+1	+1,1	—1,72	0,13	0,98	0,54	—0,55	1,3	—0,52	61,13
116	I	18	inf.	6	*b*	58,40	+1	+1,1	—1,36	0,19	0,97	0,55	+0,12	4,9	+0,15	60,46
117	I	18	sup.	4	*b*	58,95	—1	—1,0	+0,81	0,20	0,97	0,55	—0,37	3,6	—0,39	61,00
118	I	19	inf.	2	*cw*	58,86	+1	+1,1	—1,37	0,21	0 97	0,55	—0,19	1,0	—0,16	60,77
119	I	19	sup.	4	*a*	58,62	—1	—1,0	+0,92	0,22	0,96	0,55	+0,14	3,6	+0,12	60,49
120	I	20	sup.	4	*b*	59,03	—1	—1,0	+0,71	+0,23	—0,96	0,55	—0,09	3,6	—0,11	60,72

Observations de l'étoile polaire.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
121	I	1842 Juill. 21	inf.	4	aw	88° 27′ 58″,87	+1	+1,1	−1,32	+0,24	−0,96	0,55	+0″,16	3,6	+0″,19	88° 27′ 60″,42
122	I	21	sup.	(4)	dw	58,95	−1	−1,0	+0,80	0,25	0,96	0,56	+0,17	2,0	+0,15	60,46
123	I	24	sup.	4	bw	59,83	−1	−1,0	+0,72	0,30	0,94	0,56	−0,23	3,6	−0,24	60,85
124	I	25	sup.	2	bw	88 27 59,32	−1	−1,0	+0,79	0,31	0,94	0,57	+0,44	1,3	+0,43	60,18
125	I	27	sup.	4	bw	88 28 0,21	−1	−1,0	+0,71	0,34	0,93	0,57	−0,19	3,6	−0,20	60,81
126	I	Août 1	inf.	3	a	0,82	+1	+1,1	−1,58	0,41	0,90	0,58	0,00	2,3	−0,05	60,56
127	I	1	sup.	4	c	1,01	−1	−1,0	+0,90	0,42	0,90	0,59	−0,06	2,3	−0,07	60,68
128	I	2	inf.	4	a	1,03	+1	+1,1	−1,59	0,43	0,89	0,59	+0,04	3,6	+0,09	60,52
129	I	3	inf.	2	bw	1,58	+1	+1,1	−1,31	0,44	0,89	0,59	−0,27	1,3	−0,22	60,83
130	I	3	sup.	4	bw	1,62	−1	−1,0	+0,83	0,45	0,88	0,59	−0,18	3,6	−0,18	60,79
131	I	5	sup.	4	bw	1,78	−1	−1,0	+0,97	0,48	0,87	0,60	+0,15	3,6	+0,15	60,46
132	I	6	inf.	4	b	2,40	+1	+1,1	−1,58	0,49	0,87	0,60	−0,36	3,6	−0,30	60,91
133	I	6	sup.	2	bw	2,77	−1	−1,0	+1,02	0,49	0,86	0,60	−0,60	1,3	−0,60	61,21
134	I	7	inf.	4	b	2,34	+1	+1,1	−1,73	0,50	0,86	0,60	−0,06	3,6	0,00	60,61
135	I	7	sup.*)	4	a	2,26	−1	−1,0	+0,99	0,51	0,85	0,60	+0,14	3,6	+0,14	60,47
136	I	8	inf.	4	aw	2,76	+1	+1,1	−1,77	0,52	0,85	0,60	−0,25	3,6	−0,18	60,79
137	I	8	sup. l.	4	bw	2,70	−1	−1,0	+1,07	0,52	0,84	0,61	−0,09	3,6	−0,09	60,70
138	I	9	inf.	4	b	2,78	+1	+1,1	−1,59	0,53	0,84	0,61	−0,05	3,6	+0,01	60,60
139	I	9	sup. l.	4	bw	2,69	−1	−1,0	+0,94	0,54	0,83	0,61	+0,14	3,6	+0,15	60,46
140	II	10	inf.	4	a	2,96	+1	−1,1	−1,47	0,54	0,83	0,61	−0,03	3,6	+0,04	60,57
141	II	11	inf.	4	a	3,24	+1	−1,1	−1,60	0,56	0,82	0,61	−0,09	3,6	−0,02	60,63
142	II	11	sup. l.	4	a	3,16	−1	+1,0	+0,79	0,57	0,81	0,61	+0,10	3,6	+0,11	60,50
143	II	12	inf.	4	b	3,31	+1	−1,1	−1,71	0,57	0,81	0,62	+0,07	3,6	+0,14	60,47
144	II	12	sup. l.	4	b	3,66	−1	+1,0	+0,98	0,58	0,80	0,62	−0,17	3,6	−0,17	60,78
145	II	13	inf.	4	b	3,68	+1	−1,1	−1,66	0,59	0,80	0,62	−0,07	3,6	0,00	60,61
146	II	13	sup. l.	4	b	3,88	−1	+1,0	+0,97	0,59	0,79	0,62	−0,14	3,6	−0,14	60,75
147	II	14	inf.	4	cw	4,05	+1	−1,1	−1,62	0,60	0,79	0,62	−0,18	2,3	−0,10	60,71
148	II	15	inf.	3	cw	4,56	+1	−1,1	−1,77	0,61	0,78	0,62	−0,38	1,5	−0,30	60,91
149	II	16	inf.	4	b	4,64	+1	−1,1	−1,45	0,63	0,77	0,63	−0,20	3,6	−0,13	60,74
150	II	17	inf.	4	aw	4,76	+1	−1,1	−1,82	+0,64	−0,76	0,63	−0,02	3,6	+0,06	60,55

*) Pour les deux premiers pointages, les microscopes sont lus à l'aide d'une lampe.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
151	II	1842 Août 18	inf.	(3)	cw	88°28′ 5″,16	+1	−1,1	−1,60	+0,65	−0,75	0,63	−0″,11	1,0	−0″,03	88°27′ 60″,64
152	II	18	sup. l.	4	c	5,56	−1	+1,0	+0,72	0,66	0,74	0,63	−0,36	2,3	−0,34	60,95
153	I	19	sup. l.	4	a	5,90	−1	−1,0	+0,69	0,67	0,73	0,63	−0,39	3,6	−0,36	60,97
154	I	20	inf.	4	b	5,82	+1	+1,1	−1,44	0,67	0,72	0,64	−0,18	3,6	−0,11	60,72
155	I	20	sup. l.	4	a	5,93	−1	−1,0	+0,69	0,68	0,72	0,64	−0,15	3,6	−0,12	60,73
156	I	21	inf.	6	c	6,18	+1	+1,1	−1,54	0,69	0,71	0,64	−0,27	3,3	−0,19	60,80
157		21	sup. l.	4	a	5,74	−1	−1,0	+0,98	0,69	0,70	0,64	+0,30	3,6	+0,32	60,29
158	I	22	inf.	4	aw	6,05	+1	+1,1	−1,54	0,70	0,70	0,64	+0,12	3,6	+0,20	60,41
159	I	22	sup. l.	4	c	6,57	−1	−1,0	+0,81	0,70	0,69	0,64	−0,28	2,3	−0,25	60,86
160	I	23	inf.	2	b	6,94	+1	+1,1	−1,51	0,71	0,69	0,64	−0,52	1,3	−0,44	61,05
161	I	Sept. 2	inf.	2	d	9,54	+1	+1,1	−1,72	0,81	0,56	0,67	+0,01	1,0	+0,11	60,50
162	II	5	inf.	2	d	11,02	+1	−1,1	−0,99	0,84	0,52	0,68	−0,47	1,0	−0,38	60,99
163	II	11	inf.	4	bw	12,56	+1	−1,1	−0,87	0,88	0,45	0,70	−0,06	3,6	+0,03	60,58
164	II	12	sup. l.	3	b	13,55	−1	+1,0	+0,13	0,90	0,41	0,70	−0,49	2,3	−0,42	61,03
165	II	13	inf.	4	b	13,52	+1	−1,1	−0,96	0,90	0,40	0,70	−0,26	3,6	−0,16	60,77
166	II	13	sup. l.	4	aw	13,31	−1	+1,0	+0,33	0,90	0,40	0,70	+0,14	3,6	+0,20	60,41
167	II	14	inf.	(3)	c	13,90	+1	−1,1	−0,96	0,91	0,39	0,71	−0,26	1,0	−0,16	60,77
168	II	16	inf.	4	aw	14,84	+1	−1,1	−1,14	0,92	0,36	0,71	−0,44	3,6	−0,34	60,95
169	II	17	inf	4	cw	14,90	+1	−1,1	−1,02	0,93	0,34	0,71	−0,15	2,3	−0,05	60,66
170	II	18	sup. l.	4	c	14,92	−1	+1,0	+0,43	0,93	0,31	0,72	+0,34	2,3	+0,41	60,20
171	II	19	inf.	(3)	bw	16,06	+1	−1,1	−1,22	0,94	0,31	0,72	−0,63	1,3	−0,52	61,13
172	II	19	sup. l.	4	bw	15,57	−1	+1,0	+0,55	0,94	0,30	0,72	−0,02	3,6	+0,09	60,52
173	II	20	inf.	4	cw	15,91	+1	−1,1	−1,20	0,94	0,29	0,72	−0,15	2,3	−0,04	60,65
174	II	20	sup. l.	4	a	16,02	−1	+1,0	+0,46	0,94	0,28	0,72	−0,11	3,6	−0,04	60,55
175	I	21	inf.	4	c	16,16	+1	+1,1	−1,21	0,95	0,27	0,72	−0,09	2,3	+0,02	60,59
176	I	21	sup. l.	2	aw	15,92	−1	−1,0	+0,48	0,95	0,26	0,72	+0,32	1,3	+0,39	60,22
177	I	22	inf.	4	cw	16,85	+1	+1,1	−1,28	0,95	0,26	0,73	−0,44	2,3	−0,33	60,94
178	I	22	sup. l.	4	cw	16,54	−1	−1,0	+0,48	0,95	0,25	0,73	+0,05	2,3	+0,12	60,49
179	I	27	inf.	5	bw	18,41	+1	+1,1	−0,38	0,97	0,17	0,74	−0,06	4,0	+0,03	60,58
180	I	28	inf.	2	dw	18,75	+1	+1,1	−0,51	+0,97	−0,16	0,74	+0,01	1,0	+0,11	60,50

Observations de l'étoile polaire.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	a	β	γ	ε	ζ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
181	I	1842 Sept. 29	inf.	6	cw	88°28′19″,12	+1	+1,1	−0,24	+0,98	−0,14	0,75	+0,04	3,3	+0″,13	88°27′60″,48
182	I	30	sup. l.	4	a	19,76	−1	−1,0	+0,32	0,98	0,12	0,75	0,00	3,6	+0,09	60,52
183	I	Oct. 2	inf.	4	a	20,22	+1	+1,1	−0,59	0,98	0,09	0,76	+0,09	3,6	+0,19	60,42
184	I	6	inf	3	cw	22,08	+1	+1.1	−0,08	0,99	0,03	0,77	−0,35	1,5	−0,26	60,87
185	I	6	sup. l.	4	c	22,12	−1	−1,0	−0,43	0,99	−0,02	0,77	−0,21	2,3	−0,10	60,71
186	I	8	inf.	2	bw	23,36	+1	+1,1	−0,24	0,99	+0,01	0,77	−0,46	1,3	−0,36	60,97
187	II	10	sup. l.	4	a	23,37	−1	+1,0	−0,33	0,99	0,05	0,78	+0,16	3,6	+0,27	60,34
188	II	10	inf.	4	c	23 87	+1	−1,1	−0,07	0,98	0,06	0,78	−0,12	2,3	−0,02	60,63
189	II	11	sup. l.	4	bw	23,81	−1	+1,0	−0,18	0,98	0,07	0,78	+0,14	3,6	+0,25	60,36
190	II	11	inf.	4	c	24,44	+1	−1,1	+0,07	0,98	0,07	0,78	−0,29	2,3	−0,19	60,80
191	II	12	sup. l.	4	aw	24,11	−1	+1,0	−0,49	0,98	0,08	0,78	+0,25	3,6	+0,37	60,24
192	II	12	inf.	3	a	24,47	+1	−1,1	+0,07	0,98	0,09	0,78	+0,10	2,3	+0,20	60,41
193	II	13	sup. l.	4	bw	24,71	−1	+1,0	−0,42	0,98	0,10	0,79	+0,06	3,6	+0,18	60,43
194	II	13	inf.	3	bw	25,36	+1	−1,1	−0,03	0,98	0,11	0,79	−0,40	2,3	−0,30	60,91
195	II	16	sup. l.	4	a	25,70	−1	+1,0	−0,07	0,98	0,15	0,79	+0,14	3,6	+0,25	60,36
196	II	16	inf.	4	a	26,00	+1	−1,1	−0,08	0,98	0,16	0,80	+0,01	3,6	+0,12	60,49
197	II	17	sup. l.	4	bw	26,29	−1	+1,0	−0,20	0,97	0,17	0,80	−0,10	3,6	+0,01	60,60
198	II	18	inf.	4	bw	26.99	+1	−1,1	−0,61	0,97	0,19	0,80	−0,28	3,6	−0,16	60,77
199	II	19	sup. l.	4	aw	26,81	−1	+1,0	+0,38	0,97	0,20	0,80	+0,07	3,6	+0,17	60,44
200	I	21	sup. l.	4	b	27,69	−1	−1,0	+0,07	0,96	0,24	0,81	−0,06	3,6	+0,05	60,56
201	I	21	inf.*)	4	cw	28,48	+1	+1,1	−0,37	0,96	0,24	0,81	−0,66	2,3	−0,55	61,16
202	I	22	sup. l.	2	a	27,82	−1	−1,0	+0,04	0,95	0,25	0,81	+0,19	1,3	+0,30	60,31
203	I	22	inf.	3	bw	28,45	+1	+1,1	−0,38	0,95	0,26	0,81	−0,23	2,3	−0,12	60,73
204	I	23	sup. l.	4	a	28,56	−1	−1,0	−0,12	0,95	0,27	0,81	−0,13	3,6	−0,01	60,62
205	I	27	sup. l.	4	a	30,00	−1	−1,0	+0,09	0,93	0,34	0,82	+0,04	3,6	+0,15	60,46
206	I	Nov. 17	inf.	4	b	37,48	+1	+1,1	+0,69	0,74	0,65	0,88	−0,06	3,6	+0,03	60,58
207	I	19	sup. l.	4	b	38,10	−1	−1,0	−0,86	0,72	0,67	0,89	−0,19	3,6	−0,05	60,66
208	I	24	inf.	2	cw	40,41	+1	+1,1	+0,85	0,66	0,74	0,90	−0,67	1,0	−0,58	61,19
209	I	Déc. 1	sup. l.	3	c	41,59	−1	−1,0	−0,60	0,57	0,81	0,92	−0,16	1,5	−0,03	60,64
210	I	7	inf.	4	cw	43,10	+1	+1,1	+0,80	+0,47	+0,87	0,94	+0,12	2,3	+0,20	60,41

*) Tous les quatre pointages sont un peu précipités, puisque à cause des nuages, l'étoile n'était visible que pour des moments.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Pas-sage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
211	II	1842 Déc. 17	sup. l.	4	*a*	88°28′45,″08	—1	+1,0	—0,10	+0,31	+0,93	0,96	—0,00	3,6	+0,″10	88°27′60,51
212	II	19	sup. l.	4	*b*	45,53	—1	+1,0	—1,78	0,28	0,94	0,97	—0,04	3,6	+0,11	60,50
213	II	19	inf. l.	2	*c*	44,92	+1	—1,1	+2,23	0,27	0,95	0,97	+0,68	1,0	+0,72	59,89
214	II	28	sup. l.	4	*bw*	46,89	—1	+1,0	+0,09	0,13	0,98	0,99	—0,19	3,6	—0,10	60,71
215	II	1843 Janv. 2	inf. l.	4	*c*	47,45	+1	—1,1	+1,95	0,03	0,99	1,01	—0,04	2,3	—0,01	60,62
216	II	3	inf. l.	4	*bw*	47,41	+1	—1,1	+1,08	+0,01	0,99	1,01	+0,09	3,6	+0,14	60,47
217	II	8	inf. l.	4	*c*	47,78	+1	—1,1	+1,12	—0,07	0,99	1,02	—0,15	2,3	—0,10	60,71
218	II	19	inf. l.	4	*b*	47,69	+1	—1,1	—0,07	0,26	0,96	1,05	+0,12	3,6	+0,19	60,42
219	II	31	sup.*)	4	*aw*	47,40	—1	+1,0	—0,40	0,45	0,88	1,09	—0,32	3,6	—0,26	60,87
220	II	31	inf. l.	4	*a*	47,27	+1	—1,1	+0,79	0,46	0,87	1,09	—0,24	3,6	—0,21	60,82
221	II	Févr. 3	inf. l.	4	*bw*	46,63	+1	—1,1	+0,07	0,50	0,85	1,10	—0,05	3,6	—0,01	60,62
222	II	10	inf. l.	4	*b*	45,64	+1	—1,1	+1,07	0,60	0,78	1,11	—0,09	3,6	—0,09	60,70
223	II	16	sup.	4	*aw*	44,70	—1	+1,0	—0,29	0,68	0,72	1,13	—0,09	3,6	—0,06	60,67
224	II	19	sup.	4	*a*	44,01	—1	+1,0	—0,10	0,71	0,68	1,14	—0,09	3,6	—0,07	60,68
225	II	21	sup.	4	*c*	43,66	—1	+1,0	—0,86	0,74	0,66	1,14	—0,19	2,3	—0,15	60,76
226	II	21	inf. l.	4	*b*	43,24	+1	—1,1	+1,05	0,74	0,65	1,14	+0,12	3,6	+0,11	60,50
227	II	23	inf. l.	4	*aw*	42,88	+1	—1,1	+0,93	0,76	0,63	1,15	+0,09	3,6	+0,08	60,53
228	I	Mars 4	inf. l.	4	*b*	40,41	+1	+1,1	+0,73	0,85	0,50	1,17	+0,25	3,6	+0,23	60,38
229	I	7	inf. l.	4	*b*	39,91	+1	+1,1	—0,81	0,88	0,46	1,18	—0,08	3,6	—0,11	60,72
230	I	8	sup.	4	*bw*	39,59	—1	—1,0	—0,29	0,88	0,45	1,18	+0,11	3,6	+0,12	60,49
231	I	9	sup.	4	*c*	39,79	—1	—1,0	+0,14	0,89	0,43	1,19	—0,34	2,3	—0,34	60,95
232	I	16	sup.	4	*b*	37,78	—1	—1,0	—0,43	0,93	0,32	1,21	—0,29	3,6	—0,28	60,89
233	I	16	inf. l.	4	*c*	37,37	+1	+1,1	+1,37	0,94	0,31	1,21	—0,04	2,3	—0,10	60,71
234	I	17	sup.	4	*bw*	37,37	—1	—1,0	—0,67	0,94	0,30	1,21	[illegible]0,21	3,6	—0,20	60,81
235	I	17	inf. l.	4	*aw*	36,91	+1	+1,1	+1,27	0,94	0,29	1,21	+0,10	3,6	+0,05	60,56
236	I	18	sup.	4	*b*	36,68	—1	—1,0	—0,52	0,94	0,28	1,21	+0,16	3,6	+0,16	60,45
237	I	18	inf. l.	4	*aw*	36,73	+1	+1,1	+1,18	0,95	0,28	1,21	—0,05	3,6	—0,10	60,71
238	I	19	inf. l.	4	*b*	36,50	+1	+1,1	+1,47	0,95	0,26	1,22	—0,14	3,6	—0,20	60,81
239	I	20	inf. l.	4	*c*	35,90	+1	+1,1	+1,48	0,96	0,24	1,22	+0,16	2,3	+0,10	60,51
240	I	21	sup.	4	*bw*	36,04	—1	—1,0	—0,55	—0,96	+0,23	1,22	—0,13	3,6	—0,13	60,74

*) Pour les deux derniers pointages, les microscopes sont lus à l'aide d'une lampe.

Observations de l'étoile polaire.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ζ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
241	I	1843 Mars 23	inf. l.	4	b	88° 28′ 35″,31	+1	+1,1	+1,29	−0,97	+0,19	1,23	−0″,09	3,6	−0″,15	88° 27′ 60″,76
242	I	24	sup.	4	b	35,32	−1	−1,0	−0,41	0,97	0,19	1,23	−0,24	3,6	−0,24	60,85
243	I	24	inf. l.	4	a	34,69	+1	+1,1	+1,10	0,97	0,18	1,23	+0,26	3,6	+0,20	60,41
244	I	25	sup.	4	c	34,89	−1	−1,0	−0,94	0,97	0,17	1,23	−0,08	2,3	−0,07	60,68
245	I	25	inf. l.	4	b	34,57	+1	+1,1	+1,41	0,97	0,16	1,23	+0,10	3,6	+0,03	60,58
246	I	26	sup.	4	b	34,75	−1	−1,0	−0,76	0,98	0,15	1,23	−0,24	3,6	−0,24	60,85
247	II	28	inf. l.	2	cw	33,66	+1	−1,1	+0,72	0,98	0,12	1,24	+0,07	1,0	+0,02	60,59
248	II	30	inf. l.	(3)	c	33,42	+1	−1,1	+1,05	0,99	0,08	1,25	−0,41	1,0	−0,47	61,08
249	II	31	sup.	4	cw	33,01	−1	+1,0	−0,32	0,99	0,07	1,25	−0,18	2,3	−0,20	60,81
250	II	Avril 2	sup.	3	c	32,32	−1	+1,0	−0,38	0,99	0,04	1,25	−0,17	1,5	−0,19	60,80
251	II	3	inf. l.	4	a	31,57	+1	−1,1	+0,67	0,99	0,01	1,26	+0,10	3,6	+0,05	60,56
252	II	4	sup.	2	b	31,71	−1	+1,0	−0,37	0,99	+0,01	1,26	−0,20	1,3	−0,22	60,83
253	II	4	inf. l.	4	b	31,08	+1	−1,1	+1,11	0,99	0,00	1,26	+0,29	3,6	+0,23	60,38
254	II	4 et 5	sup.	4	c	31,04	−1	+1,0	−0,53	0,99	−0,01	1,26	+0,19	2,3	+0,17	60,44
255	II	5	inf. l.	4	b	30,89	+1	−1,1	+0,97	0,99	0,02	1,26	+0,21	3,6	+0,15	60,46
256	II	11	inf. l.	4	c	29,43	+1	−1,1	+0,80	0,98	0,12	1,28	−0,11	2,3	−0,17	60,78
257	I	13	sup.	4	d	28,05	−1	−1,0	−0,04	0,98	0,16	1,28	+0,45	2,3	+0,42	60,19
258	I	14	inf. l.	4	a	28,25	+1	+1,1	+0,46	0,98	0,17	1,29	+0,08	3,6	+0,02	60,59
259	I	14	sup.	4	b	27,91	−1	−1,0	0,00	0,97	0,18	1,29	+0,25	3,6	+0,21	60,40
260	I	16	inf. l.	4	b	27,62	+1	+1,1	+0,59	0,97	0,21	1,29	+0,07	3,6	+0,01	60,60
261	I	17	sup.	4	cw	27,57	−1	−1,0	+0,23	0,96	0,23	1,30	−0,32	2,3	−0,36	60,97
262	I	19	sup.	4	c	26,91	−1	−1,0	+0,13	0,96	0,27	1,30	−0,17	2,3	−0,21	60,82
263	I	20	inf. l.	4	aw	26,47	+1	+1,1	+0,18	0,95	0,27	1,30	+0,14	3,6	+0,09	60,52
264	I	20	sup.	4	c	26,56	−1	−1,0	+0,07	0,95	0,28	1,30	−0,08	2,3	−0,12	60,73
265	I	21	inf. l.	4	a	26,09	+1	+1,1	+0,41	0,95	0,29	1,31	+0,26	3,6	+0,20	60,41
266	I	22	inf. l.	4	a	25,92	+1	+1,1	+0,45	0,94	0,31	1,31	+0,17	3,6	+0,11	60,50
267	I	22	sup.	4	cw	26,17	−1	−1,0	+0,05	0,94	0,31	1,31	−0,22	2,3	−0,26	60,87
268	I	24	inf. l.	4	a	25,22	+1	+1,1	−0,06	0,93	0,34	1,31	+0,30	3,6	+0,25	60,36
269	I	24	sup.	4	b	25,60	−1	−1,0	+0,37	0,93	0,35	1,32	−0,24	3,6	−0,29	60,90
270	I	25	inf. l.	4	b	25,35	+1	+1,1	−0,06	−0,92	−0,35	1,32	−0,15	3,6	−0,20	60,81

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
271	I	1843 Avr. 25	sup.	4	*c*	88°28′24″,93	—1	—1,0	+0,51	—0,92	—0,36	1,32	+0″,11	2,3	+0″,06	88°27′60″,55
272	I	26	inf. l.	4	*a*	25,05	+1	+1,1	+0,02	0,92	0,37	1,32	—0,17	3,6	—0,22	60,83
273	I	26	sup.	4	*d*	24,30	—1	—1,0	+0,30	0,92	0,38	1,32	+0,41	2,3	+0,36	60,25
274	I	27	inf. l.	4	*a*	24,72	+1	+1,1	+0,06	0,91	0,39	1,32	—0,17	3,6	—0,22	60,83
275	I	27	sup.	4	*d*	24,47	—1	—1,0	+0,51	0,91	0,39	1,32	—0,07	2,3	—0,13	60,74
276	I	28	inf. l.	4	*a*	24.03	+1	+1,1	—0,28	0,91	0,40	1,32	+0,22	3,6	+0,11	60,44
277	II	28	sup.	4	*dw*	24,09	—1	+1,0	+0,68	0,90	0,41	1,33	0,00	2,3	—0,06	60,67
278	II	29	sup.	4	*c*	23,65	—1	+1,0	+0,75	0,90	0,43	1,33	+0,16	2,3	+0,09	60,52
279	II	30	inf. l.	4	*c*	23,39	+1	—1,1	—0,32	—0,89	—0,43	1,33	+0,30	2,3	+0,26	60,35

Observations douteuses.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Passage.	Nombre des pointages.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	α	β	γ	ε	ξ	η	n	Poids	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
	I	1842 Mars 18	sup.	4	*b*	88 28 17,59	—1	—1,0	—0,03	—0,95	+0,28	0,21	—0,10		—0,11	88 27 60,72
	II	Mai 19	sup.	2	*dw*	0,51	—1	+1,0	+0,86	—0,70	—0,70	0,38	—0,29		—0,36	60,97
	I	Nov. 6	inf.	2	*bw*	34,07	+1	+1,1	+0,02	+0,85	+0,50	0,85	—0,25		—0,14	60,75
	I	15	inf.	4	*bw*	37,58	+1	+1,1	+0,18	+0,77	+0,62	0,88	—0,80		—0,69	61,30
	I	16	inf.	3	*cw*	37,68	+1	+1,1	+0,43	+0,75	+0,64	0,88	—0,58		—0,48	61,09
	I	17	sup. l.	4	*bw*	37,54	—1	—1,0	—0,54	+0,75	+0,64	0,88	—0,28		—0,14	60,75
	II	1843 Févr. 3	sup. l.	4	*bw*	46,81	—1	+1,0	+0,02	—0,50	+0,85	1,09	—0,14		—0,10	60,71
	II	11	sup.	6	*aw*	45,59	—1	+1,0	—0,59	—0,61	+0,77	1,12	—0,10		—0,05	60,66
	I	Mars 19	sup.	4	*cw*	37,01	—1	—1,0	—0,86	—0,95	+0,27	1,21	—0,49		—0,48	61,09
	I	23	sup.	4	*cw*	35,50	—1	—1,0	—0,66	—0,97	+0,20	1,22	—0,14		—0,14	60,75

§ 58. Observations de α Aurigae.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	I	1842 Mars 14	*a*	45°50′ 1,41	+1	+0,59	−0,13	+0,38	+0,20	−1″,03	−0″,84	45°49′46″,48
2	I	15	*aw*	0,17	+1	+0,19	0,14	0,38	0,20	+0,13	+0,32	45,32
3	I	18	*a*	0,59	+1	−0,02	0,16	0,37	0,21	−0,52	−0,33	45,97
4	I	19	*aw*	49 59,50	+1	+0,06	0,16	0,36	0,21	+0,51	+0,69	44,95
5	I	20	*aw*	59,89	+1	+0,16	0,17	0,36	0,22	+0,09	+0,27	45,37
6	I	21	*a*	59,63	+1	+0,46	0,17	0,36	0,22	+0,32	+0,49	45,15
7	I	23	*aw*	59,37	+1	+0,92	0,19	0,35	0,22	+0,53	+0,69	44,95
8	II	Avril 4	*a*	58,63	−1	+0,17	0,25	0,31	0,26	+0,23	+0,39	45,25
9	II	9	*b*	58,12	−1	+0,17	0,28	0,29	0,27	+0,33	+0,47	45,17
10	II	11	*cw*	57,33	−1	+0,16	0,29	0,28	0,28	+0,84	+0,98	44,66
11	II	Mai 2	*b*	55,53	−1	−0,45	0,37	0,16	0,33	−0,05	+0,03	45,61
12	II	6	*aw*	55,44	−1	−1,32	0,38	0,13	0,34	−0,45	−0,37	46,01
13	II	15	*c*	53,50	−1	−1,20	0,40	0,07	0,37	+0,08	+0,14	45,50
14	II	17	*a*	54,13	−1	−1,38	0,40	0,06	0,37	−0,76	−0,71	46,35
15	II	22	*c*	52,34	−1	−0,77	0,41	+0,03	0,39	+0,28	+0,30	45,34
16	II	26	*a*	51,63	−1	−0,74	0,41	0,00	0,40	+0,31	+0,32	45,32
17	I	27	*b*	52,04	+1	−1,03	0,41	−0,01	0,40	−0,24	−0,24	45,88
18	I	28	*a*	51,82	+1	−1,10	0,40	0,01	0,40	−0,13	−0,13	45,77
19	I	30	*c*	51,64	+1	−1,33	0,40	0,03	0,41	−0,16	−0,17	45,81
20	I	Juin 3	*c*	51,51	+1	−1,47	0,40	0,05	0,42	−0,54	−0,55	46,19
21	II	20	*a*	48,21	−1	−1,09	0,37	0,17	0,47	+0,33	+0,26	45,38
22	II	22	*c*	48,50	−1	−1,22	0,36	0,18	0,48	−0,20	−0,27	45,91
23	I	Juill. 27	*bw*	45,92	+1	−1,14	0,20	0,35	0,57	−0,28	−0,43	46,07
24	I	31	*a*	45,05	+1	−1,15	0,18	0,36	0,58	+0,28	+0,12	45,52
25	I	Août 1	*a*	45,71	+1	−1,16	0,17	0,36	0,58	−0,43	−0,59	46,23
26	I	3	*cw*	44,89	+1	−0,94	0,16	0,37	0,59	+0,34	+0,17	45,47
27	I	5	*b*	45,03	+1	−1,07	0,15	0,37	0,60	+0,22	+0,05	45,59
28	I	6	*b*	45,20	+1	−1,26	0,14	0,37	0,60	+0,06	−0,10	45,74
29	I	7	*bw*	44,92	+1	−1,25	0,14	0,38	0,60	+0,34	+0,17	45,47
30	II	10	*a*	45,00	−1	−1,13	0,12	0,38	0,61	+0,21	+0,05	45,59
31	II	11	*a*	44,52	−1	−1,08	0,11	0,38	0,61	+0,63	+0,47	45,17
32	II	12	*a*	44,60	−1	−1,20	0,10	0,39	0,61	+0,49	+0,32	45,32
33	II	15	*b*	44,62	−1	−1,04	0,08	0,39	0,62	+0,36	+0,19	45,45
34	I	19	*a*	45,03	+1	−0,87	−0,06	0,40	0,63	+0,04	−0,14	45,78
35	I	Oct. 23	*a*	48,49	+1	+0,23	+0,33	0,23	0,81	+0,06	−0,04	45,68
36	I	Nov. 25	*c*	52,87	+1	+1,40	0,39	−0,01	0,90	−0,16	−0,16	45,80
37	II	Déc. 17	*a*	49 55,31	−1	+0,26	0,37	+0,14	0,96	+0,30	+0,39	45,25
38	II	1843 Janv. 31	*a*	50 1,64	−1	+0,64	0,16	0,37	1,08	−0,50	−0,32	45,96
39	II	Fév. 10	*a*	1,80	−1	+0,43	0,09	0,39	1,11	−0,11	+0,08	45,56
40	II	18	*a*	3,13	−1	+0,43	+0,04	+0,40	+1,13	−0.94	−0,75	46,39

Observations de α Aurigae.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ζ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
41	II	1843 Fév 19	*bw*	45°50′ 2,″06	—1	+0,28	+0,03	+0,40	+1,14	+0,″13	+0,″32	45°49′45,″32
42	II	21	*a*	2,49	—1	+0,98	+0,02	0,40	1,14	—0,33	—0,15	45,79
43	II	22	*a*	2,60	—1	+0,61	+0,01	0,40	1,14	—0,44	—0,25	45,89
44	I	Mars 5	*b*	2,57	+1	+0,51	—0,07	0,39	1,17	—0,29	—0,11	45,75
45	I	16	*bw*	2,23	+1	+0,64	—0,14	0,37	1,20	—0,20	—0,04	45,68
46	I	17	*a*	2,26	+1	+0,73	—0,15	0,37	1,21	—0,30	—0,14	45,78
47	I	18	*a*	2,23	+1	+0,62	—0,15	0,37	1,21	—0,35	—0,19	45,83
48	I	19	*a*	2,12	+1	+1,04	—0,16	0,37	1,21	—0,33	—0,18	45,82
49	I	20	*a*	2,21	+1	+0,81	—0,17	+0,36	+1,22	—0,52	—0,37	46,01
				Observations douteuses.								
	I	1842 Mars 22	*a*	45 49 58,96	+1	+0,56	—0,18	+0,36	+0,22	+0,97	+1,14	45 49 44,50
	II	Avr. 2	*aw*	58,12	—1	—0,06	—0,24	+0,32	+0,25	+0,87	+1,03	44,61

§ 59. Observations de ι Ursae majoris.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ζ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	I	1842 Mars 21	*a*	48 39 26.73	+1	+0,78	+0,50	+0,25	+0,22	—0,25	—0,20	48 39 25,19
2	I	Avril 26	*a*	30,01	+1	—0,07	0,26	0,50	0,32	—0,07	—0,12	25,11
3	I	28	*a*	29,80	+1	0,19	0 25	0,50	0,32	+0,13	+0,08	25,91
4	II	Mai 2	*aw*	29,43	—1	0,37	0,20	0,52	0,33	+0,58	+0,53	24,46
5	II	3	*a*	30,24	—1	0,61	0,20	0,52	0,34	—0,18	—0,23	25,22
6	II	4	*b*	30,31	—1	0,67	0,19	0,53	0,34	—0,20	—0,26	25,25
7	II	5	*aw*	30,71	—1	1,12	0,19	0,53	0,34	—0,55	—0,60	25,59
8	II	7	*a*	29,98	—1	1,18	0,17	0,54	0,35	+0,23	+0,17	24,82
9	II	13	*a*	30,24	—1	1,05	0,11	0,55	0,36	—0,26	—0,33	25,32
10	II	14	*a*	29,88	—1	1,33	0,10	0,55	0,37	+0,06	—0,01	25,00
11	II	22	*a*	29,30	—1	0,81	0,03	0,56	0,39	+0,45	+0,37	24,62
12	II	24	*a*	30,20	—1	1,28	+0,01	0,56	0,39	—0,62	—0,70	25,69
13	II	26	*a*	28.83	—1	0,73	—0,01	0,56	0,40	+0,56	+0,47	24,52
14	I	28	*a*	28,64	+1	1,12	0,03	0,56	0,40	+0,59	+0,49	24,50
15	I	30	*a*	29.04	+1	1,39	0,05	0,56	0,41	+0,08	—0,02	25,01
16	I	31	*a*	29,09	+1	1,27	0,06	0,56	0,41	0,00	—0,10	25,09
17	I	Juin 4	*a*	28,93	+1	1,62	0,10	0,55	0,42	—0,09	—0,19	25,18
18	I	6	*aw*	28,48	+1	1,56	0,11	0,55	0,43	+0,12	+0,02	24,97
19	I	7	*aw*	28,03	+1	1,61	0,12	0,55	0,43	+0,44	+0,34	24,65
20	I	8	*a*	28,06	+1	1,66	0,13	+0,55	0,43	+0,27	+0,17	24,82
21	II	Sept. 10	*b*	10,11	—1	0.64	0,55	—0,14	0,69	+0,44	+0,49	24,50
22	II	11	*b*	10,11	—1	0,55	0,54	0.15	0,70	+0,21	+0,26	24,73
23	II	12	*c*	10,46	—1	0,62	0,54	0,16	0,70	—0,41	—0,36	25,35
24	II	20	*a*	8,84	—1	0,58	0,51	0,23	0,72	—0,31	—0,23	25,22
25	I	21	*aw*	8,47	+1	—0,77	—0,51	—0,24	+0,72	—0,16	—0,08	25,07

Observations de ι Ursae majoris.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
26	I	1842 Sept. 26	*a*	48°39′ 7″,23	+1	−0,07	−0,49	−0,28	+0,74	−0″,10	−0″,02	48°39′25″,01
27	I	Nov. 17	*b*	38 59,59	+1	+0,59	−0,08	0,56	0,88	−0,60	−0,38	25,37
28	II	Févr. 3	*a*	39 2,30	−1	0,00	+0,52	0,19	1,09	+0,11	+0,31	24,68
29	II	10	*a*	3,32	−1	+0,67	0,54	0,12	1,11	+0,08	+0,26	24,73
30	II	21	*b*	5,28	−1	+0,94	0,56	−0,01	1,14	+0,18	+0,32	24,67
31	II	22	*a*	5,41	−1	+0,79	0,56	0,00	1,15	−0,18	−0,04	25,03
32	I	Mars 7	*a*	7,72	+1	+0,47	0,54	+0,13	1,18	−0,06	+0,04	24,95
33	I	16	*a*	9,22	+1	+0,96	0,52	0,21	1,20	−0,46	−0,39	25,38
34	I	17	*b*	9,38	+1	+1,07	0,52	0,22	1,21	−0,11	−0,05	25,04
35	I	18	*a*	9,52	+1	+0,98	0,51	0,23	1,21	−0,18	−0,12	25,11
36	I	Avr. 26	*a*	13,38	+1	−0,33	0,27	0,50	1,32	+0,04	0,00	24,99
37	I	27	*bw*	13,43	+1	−0,41	0,26	0,50	1,32	+0,54	+0,50	24,49
38	I	28	*a*	13,47	+1	−0,58	0,25	0,50	1,32	+0,19	+0,15	24,84
39	II	Mai 24	*b*	13,10	−1	−0,77	+0,01	0,56	1,39	−0,44	−0,52	25,51
40	II	25	*b*	13,05	−1	−0,94	0,00	+0,56	+1,40	−0,02	−0,10	25,09

§ 60. Observations de l'étoile Groombridge N° 1830.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	I	1842 Mars 19	*a*	38 50 49,30	+1	+0,36	+0,62	−0,28	+0,21	−0,12	−0,02	38 51 6,23
2	I	21	*aw*	50,47	+1	+0,95	0,63	0,26	0,22	−1,02	−0,93	7,14
3	I	23	*a*	49,51	+1	+1,23	0,64	0,24	0,22	+0,26	+0,34	5,87
4	I	24	*b*	49,54	+1	+1,18	0,64	0,23	0,23	+0,41	+0,49	5,72
5	II	Avr. 3	*a*	51,90	−1	+0,50	0,67	0,11	0,25	−0,23	−0,13	6,34
6	II	4	*a*	52,91	−1	+0,51	0,67	0,10	0,26	−1,07	−0,97	7,18
7	II	8	*a*	52,61	−1	+0,77	0,68	0,06	0,27	+0,03	+0,12	6,09
8	II	9	*a*	52,80	−1	+0,64	0,68	0,04	0,27	+0.06	+0,16	6,05
9	II	11	*a*	52,92	−1	+0,52	0,68	0,02	0,28	+0,34	+0,44	5,77
10	I	12	*a*	53,34	+1	+0,17	0,68	−0,01	0,28	+0,10	+0,21	6,00
11	I	14	*aw*	53,30	+1	−0,08	0,68	+0,01	0,28	+0,44	+0,55	5,66
12	I	16	*a*	54,44	+1	+0,67	0,68	0,04	0,29	−0,42	−0,32	6,53
13	I	18	*a*	54,70	+1	+0,67	0,68	0 06	0,30	−0,40	−0,30	6,51
14	I	21	*a*	54,64	+1	+0,02	0,68	0,09	0,30	+0,21	+0,32	5,89
15	I	25	*a*	55,92	+1	+0,07	0,67	0,14	0,31	−0,32	−0,21	6,42
16	I	26	*a*	56.24	+1	+0,09	0,67	0,15	0 32	−0,48	−0,38	6,59
17	I	30	*a*	56,90	+1	+0,11	0,66	0,20	0,33	−0,63	−0,53	6,74
18	II	Mai 2	*a*	56,75	−1	−0,06	0,65	0,22	0,33	−0,19	−0,09	6,30
19	II	4	*a*	56,82	−1	−0,50	0,64	0,24	0,34	+0.08	+0,18	6,03
20	II	7	*a*	57,09	−1	−0,89	+0,63	+0,27	+0,35	+0,35	+0,46	5,75

Observations de l'étoile Groombridge N° 1830.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
21	II	1842 Mai 10	*a*	38°50′57″,51	−1	−0,68	+0,62	+0,30	+0,36	+0″,37	+0″,47	38°51′ 5″,74
22	II	14	*a*	58,58	−1	−1,01	+0,60	+0,34	0,37	−0,32	−0,22	6,43
23	I	Nov. 17	*a*	29,86	+1	+0,60	−0,57	−0,36	0,88	+0,47	+0,24	5,97
24	I	Déc. 7	*bw*	24,84	+1	+0,86	−0,41	0,54	0,93	−0,03	−0,24	6,45
25	II	1843 Janv. 19	*c*	18,17	−1	−0,07	+0,07	0,68	1,05	+0,09	0,00	6,21
26	II	31	*a*	17,90	−1	+0,71	0,21	0,65	1,08	−0,02	−0,10	6,31
27	II	Févr. 3	*a*	17,96	−1	+0,06	0,24	0,63	1,09	+0,07	+0,01	6,20
28	II	10	*c*	18,04	−1	+0,86	0,32	0,60	1,11	+0,19	+0,13	6,08
29	I	Mars 7	*b*	20,97	+1	+0,65	0,54	0,41	1,18	−0,22	−0,23	6,44
30	I	16	*b*	22,27	+1	+1,10	0,60	0,32	1,21	−0,24	−0,25	6,46
31	I	17	*a*	22,07	+1	+1,26	0,61	0,31	1,21	+0,15	+0,14	6,07
32	I	18	*bw*	22,47	+1	+1,10	0,61	0,30	1,21	−0,08	−0,09	6,30
33	I	19	*b*	22,70	+1	+1,22	0,62	0,28	1,21	−0,14	−0,14	6,35
34	I	20	*b*	22,87	+1	+1,29	0,62	0,27	1,22	−0,16	−0,17	6,38
35	I	23	*c*	22,94	+1	+1,10	0,63	0,24	1,22	+0,18	+0,18	6,03
36	I	24	*a*	23,18	+1	+0,90	0,64	0,23	1,23	+0,08	+0,08	6,13
37	I	25	*b*	22,87	+1	+1,21	0,64	0,22	1,23	+0,54	+0,54	5,67
38	II	28	*b*	23,84	−1	+0,60	0,65	0,19	1,24	+0,14	+0,15	6,06
39	II	Avr. 4	*b*	24,91	−1	+0,90	0,67	0,11	1,26	+0,42	+0,42	5,79
40	II	5	*b*	26,20	−1	+0,87	0,67	−0,09	1,26	−0,73	−0,72	6,93
41	I	16	*a*	27,78	+1	+0,47	0,68	+0,03	1,29	−0,32	−0,30	6,51
42	I	21	*b*	27,97	+1	+0,30	0,68	0,09	1,30	+0,20	+0,22	5,99
43	I	22	*a*	27,98	+1	+0,38	0,68	0,10	1,31	+0,35	+0,37	5,84
44	I	25	*b*	29,18	+1	−0,08	0,67	0,14	1,31	−0,28	−0,25	6,46
45	I	27	*a*	29,32	+1	−0,03	0,67	0,16	1,32	−0,01	+0,01	6,20
46	I	28	*a*	29,68	+1	−0,37	0,67	0,17	1,32	−0,17	−0,14	6,35
47	II	30	*b*	29,60	−1	−0,38	0,66	0,19	1,33	+0,23	+0,25	5,96
48	II	Mai 2	*b*	29,73	−1	−0,12	+0,65	+0,22	+1,33	+0,36	+0,37	5,84

Observation douteuse.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
	II	1842 Avr. 10	*a*	38 50 51,68	−1	+0,41	+0,68	−0,03	+0,27	+1,39	+1,49	38 51 4,75

§ 61. Observations de α Bootis.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	I	1842 Avr. 25	*a*	20 0 9,32	+1	+0,20	+0,55	−0,28	+0,32	−0,19	−0,13	20 0 27,83
2	I	26	*a*	9,16	+1	+0,26	+0,56	−0,27	+0,32	+0,15	+0,21	27,49
3	I	30	*aw*	9,59	+1	+0,12	+0,58	−0,23	+0,33	+0,26	+0,32	27,38
4	II	Mai 4	*a*	10,43	−1	−0,29	+0,59	−0,19	+0,34	+0,01	+0,09	27,61
5	II	7	*aw*	10,64	−1	−0,69	+0,60	−0,16	+0,35	+0,39	+0,48	27,22

Observations de α Bootis.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
6	II	1842 Mai 10	a	20° 0′ 11″,89	—1	—0,51	+0,61	—0,13	+0,36	—0″,28	—0″,20	20° 0′ 27″,90
7	II	13	a	12,48	—1	0,54	0,61	0,10	0,36	—0,45	—0,38	28,08
8	II	14	a	12,29	—1	0,74	0,61	0,09	0,37	—0,14	—0,06	27,76
9	II	15	a	12,64	—1	0,49	0,62	0,08	0,37	—0,36	—0,29	27,99
10	II	16	a	12,85	—1	0,54	0,62	—0,07	0,38	—0,44	—0,37	28,07
11	II	23	a	13,46	—1	0,61	0,62	0,00	0,39	+0,21	+0,26	27,44
12	II	24	a	14,20	—1	0,68	0,62	+0,01	0,39	—0,35	—0,30	28,00
13	II	25	a	14,48	—1	0,25	0,62	0,03	0,40	—0,49	—0,46	28,16
14	II	26	a	14,19	—1	0,32	0,62	0,04	0,40	—0,06	—0,03	27,73
15	I	28	a	14,03	+1	0,74	0,62	0,06	0,41	+0,35	+0,38	27,32
16	I	30	a	15,10	+1	0,88	0,62	0,08	0,41	—0,46	—0,42	28,12
17	I	31	aw	14,83	+1	0,91	0,62	0,09	0,41	—1,03	—1,00	28,70
18	I	Juin 3	a	15,05	+1	1,07	0,61	0,12	0,42	+0,29	+0,32	27,38
19	I	4	a	15,30	+1	1,20	0,61	0,13	0,42	+0,23	+0,27	27,43
20	I	5	a	16,33	+1	1,11	0,61	0,14	0,43	—0,61	—0,58	28,28
21	I	7	a	16,24	+1	1,20	0,60	0,16	0,43	—0,21	—0,18	27,88
22	I	8	a	16,61	+1	1,37	0,60	0,17	0,44	—0,45	—0,41	28,11
23	II	14	aw	16,71	—1	0,47	0,58	0,22	0,45	+0,12	+0,12	27,58
24	II	21	a	17,74	—1	0,88	0,55	0,29	0,47	+0,11	+0,10	27,60
25	II	22	a	18,34	—1	0,95	0,55	0,30	0,47	—0,38	—0,39	28,09
26	II	23	a	18,31	—1	0,99	0,54	0,31	0,48	—0,26	—0,27	27,97
27	I	Août 1	a	20,62	+1	1,38	0,24	0,57	0,58	+0,29	+0,19	27,51
28	I	6	b	20,53	+1	1,37	0,19	0,58	0,60	+0,28	+0,17	27,53
29	I	7	b	20,67	+1	1,50	0,18	0,59	0,60	+0,13	+0,02	27,68
30	I	9	a	20,33	+1	1,35	0,16	0,59	0,60	+0,49	+0,37	27,33
31	II	10	aw	20,72	—1	1,30	0,15	0,59	0,61	+0,13	+0,02	27,68
32	II	11	b	20,72	—1	1,38	0,14	0,60	0,61	+0,15	+0,04	27,66
33	II	12	c	20,91	—1	1,51	0,13	0,60	0,61	—0,02	—0,12	27,82
34	II	13	c	20,87	—1	1,46	0,12	0,60	0,62	+0,03	—0,08	27,78
35	II	14	b	20,47	—1	1,43	0,11	0,60	0,62	+0,42	+0,31	27,39
36	II	15	a	20,46	—1	1,56	0,10	0,60	0,62	+0,40	+0,30	27,40
37	II	16	cw	20,31	—1	1,29	0,09	0,61	0,62	+0,52	+0,40	27,30
38	II	17	aw	20,78	—1	1,63	0,08	0,61	0,63	—0,02	—0,13	27,83
39	I	20	a	19,97	+1	1,23	0,05	0,61	0,63	+0,62	+0,48	27,22
40	I	21	c	20,08	+1	1,36	0,04	0,61	0,64	+0,48	+0,34	27,36
41	I	22	a	20,04	+1	1,35	+0,03	0,61	0,64	+0,49	+0,35	27,35
42	II	Sept. 5	a	19,49	—1	0,83	—0,11	0,60	0,68	+0,17	+0,01	27,69
43	II	13	a	18,86	—1	0,85	—0,20	0,58	0,70	+0,14	—0,03	27,73
44	II	16	aw	18,47	—1	0,97	—0,23	0,57	0,71	+0,10	—0,07	27,77
45	II	17	b	18,04	—1	—0,90	—0,24	+0,57	+0,71	+0,41	+0,24	27,46

Observations de α Bootis.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
46	II	1842 Oct. 20	*b*	20° 0′ 18″,48	—1	—1,11	—0,26	+0,56	+0,72	—0″,33	—0″,49	20° 0′ 28″,19
47	I	21	*c*	18,67	+1	—1,16	0,27	0,55	0,72	—0,61	—0,78	28,48
48	I	22	*bw*	17,96	+1	—1,15	0,28	0,55	0,72	+0,01	—0,16	27,86
49	I	Nov. 15	*aw*	6,81	+1	+0,16	0,60	0,09	0,88	—0,10	—0,27	27,97
50	I	16	*cw*	6,42	+1	+0,33	0,60	0,08	0,88	+0,05	—0,13	27,83
51	I	17	*b*	6,16	+1	+0,57	0,60	0,07	0,88	+0,06	—0,13	27,83
52	I	18	*bw*	6,04	+1	+0,44	0,60	+0,06	0,88	—0,10	—0,28	27,98
53	I	Déc. 6	*b*	1,46	+1	+0,07	0,59	—0,14	0,93	—0,57	—0,69	28,39
54	I	7	*bw*	20 0 0,15	+1	+0,62	0,59	0,15	0,94	+0,45	+0,31	27,39
55	II	1843 Janv. 31	*a*	19 59 48,22	—1	+0,67	0,21	0,58	1,09	+0,07	+0,08	27,62
56	II	Fév. 3	*a*	47,45	—1	+0,10	0,18	0,59	1,09	+0,52	+0,56	27,14
57	II	10	*a*	47,33	—1	+1,02	—0,11	0,60	1,11	—0,06	—0,05	27,75
58	II	21	*a*	46,06	—1	+0,90	+0,01	0,61	1,14	+0,46	+0,49	27,21
59	II	23	*a*	46,14	—1	+0,86	0,03	0,61	1,15	+0,26	+0,30	27,40
60	I	Mars 7	*a*	46,82	+1	+0,77	0,16	0,59	1,18	—0,45	—0,40	28,10
61	I	16	*c*	46,61	+1	+1,25	0,25	0,56	1,21	—0,06	—0,03	27,73
62	I	19	*b*	46,97	+1	+1,35	0,28	0,55	1,21	—0,16	—0,14	27,84
63	I	23	*b*	46,43	+1	+1,22	0,31	0,53	1,22	+0,61	+0,64	27,06
64	II	Avril 30	*a*	51,74	—1	—0,24	0,57	0,23	1,33	+0,27	+0,34	27,36
65	II	Mai 2	*aw*	52,38	—1	—0,11	0,58	0,21	1,33	—0,07	—0,01	27,71
66	II	4	*a*	52,14	—1	+0,08	0,59	0,19	1,34	+0,43	+0,48	27,22
67	II	21	*aw*	56,37	—1	—0,05	0,62	0,02	1,39	—1,09	—1,07	28,77
68	II	22	*a*	55,81	—1	—0,12	0,62	—0,01	1,39	—0,36	—0,34	28,04
69	II	23	*a*	56,20	—1	—0,28	0,62	0,00	1,39	—0,55	—0,52	28,22
70	II	24	*a*	55,87	—1	—0,40	0,62	+0,01	1,39	—0,01	+0,02	27,68
71	II	25	*b*	56,25	—1	—0,52	0,62	0,02	1,40	—0,19	—0,15	27,85
72	II	26	*b*	56,05	—1	—0,85	0,62	0,03	1,40	+0,21	+0,25	27,45
73	II	30	*b*	56,85	—1	—0,50	0,62	0,07	1,41	+0,04	+0,06	27,64
74	II	Juin 3	*a*	56,96	—1	—0,96	0,61	0,11	1,42	+0,42	+0,45	27,25
75	I	4	*a*	57,51	+1	—1,28	0,61	0,12	1,42	+0,02	+0,05	27,65
76	I	7	*a*	57,72	+1	—1,19	0,60	0,15	1,43	+0,32	+0,34	27,36
77	I	10	*a*	58,86	+1	—1,25	0,60	0,18	1,44	—0,31	—0,29	27,99
78	I	13	*b*	58,80	+1	—1,01	0,59	0,21	1,45	+0,11	+0,11	27,59
79	I	15	*c*	59,61	+1	—0,86	0,58	0,23	1,45	—0,50	—0,51	28,21
80	I	16	*a*	58,99	+1	—0,89	0,57	0,24	1,46	+0,23	+0,21	27,49
81	I	17	*c*	59,24	+1	—0,96	0,57	0,25	1,46	+0,10	+0,08	27,62
82	I	21	*b*	59,31	+1	—0,83	0,55	0,29	1,47	+0,65	+0,61	27,09
83	I	2	*a*	59,76	+1	—1,18	0,55	0,30	1,47	+0,37	+0,35	27,35
84	I	23	*aw*	59,68	+1	—1,28	+0,54	+0,30	+1,48	+0,59	+0,57	27,13

Observation douteuse.

	I	1842 Nov. 23	*c*	20 0 6,30	+1	+1,20	—0,61	0,00	+0,90	—1,85	—2,05	20 0 29,75

§ 62. Observations de α Lyrae.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ζ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	II	1842 Avril 2	aw	38°38′ 2″,90	—1	+0,40	+0,11	—0,87	+0,25	+0″,69	+0″,64	38°38′23″,69
2	II	10	aw	3,85	—1	+0,68	0,23	0,85	0,28	+0,27	+0,23	24,10
3	I	12	a	4,13	+1	+0,05	0,26	0,84	0,28	+0,29	+0,27	24,06
4	I	13	a	4,32	+1	+0,03	0,28	0,84	0,28	+0,26	+0,24	24,09
5	I	16	aw	5,02	+1	+0,75	0,32	0,82	0,29	—0,02	—0,05	24,38
6	I	21	a	5,62	+1	+0,15	0,39	0,79	0,31	—0,01	—0,02	24,35
7	I	Juin 4	a	16,87	+1	—0,96	0,82	0,33	0,43	—0,26	—0,19	24,52
8	I	5	a	16,59	+1	—0,79	0,83	0,31	0,43	+0,36	+0,43	23,90
9	I	6	a	17,63	+1	—0,88	0,83	0,30	0,43	—0,33	—0,26	24,59
10	I	7	a	17,66	+1	—0,92	0,83	0,28	0,43	—0,02	+0,05	24,28
11	II	19	aw	21,10	—1	—0,49	0,88	0,11	0,47	+0,26	+0,32	24,01
12	II	22	a	22,83	—1	—0,71	0,88	0,07	0,47	—0,43	—0,36	24,69
13	II	23	a	23,27	—1	—0,65	0,88	0,06	0,48	—0,55	—0,48	24,81
14	II	24	a	23,51	—1	—0,87	0,88	—0,04	0,48	—0,49	—0,42	24,75
15	II	Juill. 1	a	25,48	—1	—0,72	0,88	+0,06	0,50	—0,40	—0,33	24,66
16	II	5	a	26,42	—1	—0,71	0,87	0,12	0,51	+0,03	+0,10	24,23
17	II	6	a	26,19	—1	—1,08	0,87	0,13	0,51	+0,58	+0,66	23,67
18	II	9	a	27,49	—1	—1,26	0,86	0,18	0,52	+0,13	+0,21	24,12
19	II	11	a	28,19	—1	—1,12	0,86	0,21	0,53	—0,04	+0,04	24,29
20	I	18	a	30,85	+1	—0,80	0,83	0,30	0,55	—0,55	—0,47	24,80
21	I	19	a	30,91	+1	—0,86	0,82	0,32	0,55	—0,30	—0,22	24,55
22	I	26	aw	32,18	+1	—0,93	0,78	0,41	0,57	+0,19	+0,27	24,06
23	I	27	a	32,87	+1	—0,75	0,77	0,42	0,57	—0,24	—0,17	24,50
24	II	Sept. 5	b	40,60	—1	—0,45	0,34	0,81	0,68	—0,02	+0,01	24,32
25	II	11	b	41,37	—1	—0,46	0,26	0,85	0,70	+0,02	+0,04	24,29
26	II	12	a	41,73	—1	—0,46	0,24	0,85	0,70	—0,22	—0,20	24,53
27	II	13	a	41,41	—1	—0,48	0,23	0,85	0,70	+0,19	+0,21	24,12
28	II	14	a	41,83	—1	—0,53	0,22	0,86	0,70	—0,16	—0,14	24,47
29	II	16	a	41,97	—1	—0,69	0,18	0,86	0,71	—0,22	—0,20	24,53
30	II	17	a	41,50	—1	—0,70	0,17	0,87	0,71	+0,29	+0,30	24,03
31	II	20	a	41,47	—1	—0,83	0,13	0,87	0,72	+0,46	+0,47	23,86
32	I	21	b	41,94	+1	—0,73	0,11	0,88	0,72	+0,06	+0,07	24,26
33	I	22	aw	41,99	+1	—0,84	+0,10	0,88	0,73	+0,09	+0,11	24,22
34	I	Oct. 8	b	42,46	+1	+0,20	—0,14	0,87	0,77	—0,12	—0,15	24,48
35	II	10	aw	42,33	—1	+0,06	0,17	0,86	0,78	—0,01	—0,04	24,37
36	II	11	aw	42,28	—1	+0,05	0,19	0,86	0,78	—0,01	—0,05	24,38
37	II	12	a	41,98	—1	+0,22	0,20	0,86	0,78	+0,22	+0,18	24,15
38	II	13	a	41,67	—1	+0,17	0,22	0,85	0,78	+0,44	+0,40	23,93
39	II	16	b	41,81	—1	—0,11	0,26	0,84	0,79	+0,03	—0,01	24,34
40	II	17	a	41,98	—1	+0,07	—0,28	+0,84	+0,79	—0,22	—0,27	24,60

Observations de α Lyrae.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ζ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
41	I	1842 Oct. 27	*aw*	38°38′40,89″	+1	−0,35	−0,42	+0,78	+0,82	+0,05″	0,00″	38°38′24,33″
42	I	Déc. 7	*a*	32,66	+1	+0,06	−0,83	+0,31	0,93	+0,13	+0,02	24,31
43	II	17	*b*	30,23	−1	−0,06	−0,87	+0,16	0,96	−0,19	−0,31	24,64
44	II	19	*b*	29,40	−1	+1,43	−0,87	+0,13	0,97	+0,04	−0,11	24,44
45	II	1843 Janv. 3	*b*	24,25	−1	+0,76	−0,87	−0,12	1,01	+0,26	+0,12	24,21
46	I	Mars 3	*c*	11,11	+1	+0,80	−0,34	−0,81	1,17	−0,81	−0,90	25,23
47	I	4	*bw*	10,26	+1	+0,66	−0,32	−0,82	1,17	−0,05	−0,14	24,47
48	I	15	*c*	9,04	+1	+1,03	−0,16	−0,87	1,20	+0,27	+0,19	24,14
49	I	24	*a*	9,25	+1	+1,30	−0,03	−0,88	1,23	+0,04	−0,03	24,36
50	I	25	*a*	9,41	+1	+1,47	−0,01	−0,88	1,23	−0,15	−0,22	24,55
51	I	26	*a*	9,48	+1	+0,57	0,00	−0,88	1,23	−0,24	−0,29	24,62
52	II	30	*bw*	9,25	−1	+1,00	+0,06	−0,88	1,24	+0,04	−0,02	24,35
53	II	Avr. 4	*b*	9,34	−1	+1,23	+0,14	−0,87	+1,26	+0,39	+0,33	24,00

Observation douteuse.

	I	1842 Mars 22	*a*	38 38 1,19	+1	+1,06	−0,05	−0,88	+0,22	+1,99	+1,92	38 38 21,71

§ 63. Observations de α Cygni.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ζ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
1	I	1842 Mars 16	*a*	44 42 53,26	+1	−0,01	−0,49	−0,75	+0,21	+0,27	+0,27	44 43 5,92
2	I	17	*aw*	53,49	+1	+0,29	0,48	0,76	0,21	−0,06	−0,07	6,26
3	I	18	*a*	53,05	+1	+0,37	0,46	0,77	0,21	+0,28	+0,27	5,92
4	II	29	*aw*	52,77	−1	−0,01	0,31	0,84	0,24	−0,66	−0,66	6,85
5	II	Avr. 1	*aw*	52,67	−1	+0,07	0,27	0,86	0,25	−0,64	−0,64	6,83
6	II	2	*a*	52,06	−1	+0,20	0,25	0,86	0,25	−0,08	−0,08	6,27
7	II	3	*a*	51,81	−1	+0,48	0,24	0,87	0,26	+0,12	+0,11	6,08
8	II	8	*a*	51,58	−1	+0,82	0,17	0,88	0,27	+0,03	+0,02	6,17
9	II	10	*aw*	51,66	−1	+0,48	0,14	0,89	0,28	−0,09	−0,10	6,29
10	I	12	*a*	52,29	+1	−0,07	0,10	0,90	0,28	−0,65	−0,65	6,84
11	I	13	*a*	52,03	+1	−0,12	0,09	0,90	0,28	−0,35	−0,35	6,54
12	I	15	*aw*	51,44	+1	+0,68	0,06	0,90	0,29	+0,36	+0,35	5,84
13	I	17	*aw*	51,49	+1	+0,51	0,03	0 90	0,29	+0,37	+0,36	5,83
14	I	18	*a*	51,75	+1	+0,62	−0,01	0,90	0,30	+0,14	+0,13	6,06
15	I	21	*a*	52,09	+1	+0,03	+0,03	0,90	0,31	−0,14	−0,14	6,33
16	I	25	*a*	52.53	+1	+0,18	0,10	0,90	0,32	−0,28	−0,28	6,47
17	I	27	*a*	52,35	+1	+0,13	0,13	0,89	0,32	+0,15	+0,15	6,04
18	I	28	*a*	52,66	+1	+0,09	0,14	0,89	0,32	−0,02	−0,02	6,21
19	I	30	*a*	53,14	+1	+0,14	0,17	0,89	0,33	−0,26	−0,26	6,45
20	II	Mai 3	*a*	53,27	−1	−0,24	+0,22	−0,88	+0,34	−0,12	−0,12	6,31

Observations de α Cygni.

Numéro	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
21	II	1842 Mai 4	aw	44°42′53″,15	−1	−0,48	+0,23	−0,87	+0,34	+0″,09	+0″,10	44°43′ 6″,09
22	II	7	a	53,39	−1	0,67	0,28	0,86	0,35	+0,22	+0,23	5,96
23	II	10	a	54,21	−1	0,45	0,32	0,84	0,36	−0,05	−0,04	6,23
24	II	13	a	54,41	−1	0,41	0,36	0,83	0,37	+0,36	+0,37	5,82
25	II	14	a	44 42 54,72	−1	0,50	0,38	0,82	0,37	+0,24	+0,25	5,94
26	II	Juin 23	a	44 43 5,68	−1	0,56	0,81	0,42	0,48	−0,13	−0,12	6,31
27	II	24	a	5,86	−1	0,62	0,82	0,40	0,48	+0,01	+0,01	6,18
28	II	Juill. 1	a	8,39	−1	0,67	0,86	0,31	0,50	−0,41	−0,41	6,60
29	II	5	a	9,51	−1	0,67	0,88	0,25	0,51	−0,06	−0,06	6,25
30	II	6	a	9,83	−1	1,01	0,88	0,23	0,51	−0,01	−0,01	6,20
31	II	9	a	10,78	−1	1,16	0,89	0,19	0,52	+0,05	+0,06	6,13
32	II	11	b	11,26	−1	1,05	0,90	−0,16	0,53	+0,19	+0,19	6,00
33	I	25	aw	16,32	+1	0,84	0,91	+0,05	0,56	−0,09	−0,09	6,28
34	I	27	aw	16,91	+1	0,71	0,91	0,08	0,57	−0,07	−0,07	6,26
35	I	28	aw	16,62	+1	0,79	0,91	0,09	0,57	+0,55	+0,55	5,64
36	I	Août 1	b	18,93	+1	1,00	0,90	0,15	0,58	−0,31	−0,31	6,50
37	I	2	aw	18,74	+1	0,96	0,90	0,17	0,59	+0,24	+0,24	5,95
38	I	3	aw	19,29	+1	0,85	0,89	0,18	0,59	+0,05	+0,05	6,14
39	I	6	a	20,48	+1	1,09	0,88	0,22	0,60	−0,19	−0,19	6,38
40	I	7	a	20,46	+1	1,04	0,88	0,24	0,60	+0,12	+0,12	6,07
41	I	8	aw	21,20	+1	1,22	0,87	0,25	0,60	−0,33	−0,33	6,52
42	I	9	aw	20,62	+1	0,97	0,87	0,27	0,61	+0,53	+0,53	5,66
43	II	10	aw	21,72	−1	1,02	0,87	0,28	0,61	−0,25	−0,25	6,44
44	II	11	a	21,61	−1	1,05	0,86	0,30	0,61	+0,18	+0,18	6,01
45	II	12	a	22,12	−1	1,05	0,86	0,31	0,61	+0,01	+0,01	6,18
46	II	13	b	22,24	−1	0,99	0,85	0,33	0,62	+0,23	+0,23	5,96
47	II	14	a	22,85	−1	1,09	0,84	0,34	0,62	−0,03	−0,03	6,22
48	II	16	a	23,22	−1	0,86	0,83	0,37	0,62	+0,28	+0,27	5,92
49	II	18	c	24,46	−1	0,78	0,82	0,39	0,63	−0,34	−0,35	6,54
50	I	19	a	24,54	+1	0,80	0,81	0,41	0,63	−0,14	−0,15	6,34
51	I	20	a	24,54	+1	0,78	0,81	0,42	0,64	+0,12	+0,11	6,08
52	I	21	a	24,73	+1	1,07	0,80	0,43	0,64	+0,19	+0,18	6,01
53	I	22	b	24,77	+1	0,97	0,79	0,45	0,64	+0,40	+0,39	5,80
54	I	Sept. 22	aw	32,51	+1	−0,73	0,45	0,78	0,73	+0,20	+0,19	6,00
55	I	29	c	34,54	+1	+0,05	0,36	0,83	0,74	−0,48	−0,51	6,70
56	I	30	a	34,09	+1	−0,34	0,34	0,83	0,75	+0,10	+0,08	6,11
57	I	Oct. 8	aw	35,39	+1	+0,11	0,23	0,87	0,77	−0,10	−0,13	6,32
58	II	10	aw	35,71	−1	+0,16	0,19	0,88	0,77	−0,13	−0,16	6,35
59	II	11	aw	35,49	−1	+0,09	0,18	0,88	0,78	+0,20	+0,17	6,02
60	II	12	b	35,73	−1	+0,39	+0,16	+0,89	+0,78	+0,06	+0,03	6,16

Observations de α Cygni.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
61	II	1842 Oct. 13	*a*	44°43′35″,88	−1	+0,26	+0,15	+0,89	+0,78	−0″,01	−0″,04	44°43′ 6″,23
62	II	16	*aw*	35,90	−1	−0,13	0,10	0,89	0,79	+0,11	+0,09	6,10
63	II	17	*bw*	36,49	−1	+0,15	0,09	0,90	0,79	−0,42	−0,45	6,64
64	I	21	*a*	36,07	+1	−0,11	+0,03	0,90	0,81	+0,30	+0,28	5,91
65	I	23	*a*	35,98	+1	−0,06	−0,01	0,90	0,81	+0,57	+0,55	5,64
66	I	27	*a*	36,80	+1	−0,22	0,07	0,90	0,82	−0,10	−0,12	6,31
67	I	Nov. 17	*a*	35,95	+1	+0,41	0,38	0,81	0,88	+0,12	+0,09	6,10
68	I	18	*bw*	36,19	+1	+0,45	0,40	0,81	0,88	−0,16	−0,19	6,38
69	I	19	*cw*	36,19	+1	+0,68	0,41	+0,80	0,88	−0,21	−0,24	6,43
70	II	1843 Févr. 10	*b*	16,80	−1	+0,65	0,82	−0,35	1,11	−0,33	−0,34	6,53
71	II	15	*b*	15,11	−1	+0,41	0,79	0,42	1,13	−0,10	−0,11	6,30
72	I	Mars 25	*bw*	7,58	+1	+1,15	0,37	0,82	1,23	+0,33	+0,32	5,87
73	II	30	*bw*	7,52	−1	+0,78	0,30	0,85	1,24	−0,19	−0,19	6,38
74	II	Avr. 4	*a*	7,02	−1	+1,07	0,23	0,87	1,26	+0,15	+0,14	6,05
75	I	13	*b*	7,23	+1	+0,62	0,09	0,90	1,28	−0,30	−0,30	6,49
76	I	14	*b*	6,51	+1	+0,57	0,08	0,90	1,29	+0,45	+0,45	5,74
77	I	16	*aw*	7,38	+1	+0,38	−0,05	0,90	1,29	−0,30	−0,29	6,48
78	I	20	*a*	7,28	+1	+0,27	+0,02	0,90	1,30	+0,07	+0,08	6,11
79	I	21	*b*	7,15	+1	+0,48	0,03	0,90	1,30	+0,24	+0,24	5,95
80	I	23	*a*	7,23	+1	+0,01	0,06	0,90	1,31	+0,23	+0,24	5,95
81	I	24	*aw*	7,62	+1	−0,05	0,08	0,90	1,31	−0,13	−0,12	6,31
82	I	25	*a*	7,66	+1	−0,10	0,09	0,90	1,32	−0,12	−0,11	6,30
83	I	26	*a*	7,77	+1	+0,10	0,11	0,89	1,32	−0,17	−0,16	6,35
84	I	27	*a*	7,69	+1	−0,09	0,12	0,89	1,32	−0,01	0,00	6,19
85	I	28	*a*	7,72	+1	−0,24	0,14	0,89	1,32	+0,06	+0,07	6,12
86	II	Mai 22	*a*	11,73	−1	−0,02	0,48	0,77	1,39	0,00	+0,01	6,18
87	II	23	*c*	11,48	−1	−0,21	+0,49	−0,76	+1,39	+0,44	+0,45	5,74

Observation douteuse.

	Position	Date	Qualité	Déclinaison observée	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation	Déclinaison moyenne
	II	1843 Févr. 2	*aw*	44 43 18,62	−1	−0,08	−0,86	−0,23	+1,09	−0,03	−0,03	44 43 6,22

§ 64. Observations de 61 Cygni, major.

Numéro	Position	Date	Qualité	Déclinaison observée	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation	Déclinaison moyenne
1	I	1842 Avr. 18	*a*	37 58 21,08	+1	+0,58	−0,04	−0,83	+0,30	+0,41	+0,28	37 58 31,97
2	I	21	*a*	21,14	+1	−0,01	0,00	−0,83	0,31	+0,41	+0,30	31,95
3	I	25	*a*	21,78	+1	+0,17	+0,06	−0,83	0,32	+0,07	−0,02	32,27
4	I	27	*a*	21,72	+1	+0,11	+0,09	−0,83	0,32	+0,38	+0,30	31,95
5	I	28	*aw*	22,34	+1	+0,03	+0,10	−0,83	+0,32	−0,11	−0,18	32,43

Observations de 61 Cygni, major.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ξ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
6	I	1842 Avr. 30	*a*	37° 58′ 22,″23	+1	+0,′12	+0,13	—0,82	+0,33	+0,″24	+0,″18	37° 58′ 32,″07
7	II	Mai 7	*a*	22,87	—1	—0,71	0,23	—0,80	0,35	+0,30	+0,30	31,95
8	II	10	*a*	23,70	—1	—0,50	0,27	—0,79	0,36	0,00	+0,01	32,24
9	II	14	*a*	24,96	—1	—0,54	0,32	—0,77	0,37	—0,47	—0,44	32,69
10	II	Juill. 1	*b*	37,46	—1	—0,68	0,78	—0,31	0,50	—0,39	—0,15	32,40
11	II	5	*a*	39,18	—1	—0,65	0,79	—0,26	0,51	—0,68	—0,43	32,68
12	II	6	*a*	38,98	—1	—1,02	0,80	—0,24	0,51	—0,12	+0,14	32,11
13	II	9	*a*	40,45	—1	—1,15	0,81	—0,20	0,52	—0,60	—0,33	32,58
14	II	11	*a*	40,55	—1	—1,03	0,82	—0,18	0,53	—0,10	+0,17	32,08
15	I	18	*a*	43,18	+1	—0,76	0,83	—0,08	0,55	—0,36	—0,08	32,33
16	I	25	*aw*	45,20	+1	—0,81	0,83	+0,02	0,56	—0,10	+0,19	32,06
17	I	27	*a*	46,10	+1	—0,73	0,83	0,04	0,57	—0,40	—0,11	32,36
18	I	28	*aw*	46,55	+1	—0,75	0,83	0,06	0,57	—0,53	—0,24	32,49
19	I	Août 1	*b*	47,85	+1	—1,01	0,83	0,11	0,58	—0,42	—0,11	32,36
20	I	2	*a*	48,32	+1	—0,94	0,82	0,13	0,59	—0,53	—0,23	32,48
21	I	6	*a*	48,99	+1	—1,09	0,81	0,18	0,60	+0,11	+0,42	31,83
22	I	7	*a*	49,62	+1	—1,02	0,81	0,20	0,60	—0,24	+0,07	32,18
23	I	8	*aw*	49,97	+1	—1,26	0,81	0,21	0,60	—0,31	+0,01	32,24
24	I	9	*a*	50,10	+1	—0,95	0,80	0,22	0,61	—0,15	+0,16	32,09
25	II	11	*a*	50,78	—1	—1,05	0,80	0,25	0,61	—0,22	+0,09	32,16
26	II	12	*a*	51,24	—1	—1,04	0,79	0,26	0,61	—0,35	—0,04	32,29
27	II	13	*b*	51,15	—1	—0,98	0,79	0,28	0,62	+0,07	+0,38	31,87
28	II	14	*a*	51,28	—1	—1,09	0,78	0,29	0,62	+0,29	+0,60	31,65
29	II	16	*a*	52,64	—1	—0,81	0,77	0,32	0,62	—0,39	—0,08	32,33
30	II	18	*bw*	53,13	—1	—0,77	0,76	0,34	0,63	—0,26	+0,04	32,21
31	I	20	*a*	53,48	+1	—0,76	0,75	0,37	0,64	—0,07	+0,23	32,02
32	I	21	*b*	53,59	+1	—1,06	0,74	0,38	0,64	+0,07	+0,38	31,87
33	I	22	*b*	37 58 54,42	+1	—1,00	0,74	0,39	0,64	—0,51	—0,20	32,45
34	I	Sept. 22	*aw*	37 59 1,66	+1	—0,68	0,44	0,71	0,73	—0,13	+0,10	32,15
35	I	29	*b*	3,07	+1	+0,06	0,35	0,76	0,74	—0,11	+0,08	32,17
36	I	30	*a*	3,69	+1	—0,33	0,34	0,76	0,75	—0,59	—0,40	32,65
37	I	Oct. 8	*aw*	4,39	+1	+0,14	0,23	0,80	0,77	—0,10	+0,05	32,20
38	II	10	*aw*	5,23	—1	+0,19	0,21	0,81	0,77	—0,62	—0,48	32,73
39	II	11	*aw*	5,00	—1	+0,10	0,19	0,81	0,78	—0,25	—0,11	32,36
40	II	12	*b*	5,57	—1	+0,40	0,18	0,82	0,78	—0,71	—0,58	32,83
41	II	16	*bw*	5,35	—1	—0,13	0,12	0,83	0,79	—0,20	—0,08	32,33
42	II	17	*bw*	4,67	—1	+0,16	0,11	0,83	0,79	+0,55	+0,66	31,59
43	I	21	*b*	5,65	+1	—0,10	0,05	0,83	0,80	—0,06	+0,03	32,22
44	I	23	*a*	5,36	+1	—0,07	+0,02	0,83	0,81	+0,46	+0,54	31,71
45	I	Nov. 18	*bw*	6,23	+1	+0,43	—0,35	+0,76	+0,88	—0,26	—0,33	32,58

Observations de 61 Cygni, major.

Numéro.	Position de l'objectif.	Date de l'observation.	Qualité de l'image.	Déclinaison observée.	β	γ	ε	ζ	η	n	Calcul — observation.	Déclinaison moyenne pour 1842,0.
46	I	1842 Nov. 19	bw	37°59′ 6″,02	+1	+0,70	—0,36	+0,75	+0,88	—0″,06	—0″,14	37°58′32″,39
47	I	1843 Avr. 20	a	37 58 41,33	+1	+0,23	—0,01	—0,83	1,30	+0,26	+0,14	32,11
48	I	23	a	41,55	+1	—0,01	+0,03	—0,83	1,31	+0,15	+0,05	32,20
49	I	24	aw	41,20	+1	—0,10	+0,04	—0,83	1,31	+0,53	+0,43	31,82
50	I	25	a	41,88	+1	—0,12	+0,06	—0,83	1,32	—0,11	—0,19	32,44
51	I	26	a	41,95	+1	+0,09	+0,07	—0,83	1,32	—0,12	—0,21	32,46
52	I	27	a	41,96	+1	—0,13	+0,09	—0,83	1,32	—0,05	—0,13	32,38
53	I	28	a	41,57	+1	—0,29	+0,10	—0,83	1,32	+0,44	+0,37	31,88
54	II	Mai 22	a	46,69	—1	—0,06	+0,42	—0,72	1,39	—0,84	—0,79	33,04
55	II	23	b	46,45	—1	—0,29	+0,43	—0,72	+1,39	—0,42	—0,36	32,61

Observation douteuse.

	II	1842 Oct. 13	aw	37 59 5,62	—1	+0,28	+0,16	+0,82	+0,78	—0,67	—0,54	37 58 32,79

§ 65. Formation des équations de condition pour l'étoile polaire. Équations finales pour cette étoile. Valeurs trouvées des inconnues, par la résolution des équations finales. Erreur probable d'une observation isolée. Erreurs restantes.

Les données de la première ligne horizontale du tableau de l'étoile polaire § 57, mènent à present à la première équation de condition pour cette étoile, que voici:

$$u + 1{,}1 . v + 1{,}58 . w + x - 0{,}91 . y + 0{,}39 . z + 0{,}19 . p + 0''{,}56 = 0, \text{ poids } 1{,}3.$$

Les autres équations se forment successivement de la même manière. Les 279 équations de condition que nous fournissent les 279 observations de l'étoile polaire, conduisent ensuite, eu égard au poids de chaque équation, d'après la méthode des moindres carrés, aux équations finales suivantes:

$$+764{,}10.u + 98{,}12.v - 236{,}87.w + 59{,}50.x - 49{,}32.y - 9{,}51.z + 42{,}98.p - 1''{,}55 = 0;$$
$$+98{,}12.u + 850{,}58.v - 7{,}96.w - 18{,}48.x - 3{,}15.y + 16{,}14.z - 3{,}42.p + 0{,}99 = 0;$$
$$-236{,}87.u - 7{,}96.v + 644{,}52.w - 10{,}56.x - 138{,}37.y + 80{,}63.z + 22{,}16.p + 22{,}60 = 0;$$
$$+59{,}50.u - 18{,}48.v - 10{,}56.w + 764{,}10.x - 142{,}91.y - 222{,}06.z + 545{,}14.p - 3{,}82 = 0;$$
$$-49{,}32.u - 3{,}15.v - 138{,}37.w - 142{,}91.x + 446{,}61.y - 11{,}81.z - 121{,}20.p - 28{,}72 = 0;$$
$$-9{,}51.u + 16{,}14.v + 80{,}63.w - 222{,}06.x - 11{,}81.y + 300{,}56.z - 92{,}02.p - 5{,}08 = 0.$$

La résolution de ces équations finales donne les valeurs que voici:

$u = -0''{,}0041 - 0{,}000.p$, avec l'erreur probable 0″,0091
$v = -0{,}0010 - 0{,}008.p$ « « « 0,0079
$w = -0{,}0281 - 0{,}012.p$ « « « 0,0103

$x = +0{,}0321 - 0{,}793.p$, avec l'erreur probable 0,0098
$y = +0{,}0668 + 0{,}007.p$ « « « 0,0119
$z = +0{,}0507 - 0{,}276.p$ « « « 0,0154.

Pour une observation dont le poids est $= g$, l'erreur probable se trouve

$$= \frac{0'',229}{\sqrt{g}}.$$

Les valeurs extrêmes de g, dans le tableau § 57, sont 4,9 et 1,0, et les erreurs probables de ces observations sont 0,"101 et 0,"229.

Après avoir substitué les valeurs trouvées de u, v, w,...z dans chaque équation de condition, celle-ci présente une erreur restante, qui est indiquée dans l'avant-dernière colonne du tableau avec l'inscription *Calcul — observation.*

§ 66. Dernières modifications des erreurs probables, relatives aux inconnues déterminées par les observations de la Polaire, à cause des erreurs probables de plusieurs éléments de calcul, éléments qui n'ont pas été rectifiés par la résolution des équations finales. Correction à appliquer aux valeurs des inconnues, pour les termes négligés de l'aberration qui dépendent du mouvement du centre du Soleil autour du centre de gravité du système solaire.

Il faut considérer encore les erreurs probables, auxquelles sont sujets quelques-uns des éléments qui ont servi à l'évaluation des n du tableau de l'étoile polaire § 57, et dont les corrections n'ont pas été trouvées par la résolution des équations finales. Les erreurs probables de ces éléments de calcul doivent modifier l'exactitude des valeurs trouvées de u, v, w, x, y, z, et en augmenter les erreurs probables. Nous examinerons les éléments indiqués l'un après l'autre.

1° L'erreur probable de la valeur supposée de $p =$ correction du changement annuel en déclinaison. Les déclinaisons de la Polaire observées à Dorpat à l'aide du cercle méridien de Reichenbach, depuis 1822 à 1838, donnent la correction du changement en déclinaison pris dans les *Tabulae Regiomontanae* $p = +0'',0026$, avec l'erreur probable 0,"0042 (*Lundahl de numeris nutationis et aberrationis constantibus.* Helsingf. 1842 p. 37). Cette valeur de p me paraît très certaine, étant basée sur des observations qui toutes sont faites avec le même instrument. En la substituant donc dans les expressions de u, v, w, x, y, z, les erreurs probables de ces quantités, en tant qu'elles dépendent de l'erreur probable 0,"0042 en p, seront les suivantes:

0,"0000; 0,"0000; 0,"0001; 0,"0033; 0,"0000; 0,"0012.

2° L'erreur probable du coefficient constant employé de la nutation 9,"2235 est 0,"0154. (*Num. const. nut.* p. 37.) Cette erreur probable agit uniquement sur la déclinaison moyenne de la Polaire, vu que la nutation en déclinaison atteignit son maximum $= 6'',96$ en 1842, et que son erreur prob. peut être regardée comme constante pendant la durée de nos observations de la Polaire. L'influence de l'erreur probable

de ce coefficient sur celle de x est donc:

$$= \frac{6{,}96}{9{,}2235} \cdot 0''{,}0154 = 0''{,}0116.$$

3° L'erreur probable dans la distance supposée entre deux traits voisins de division (p. 76). Par une recherche soignée, mais dont il me paraît superflu de donner ici les détails, je trouve que cette erreur probable produit dans les quantités u, v, w, x, y, z les erreurs probables

$$0''{,}014;\ 0''{,}000;\ 0''{,}000;\ 0''{,}013;\ 0''{,}000;\ 0''{,}009.$$

Toutes ces différentes erreurs probables doivent être réunies, d'après la méthode connue, aux erreurs probables primitives et données par la résolution des équations finales.

Mais les valeurs de u, v, w, x, y, z elles-mêmes exigent encore une petite correction pour les termes négligés de l'aberration dont nous avons parlé § 54. L'analyse de ces termes sera donnée § 77. Les deux quantités ϱ et π (§ 54) prennent ici les valeurs $\varrho = + 0''{,}0107$, $\pi = - 0''{,}0012$. Il faut donc ajouter $- 0''{,}0012$ à la valeur supposée de p, et diminuer la valeur trouvée de x, de la quantité $0''{,}0107$.

§ 67. Valeurs définitives des inconnues déterminées par les observations de l'étoile polaire. Erreurs probables définitives de ces valeurs.

En modifiant maintenant les valeurs primitives de u, v, w, x, y, z et leurs erreurs probables, selon les remarques précédentes, nous parvenons aux valeurs définitives suivantes, des quantités qui étaient à déterminer par la série des observations de la Polaire:

1° Latitude de l'axe vertical de l'instrument . $= 59°46'\ 18''{,}776$, av. l'err. pr. $0''{,}017$
2° Flexion à ajouter à la dist. zén. de la Polaire, obs. dans le pass. sup. et dans la posit. I de l'obj. $= \quad - 0''{,}182$ « « « $0''{,}008$
3° Coefficient thermométrique de la réfraction pour un degré Réaumur $= 0{,}0047115 + \frac{w}{326{,}4}$. $= \quad 0{,}0046254$ « « « $0{,}0000316$
4° Déclin. moy. de l'étoile polaire pour 1842,0 . $= 88°28'\ 0''{,}598$ « « « $0''{,}017$
5° Parallaxe annuelle de la Polaire . . . . . $= \quad + 0{,}067$ « « « $0{,}012$
6° Coefficient constant de l'aberration. . . . $= \quad + 20{,}503$ « « « $0{,}018$.

La première et la quatrième parmi ces quantités, c. à d. la latitude et la déclinaison moyenne, ne sont cependant pas encore vraiment définitives. Car il nous reste en premier lieu à déterminer les erreurs de division relatives des 16 groupes de traits de division qui ont concouru à la détermination de ces quantités. En second lieu, il faut encore évaluer la correction de la réfraction moyenne prise dans les tables de M. de Struve. Ici il ne s'agit cependant pas de ces corrections, parce que les autres quantités déterminées, et nommément la parallaxe et l'aberration, en sont absolument indépendantes.

Quant à la déclinaison de la Polaire, l'influence de la réfraction et des erreurs de division doit être extrêmement petite, et j'estime la valeur donnée de la déclinaison moyenne exacte à 0",05. Pour la latitude donnée, je la présume exacte à 0",10.

§ 68. Équations de condition pour les autres 7 étoiles. Équations finales. Valeurs des inconnues, par la résolution des équations finales. Correction ultérieure des valeurs trouvées et de leurs erreurs probables.

Les tableaux des autres 7 étoiles nous fournissent les équations de condition respectives d'une manière analogue à celle qui a été indiquée pour l'étoile polaire (§ 65). Seulement j'ai introduit à la place de l'inconnue x la nouvelle inconnue $\xi = x + q + r - \Delta\varphi$ (voyez § 55) et qui a le même coefficient avec x. La première ligne du tableau de α Aurigae § 58, nous fournit p. e. la première équation de condition pour cette étoile que voici:

$$\xi' - 0{,}13y' + 0{,}38z + v' + 0{,}59w' + 0{,}20p' - 1{,}03 = 0.$$

Les équations finales ont été formées à fournir les valeurs des trois inconnues ξ, y, z, et, pour *Groombr.* 1830, des deux inconnues ξ et y, tandis que les trois autres inconnues v, w, p, et pour *Gr.* 1830 en outre z, restent indéterminées. Mais l'influence qu'exercent ces inconnues sur les ξ, y, z, est exprimée dans les valeurs de ces dernières quantités. Voici le tableau des équations finales, pour les différentes étoiles, et des valeurs obtenues de ξ, y, z.

α Aurigae.

Équations finales.

$$47{,}00.\xi' - 7{,}150.y' + 3{,}490.z + 5{,}000.v' - 12{,}580.w' + 29{,}940.p' - 1{,}''940 = 0;$$
$$-7{,}15.\xi' + 2{,}795.y' - 0{,}267.z - 0{,}660.v' + 5{,}946.w' - 2{,}788.p' + 0{,}174 = 0;$$
$$3{,}49.\xi' - 0{,}267.y' + 4{,}772.z - 0{,}290.v' + 8{,}842.w' + 3{,}357.p' - 2{,}187 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi' = +0{,}''008 - 0{,}130.v' + 0{,}109.w' - 0{,}776.p'$, avec l'err. pr. 0",050;
$y' = +0{,}001 - 0{,}083.v' - 2{,}045.w' - 1{,}005.p'$ « « « 0,199;
$z = +0{,}453 + 0{,}151.v' - 2{,}046.w' - 0{,}193.p'$ « « « 0,123.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, = 0",259.

ι Ursae majoris.

Équations finales.

$$39{,}750.\xi'' + 3{,}575.y'' + 11{,}920.z + 0{,}250.v'' - 18{,}495.w'' + 28{,}415.p'' + 0{,}''152 = 0;$$
$$3{,}575.\xi'' + 4{,}708.y'' + 1{,}967.z + 0{,}825.v'' + 4{,}600.w'' + 4{,}222.p'' - 0{,}248 = 0;$$
$$11{,}920.\xi'' + 1{,}967.y'' + 7{,}808.z + 0{,}760.v'' - 11{,}313.w'' + 6{,}775.p'' + 1{,}145 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi'' = +0{,}''071 + 0{,}046.v'' + 0{,}104.w'' - 0{,}826.p''$, avec l'err. pr. 0",047;
$y'' = +0{,}118 - 0{,}157.v'' - 1{,}783.w'' - 0{,}485.p''$ « « « 0,106;
$z = -0{,}284 - 0{,}129.v'' + 1{,}739.w'' + 0{,}515.p''$ « « « 0,108.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, = 0",217.

Groombridge N° 1830.

Équations finales.

$$47{,}250.\xi''' + 26{,}915.y''' - 4{,}240.z + 10{,}250.v''' + 20{,}148.\varpi''' + 36{,}855.p''' - 1'',595 = 0;$$
$$26{,}915.\xi''' + 18{,}374.y''' - 0{,}642.z + 5{,}790.v''' + 10{,}829.\varpi''' + 20{,}141.p''' - 1{,}681 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi''' = -0'',111 + 0{,}422.z - 0{,}226.v''' - 0{,}548.\varpi''' - 0{,}940.p'''$, avec l'err. pr. $0'',088$;

$y''' = +0{,}254 - 0{,}583.z + 0{,}016.v''' + 0{,}213.\varpi''' + 0{,}280.p'''$ « « « $0{,}141$.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, $= 0'',246$.

α Bootis.

Équations finales.

$$81{,}750.\xi^{IV} + 24{,}942.y^{IV} + 9{,}398.z - 4{,}750.v^{IV} - 47{,}515.\varpi^{IV} + 67{,}967.p^{IV} + 1'',903 = 0;$$
$$24{,}942.\xi^{IV} + 19{,}538.y^{IV} + 1{,}215.z - 5{,}028.v^{IV} - 19{,}733.\varpi^{IV} + 20{,}859.p^{IV} - 1{,}539 = 0;$$
$$9{,}398.\xi^{IV} + 1{,}215.y^{IV} + 11{,}636.z + 0{,}982.v^{IV} - 24{,}235.\varpi^{IV} + 4{,}990.p^{IV} + 1{,}906 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi^{IV} = -0'',056 - 0{,}018.v^{IV} + 0{,}151.\varpi^{IV} - 0{,}871.p^{IV}$, avec l'err. pr. $0'',037$;

$y^{IV} = +0{,}159 + 0{,}286.v^{IV} + 0{,}701.\varpi^{IV} + 0{,}027.p^{IV}$ « « « $0{,}072$;

$z = -0{,}135 - 0{,}100.v^{IV} + 1{,}888.\varpi^{IV} + 0{,}272.p^{IV}$ « « « $0{,}076$.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, $= 0'',246$.

α Lyrae.

Équations finales.

$$52{,}00.\xi^{V} + 12{,}20.y^{V} + 5{,}41.z - 8{,}00.v^{V} - 8{,}96.\varpi^{V} + 35{,}89.p^{V} + 0'',29 = 0;$$
$$12{,}20.\xi^{V} + 16{,}71.y^{V} - 0{,}77.z - 0{,}27.v^{V} - 14{,}97.\varpi^{V} + 3{,}68.p^{V} - 1{,}54 = 0;$$
$$5{,}41.\xi^{V} - 0{,}77.y^{V} + 23{,}70.z - 12{,}69.v^{V} - 13{,}52.\varpi^{V} + 3{,}55.p^{V} - 0{,}43 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi^{V} = -0'',037 + 0{,}111.v^{V} - 0{,}134.\varpi^{V} - 0{,}776.p^{V}$, avec l'err. pr. $0'',030$;

$y^{V} = +0{,}121 - 0{,}041.v^{V} + 1{,}023.\varpi^{V} + 0{,}348.p^{V}$ « « « $0{,}052$;

$z = +0{,}031 + 0{,}509.v^{V} + 0{,}634.\varpi^{V} + 0{,}039.p^{V}$ « « « $0{,}040$.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, $= 0'',193$.

α Cygni.

Équations finales.

$$86{,}000.\xi^{VI} + 22{,}945.y^{VI} - 19{,}045.z + 11{,}000.v^{VI} - 16{,}545.\varpi^{VI} + 58{,}580.p^{VI} + 0'',538 = 0;$$
$$22{,}945.\xi^{VI} + 25{,}594.y^{VI} + 4{,}757.z - 0{,}560.v^{VI} - 26{,}254.\varpi^{VI} + 13{,}420.p^{VI} + 1{,}616 = 0;$$
$$-19{,}045.\xi^{VI} + 4{,}757.y^{VI} + 44{,}910.z - 1{,}970.v^{VI} - 9{,}563.\varpi^{VI} - 11{,}994.p^{VI} + 1{,}165 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi^{VI} = +0'',009 - 0{,}198.v^{VI} - 0{,}085.\varpi^{VI} - 0{,}732.p^{VI}$, avec l'err. pr. $0'',024$;

$y^{VI} = -0{,}068 + 0{,}211.v^{VI} + 1{,}091.\varpi^{VI} + 0{,}143.p^{VI}$ « « « $0{,}043$;

$z = -0{,}015 - 0{,}062.v^{VI} + 0{,}061.\varpi^{VI} - 0{,}059.p^{VI}$ « « « $0{,}030$.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, $= 0'',178$.

61 CYGNI.

Équations finales.

$$55{,}00.\xi^{VII} + 23{,}04.y^{VII} - 1{,}50.z + 13{,}00.v^{VII} - 22{,}97.w^{VII} + 39{,}26.p^{VII} - 7{,}''20 = 0;$$
$$23{,}04.\xi^{VII} + 16{,}79.y^{VII} + 1{,}49.z + 0{,}70.v^{VII} - 19{,}14.w^{VII} + 14{,}33.p^{VII} - 5{,}96 = 0;$$
$$-1{,}50.\xi^{VII} + 1{,}49.y^{VII} + 21{,}46.z - 3{,}20.v^{VII} - 1{,}02.w^{VII} - 2{,}07.p^{VII} - 2{,}90 = 0.$$

Valeurs des inconnues.

$\xi^{VII} = -0{,}''026 - 0{,}504.v^{VII} - 0{,}150.w^{VII} - 0{,}835.p^{VII}$, avec l'err. pr. 0,"043;
$y^{VII} = +0{,}381 + 0{,}644.v^{VII} + 1{,}350.w^{VII} + 0{,}291.p^{VII}$ « « « 0,079;
$z = +0{,}107 + 0{,}069.v^{VII} - 0{,}057.w^{VII} + 0{,}018.p^{VII}$ « « « 0,045.

Erreur probable d'une déclinaison dont le poids 1, = 0,"207.

Pour parvenir à des valeurs définitives de x, y, z, il nous reste enfin à substituer, dans les expressions trouvées de ξ, y, z, les valeurs de v, w, p, que nous regardons comme les plus certaines, et de substituer, dans l'expression de ξ, les valeurs de q, r et $\Delta\varphi$, pour trouver x, la correction de la déclinaison moyenne. Les valeurs des quantités substituées et leurs erreurs probables modifieront, en outre, l'erreur probable, trouvée jusqu'ici, de chacune des quantités x, y, z.

§ 69. Exactitude des déclinaisons moyennes trouvées des 7 étoiles.

J'ai indiqué § 67 que la latitude, déterminée à l'aide des observations de l'étoile polaire = 59° 46′ 18,"78, me paraît exacte à 0,"10 près, y compris les erreurs absolues de division. Comme cette valeur de la latitude est employée pour le calcul des déclinaisons (§ 47): il s'ensuit que la limite de l'exactitude des déclinaisons moyennes trouvées des autres étoiles est la même = 0,"10, sans compter l'influence qu'exercent les erreurs de division absolues, entre les groupes de traits dont dépend la distance zénithale de chaque étoile, et sans compter la petite incertitude de la réfraction moyenne. En considérant ces différentes sources d'erreurs, je crois pouvoir estimer l'incertitude totale des déclinaisons moyennes des 7 étoiles, par une erreur probable en dedans de 0,"20. L'on sait que l'incertitude des déclinaisons moyennes n'agit nullement, ni sur l'aberration, ni sur les parallaxes.

§ 70. Correction ultérieure des valeurs antérieures par rapport à la flexion du tube et du cercle.

Si l'on suppose que les effets de la flexion sont proportionnels aux sinus de la distance énithale, et si l'on déduit les flexions respectives pour les différentes étoiles, de celle, zqui suit du complet des observations de toutes les 8 étoiles, = — 0,"385 ± 0,"015 (§ 80) pour l'horizon, posit. I de l'objectif: nous aurons les valeurs suivantes qui se rapportent également à la posit. I de l'objectif:

pour	α Aurigae,	flexion	$= -0''\!,093$,	avec	l'err.	pr.	$0''\!,004$
«	ι Ursae maj.	«	$= -0,074$	«	«	«	0,003
«	*Groombr.* N° 1830	«	$= -0,138$	«	«	«	0,005
«	α Bootis	«	$= -0,246$	«	«	«	0,010
«	α Lyrae	«	$= -0,139$	«	«	«	0,005
«	α Cygni	«	$= -0,100$	«	«	«	0,004
«	61 Cygni	«	$= -0,143$	«	«	«	0,006.

Il sera démontré, que la flexion suit la loi indiquée, jusqu'à 40° du zénith, avec une exactitude qui n'en laisse reconnaître aucun défaut. Donc, les différents v seront donnés par les petites différences entre les nouvelles valeurs des flexions respectives, et celles dont je me suis servi dans la réduction des observations.

$v^{I} = -0''\!,003$,	avec	l'err.	pr.	$0''\!,004$
$v^{II} = -0,004$	«	«	«	0,003
$v^{III} = +0,002$	«	«	«	0,005
$v^{IV} = -0,006$	«	«	«	0,010
$v^{V} = +0,001$	«	«	«	0,005
$v^{VI} = 0,000$	«	«	«	0,004
$v^{VII} = -0,001$	«	«	«	0,006.

§ 71. Correction ultérieure du coefficient thermométrique de la réfraction.

Pour le calcul des valeurs définitives des inconnues à déterminer, j'emploie le coefficient thermométrique de la réfraction que nous a fourni l'étoile polaire, et qui diffère de $-0,0000861$ de celui que j'ai supposé dans la réduction des observations des 7 étoiles (§ 67). En mettant donc

$$da = -0,0000861, \text{ avec l'err. pr. } 0,0000316,$$

nous aurons à substituer, pour les différents w des 7 étoiles, les valeurs suivantes:

$w^{I} = 148,3 \,.\, da = -0''\!,013$,	avec	l'err.	pr.	$0''\!,005$
$w^{II} = 117,4 \,.\, da = -0,010$	«	«	«	0,004
$w^{III} = 228,2 \,.\, da = -0,020$	«	«	«	0,007
$w^{IV} = 496,0 \,.\, da = -0,043$	«	«	«	0,016
$w^{V} = 230,6 \,.\, da = -0,020$	«	«	«	0,007
$w^{VI} = 160,5 \,.\, da = -0,014$	«	«	«	0,005
$w^{VII} = 238,4 \,.\, da = -0,021$		«	«	0,008.

§ 72. Recherche du mouvement propre en déclinaison des 5 étoiles, α Aurigae, ι Ursae majoris, α Bootis, α Lyrae, α Cygni.

J'ai déterminé les mouvements propres des étoiles en question à l'aide de la comparaison des déclinaisons moyennes suivantes:

	α Aurigae.	ι Ursae maj.	α Bootis.	α Lyrae.	α Cygni.	Observées par.
1755	45°43′ 4″,80	48°59′ 2″,20	20°28′ 5″,60	38°34′11″,40	44°24′56″,70	Bradley[1])
1820	45 48 9,12	—	20 7 25,43	38 37 17,77	44 38 28,47	Bessel[2])
1824	45 48 27,18	48 43 31,04	20 6 9,50	38 37 30,32	44 39 19,49	W. de Struve[3])
1830	45 48 53,50	48 42 9,10	20 4 16,40	38 37 49,40	44 40 35,50	Argelander[4])
1839	45 49 31,59	—	21 1 23,98	38 38 15,26	44 42 28,37	Busch[5])
1838	45 49 27,76	—	20 1 43,47	—	—	Airy[6])
1839	—	48 40 6,57	—	38 38 15,19	44 42 28,62	—
1843	45 49 49,97	48 39 11,27	20 0 8,73	38 38 27,36	44 43 18,82	Peters.

Les déclinaisons données par M. Airy, et selon M. Busch, primitivement pour 1840, sont ici reduites à l'année moyenne des observations respectives, à l'aide des changements annuels employés par ces astronomes. En outre, j'ai réduit les positions de M. Airy à l'époque de la longitude moyenne du Soleil = 280°, au lieu de 281°, prise par M. Airy, comme toutes les autres déclinaisons moyennes se rapportent à la longitude moyenne du Soleil = 280°.

Il faut appliquer encore aux déclinaisons, données ci-dessus, les petites corrections que réclament les différences des coefficients de la nutation, employés dans les différents catalogues. Pour la position de 1755 ce coefficient a été supposé 9″,648, dans celles de 1820, 1824, 30 et 39 (Busch) = 8″,9771, dans les positions de 1838 et 39 données par M. Airy = 9″,25. Pour réduire toutes les déclinaisons moyennes à la valeur = 9″,2235, dont je me suis servi pour la position de 1843, il faut ajouter aux déclinaisons moyennes données les corrections suivantes:

pour les déclinaisons de	Bradley	1755,	corr.	$= +0'',393 \sin(\alpha + 207°44')$
«	Bessel	1820,	«	$= +0,246 \sin(\alpha + 175\ 13)$
«	W. de Struve	1824,	«	$= +0,191 \sin(\alpha + 245\ 2)$
«	Argelander	1830,	«	$= +0,245 \sin(\alpha + 5\ 12)$
«	Busch	1839,	«	$= +0,246 \sin(\alpha + 180\ 48)$
«	Airy	1838,	«	$= -0,026 \sin(\alpha + 166\ 12)$
«	Airy	1839,	«	$= -0,027 \sin(\alpha + 180\ 48)$.

α signifie ici l'ascension droite de l'étoile.

---

[1]) *Fundamenta astronomiae.* — [2]) *Bessel, Astronomische Beobachtungen,* 7. Abtheilung. — [3]) *Obs. Dorp. Vol. VI., et O. Struve Bestimmung der Constante der Praecession.* Petersburg, 1842. — [4]) *Argelander, DLX stellarum fixarum positiones mediae.* — [5]) *Astronomische Nachrichten, No.* 422. — [6]) *Catalogue of the places of* 1439 *Stars.*

Les mouvements propres en ascension droite et en déclinaison changent avec le temps à cause du mouvement de l'équateur. Si l'on base l'effet total de la précession sur les précessions annuelles qui ont lieu aux époques T, $T+t$, et en cas de besoin, à d'autres époques intermédiaires, toutes ces précessions étant calculées sur les lieux effectifs de l'étoile à ces époques: il faut prendre aussi les valeurs du mouvement propre pour ces mêmes époques, et les réunir aux précessions respectives. Soit maintenant, pour l'époque T, l'ascension droite $=\alpha$, la déclinaison $=\delta$, le mouvement propre en ascension droite $=\Delta\alpha$, en déclinaison $=\Delta\delta$, et la précession en déclinaison $=n\,\text{Cos}\,\alpha$, nous aurons pour une époque quelconque $T+t$ la valeur du mouvement propre

$$\text{en ascension droite} = \Delta\alpha + \left[2\,\text{tg}\,\delta\,.\,\Delta\alpha\,\Delta\delta + \frac{n\,\text{Sin}\,\alpha}{\text{Cos}\,\delta^2}\,\Delta\delta + n\,\text{tg}\,\delta\,\text{Cos}\,\alpha\,.\,\Delta\alpha\right].\,t$$

$$\text{en déclinaison} = \Delta\delta - \left[n\,\text{Sin}\,\alpha\,.\,\Delta\alpha + \tfrac{1}{2}\,\text{Sin}\,2\delta\,.\,\Delta\alpha^2\right].\,t.$$

Je me suis toujours servi de cette méthode, en employant les formules suivantes, dans lesquelles $\Delta\delta^{I}$, $\Delta\delta^{II}$,... indiquent les mouvements propres en déclinaison pour l'époque 1842,5.

		Mouv. propre annuel en déclinaison pour $1842{,}5+t$.
pour	α Aurigae	$=\Delta\delta^{I}\ -0'',0000137.t$
«	ι Ursae maj.	$=\Delta\delta^{II}\ +0{,}0000483.t$
(«	*Groombr.* 1830	$=\Delta\delta^{III}-0{,}0000988.t$)
«	α Bootis	$=\Delta\delta^{IV}\ -0{,}0000629.t$
«	α Lyrae	$=\Delta\delta^{V}\ +0{,}0000275.t$
«	α Cygni	$=\Delta\delta^{VI}\ +0{,}0000000.t$
(«	61 Cygni	$=\Delta\delta^{VII}+0{,}0002911.t$).

Avec toutes ces données, et en attribuant aux déclinaisons de Bradley le poids relatif $=\frac{1}{8}$, mais aux autres déclinaisons un poids égal $=1$, je suis parvenu aux valeurs finales suivantes:

	Déclinaison moyenne pour 1800.	Erreur probable.	Mouvement propre annuel en déclinaison pour 1842,5.	Erreur probable.
α Aurigae	45° 46′ 38″,20	0″,39	−0″,4395	0″,0114
ι Ursae maj.	48 48 57,38	0,16	−0,2748	0,0046
α Bootis	20 13 46,44	0,24	−1,9848	0,0071
α Lyrae	38 36 19,67	0,26	+0,2786	0,0077
α Cygni	44 34 18,08	0,16	−0,0004	0,0047.

Il est intéressant de voir, dans le tableau suivant, l'accord que présentent les déclinaisons des différents catalogues, réduites rigoureusement à la même époque 1800. J'ai ajouté en parenthèses les déclinaisons que le catalogue de Piazzi donne directemen pour 1800.

α Aurigae.

				Déclinaison moyenne pour 1800.	Écart de la moyenne.
D'après la déclin. de	Bradley	pour	1755	45° 46′ 37″,26	+0″,94
«	Bessel	«	1820	38,35	−0,15
«	W. de Struve	«	1824	38,72	−0,52
«	Argelander	«	1830	38,88	−0,68
«	Busch	«	1839	37,12	+1,08
«	Airy	«	1838	37,87	+0,33
«	Peters	«	1843	38,42	−0,22
«	(Piazzi)	«	(1800)	(37,50)	(+0,70).

ι Ursae majoris.

«	Bradley	«	1755	48° 48′ 57″,60	−0″,22
«	W. de Struve	«	1824	57,18	+0,20
«	Argelander	«	1830	57,26	+0,12
«	Airy	«	1839	57,73	−0,35
«	Peters	«	1843	57,30	+0,08
«	(Piazzi)	«	(1800)	(57,50)	(−0,12).

α Bootis.

«	Bradley	«	1755	20° 13′ 46″,05	+0″,39
«	Bessel	«	1820	46,36	+0,08
«	W. de Struve	«	1824	46,56	−0,12
«	Argelander	«	1830	47,15	−0,71
«	Busch	«	1839	45,91	+0,53
«	Airy	«	1838	46,30	+0,14
«	Peters	«	1843	46,44	0,00
«	(Piazzi)	«	(1800)	(48,30)	(−1,86).

α Lyrae.

«	Bradley	«	1755	38° 36′ 19″,69	−0″,02
«	Bessel	«	1820	19,21	+0,46
«	W. de Struve	«	1824	19,66	+0,01
«	Argelander	«	1830	20,52	−0,85
«	Busch	«	1839	19,74	−0,07
«	Airy	«	1839	19,40	+0,27
«	Peters	«	1843	19,48	+0,19
«	(Piazzi)	«	(1800)	(20,80)	(−1,13).

α CYGNI.

			Déclinaison moyenne pour 1800.	Écart de la moyenne.
D'après la déclin. de	Bradley	pour 1755	44° 34′ 18″,41	— 0″,33
«	Bessel	« 1820	17,62	+ 0,46
«	W. de Struve	« 1824	18,07	+ 0,01
«	Argelander	« 1830	18,39	— 0,31
«	Busch	« 1839	18,16	— 0,08
«	Airy	« 1839	18,24	— 0,16
«	Peters	« 1843	17,93	+ 0,15
«	(Piazzi)	« (1800)	(19,80)	(— 1,88).

§ 73. Recherche du mouvement propre en déclinaison de l'étoile Groombridge N° 1830.

Dans la recherche du mouvement propre de l'étoile *Groombridge* N° 1830, j'emploie les mêmes déclinaisons dont s'est servi M. Argelander, savoir celle de l'*Histoire céleste française* pour 1794,23, de Groombridge pour 1811,35, des zones de Bessel pour 1828,83, et de Nicolai pour 1842,33 (voyez *Astron. Nachr.* N° 466 et 475), et en outre la déclinaison que j'ai trouvée moi-même pour 1842,94, en attribuant aux quatre premières déclinaisons le poids = 1, et à la dernière le poids = 16, c. à d. une exactitude quadruple. A l'aide des moindres carrés je suis parvenu à la valeur suivante du mouvement propre annuel en déclinaison pour 1842,5

— 5″,782, avec l'erreur probable 0″,026.

Voici l'accord que présentent les différentes déclinaisons réduites à 1800 :

		Déclinaison moyenne pour 1800.	Écart de la moyenne.
Lalande	1794,23	39° 9′ 9″,1	+ 0″,1
Groombridge	1811,35	8,1	+ 1,1
Bessel	1828,83	12,2	— 3,0
Nicolai	1842,33	11,0	— 1,8
Peters	1842,94	9,0	+ 0,2.

§ 74. Recherche du mouvement propre en déclinaison de l'étoile 61 Cygni.

Pour évaluer le mouvement propre de l'étoile principale de 61 Cygni, à l'époque moyenne de mes observations, 1842,84, j'ai dû prendre une voie moins directe, parceque dans un système binaire, on n'ose supposer le mouvement propre uniforme, que pour le centre de gravité.

Si, à l'époque T, la déclinaison de l'étoile principale est $= \delta$, et si la relation des deux étoiles est donnée par leur distance r, et par l'angle de position $= P$, compté du

point Nord par l'Est, nous aurons, en nommant les deux masses M et m, la déclinaison correspondante du centre de gravité

$$\delta_1 = \delta + \mu r \operatorname{Cos} P,$$

où

$$\mu = \frac{m}{M+m}.$$

En cas qu'un catalogue contient les positions des deux étoiles, $r \operatorname{Cos} P$ est directement donné. Mais on peut aussi employer, pour la détermination de cette quantité, les mesures micrométriques, faites à différentes époques. Il s'agit alors de trouver une formule qui exprime $r \operatorname{Cos} P$ pour une époque quelconque, les valeurs de r et de P étant données pour différentes époques. En combinant depuis les déclinaisons d'une des deux étoiles, dans les catalogues, avec les valeurs correspondantes de $r \operatorname{Cos} P . \mu$, on parvient à une série de valeurs de la déclinaison du centre de gravité, qui contiennent l'inconnue μ. Les équations de condition formées pour ces valeurs conduiront donc à la détermination d'une déclinaison moyenne du centre de gravité, du mouvement propre de ce centre, et à celle de μ. En combinant avec ce mouvement propre la variation annuelle de la quantité $\mu r \operatorname{Cos} P$ pour 1842,84, l'on trouve enfin le mouvement propre de l'étoile principale pour l'époque 1842,84.

Pour déterminer le mouvement des deux étoiles autour de leur centre de gravité, je me suis servi des mesures micrométriques faites à l'aide des grandes lunettes de Dorpat et de Poulkova, depuis 1828 jusqu'à vers l'époque actuel, et qui sont, en réunissant les observations de la même année:

Époque.	r	P	Observé par
1828,72	15,"31	89°,4	W. Struve
1831,70	15,632	91,16	«
1832,77	15,79	92,05	«
1835,65	15,967	93,83	«
1836,57	16,080	94,40	«
1837,71	15,913	95,45	«
1840,83	16,540	97,20	O. Struve
1844,86	16,735	100,00	«

Un calcul préalable me donna l'expression approximative de la distance et de l'angle de position pour l'époque $1828,72 + t$

$$r = 15'',33 + 0'',090 . t,$$
$$P = 89°,00 + 0°,75 . t.$$

Ce même calcul indiqua, que l'erreur probable, exprimée en secondes, d'un des r du tableau, et l'erreur probable d'un P du tableau, exprimée en degrés, sont en raison de 1 à 1,606.

Nous désignerons maintenant les corrections de ces formules approximatives, pour les deux termes de la distance, par ϱ et $\varrho' t$, pour les deux termes de l'angle de position, par π et $\pi' t$, en ajoutant à l'expression de P aussi le terme usité qui satisfait à la condition

des aires proportionelles aux temps; et nous aurons les expressions exactes:

$$r = 15'',33 + \varrho + (0'',090 + \varrho')t \ldots\ldots (a)$$

$$P = 89^\circ,00 + \pi + (0^\circ,75 + \pi')t - \frac{1}{r}\frac{dr}{dt}\frac{dP}{dt}\,t^2.$$

Dans le dernier terme de P, il faut mettre pour $r, \frac{dr}{dt}$ et $\frac{dP}{dt}$ les valeurs pour l'époque 1828,72, ce qui conduit à:

$$P = 89^\circ,00 + \pi + (0^\circ,75 + \pi').t - \frac{1}{15,33+\varrho}(0,090+\varrho')(0,75+\pi')t^2 \ldots\ldots (b)$$

La comparaison des formules (a) et (b) aux 8 valeurs observées de r et de P a donné les valeurs suivantes des inconnues à déterminer, en attribuant aux differents r observés le poids $= (1,606)^2$, et aux differents P le poids $= 1$,

$\varrho = + 0'',043$,	avec l'erreur probable	$0'',050$
$\varrho' = - 0'',0056$	«	$0'',0056$
$\pi = + 0^\circ,164$	«	$0^\circ,084$
$\pi' = - 0^\circ,0283$	«	$0^\circ,0113.$

En substituant ces valeurs dans les formnles (a) et (b), nous parvenons aux expressions suivantes et finales:

$$\left.\begin{array}{l} r = 15'',373 + 0'',0844.t, \\ P = 89^\circ,164 + 0^\circ,722.t - 0^\circ,00396.t^2 \end{array}\right\} \ldots\ldots (c)$$

L'accord de ces formules avec les observations se juge par le tableau suivant:

	r observé	r calculé	calcul — obs.	P observé	P calculé	calcul — obs.
1828,72	15'',310	15'',373	+0'',063	89°,40	89°,16	—0°,24 (=—0'',064)
1831,70	15,632	15,625	—0,007	91,16	91,28	+0,12 (=+0,033)
1832,77	15,790	15,715	—0,075	92,05	92,02	—0,03 (=—0,008)
1835,65	15,967	15,958	—0,009	93,83	93,98	+0,15 (=+0,041)
1836,57	16,080	16,036	—0,044	94,40	94,59	+0,19 (=+0,054)
1837,71	15,913	16,132	+0,219	95,45	95,34	—0,11 (=—0,031)
1840,83	16,540	16,395	—0,145	97,20	97,33	+0,13 (=+0,037)
1844,86	16,735	16,735	0,000	100,00	99,78	—0,22 (=—0,064).

Pour l'évaluation du mouvement progressif en déclinaison de l'étoile, j'avais les déclinaisons suivantes de l'étoile principale:

Époque.	Décl. moy. de 61[1] Cygni.	Observée par
1815,00	37° 50′ 43'',40	Bessel (*Fund. astr. p.* 312)
1823,00	37 53 3,62	Struve (*O. Struve, Bestimmung d. Const. d. Praec. p.* 19.)
1830,00	37 55 4,80	Argelander (*DLX stell. fix. posit. med. p.* 26).
1838,00	37 57 22,78	Airy (*Catalogue of the Places of* 1439 *Stars, p.* 65.)
1838,00	37 57 23,80	Henderson (*Edinburgh Observ. Vol. IV, p.* 153.)
1842,00	37 58 32,25	Peters.

M. Airy et Argelander donnent les déclinaisons des deux étoiles. Pour garder l'uniformité, je n'ai employé que celle de l'étoile principale. L'observation de Bradley m'a paru trop éloignée pour employer les formules (*c*) à la réduction de l'étoile principale au centre de gravité, et j'ai préféré de la rejeter. J'aurais bien pu trouver la réduction au centre de gravité par la différence des deux déclinaisons observées par Bradley; mais la petite étoile n'ayant été observée qu'une seule fois, la position m'en a paru trop incertaine pour ce but.

Aux 5 premières déclinaisons de 61[1] Cygni j'ai ajouté les petites corrections mentionnées § 72, que réclament l'uniformité de la nutation, et du commencement de l'année. Ayant cherché en outre les valeurs de $\mu r \operatorname{Cos} P$ pour les différentes époques, à l'aide des formules (*c*), j'ai reçu les expressions suivantes des déclinaisons du centre de gravité:

	1815,00	$37^\circ 50' 43'',25 + 2,83.\mu$
	1823,00	$37\ 53\ \ 3,63 + 1,32.\mu$
	1830,00	$37\ 55\ \ 4,64 - 0,02\ \mu$
(Airy)	1838,00	$37\ 57\ 22,71 - 1,55.\mu$
(Henderson)	1838,00	$37\ 57\ 23,73 - 1,55.\mu$
	1842,00	$37\ 57\ 32,25 - 2,31.\mu$.

Je traite ces expressions d'après les moindres carrés, en leur supposant une exactitude égale et ayant égard aux variations du mouvement propre d'après § 72. C'est ainsi que je parviens aux valeurs suivantes:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Décl. moy. du centre de gravité} \\ \quad\text{pour } 1815{,}0 \ldots\ldots\ldots = 37^\circ 50' 44'',08 + 2'',83.\mu, \text{ av. l'err. pr. } 0'',43 + 0'',002.\mu \\ \text{Mouvement propre en décl. du} \\ \quad\text{centre de grav. pour } 1842{,}84 = +3'',2291 - 0'',1906.\mu, \text{ av. l'err. pr. } 0'',0230 + 0'',0001.\mu \\ \text{Erreur probable d'une des dé-} \\ \quad\text{clinaisons isolées} \ldots\ldots = \ 0'',533 + 0'',0030.\mu.\end{array}\right\} (d)$$

Le petit tableau suivant contient les déclinaisons du centre de gravité réduites à l'époque 1815,0 d'après les formules (*d*).

		Décl. moy. du centre de gravité pour 1815,0.	Écart de la moyenne $=35^\circ 50' 44'',08 + 2,83.\mu$.
suivant Bessel	1815	$37^\circ 50' 43'',25 + 2,83.\mu$	$+ 0'',83$
Struve	1823	$44,98 + 2,83.\mu$	$- 0,90$
Argelander	1830	$44,51 + 2,83.\mu$	$- 0,43$
Airy	1838	$43,59 + 2,83.\mu$	$+ 0,49$
Henderson	1838	$44,61 + 2,83.\mu$	$- 0,53$
Peters	1842	$43,54 + 2,83.\mu$	$+ 0,54$.

Les formules (*c*) donnent le mouvement annuel en déclinaison de l'étoile principale relativement à celui du centre de gravité pour 1842,84

$$= 0'',1870.\mu, \text{ avec l'err. pr. } 0'',0008.\mu.$$

Si l'on ajoute cette valeur à celle du mouvement propre du centre de gravité dans les formules (d), on aura
le mouvement propre annuel de
l'étoile principale pour 1842,84 $= 3''{,}2291 - 0''{,}0036 . \mu$, avec l'err. pr. $0''{,}0230 + 0''{,}0001 . \mu$.

§ 75. Tableau des corrections à appliquer aux mouvements propres des 7 étoiles, supposés dans le calcul.

Si l'on compare les mouvements propres finales, évalués dans les recherches des § 72, 73 et 74, aux valeurs de ces mouvements, employées § 52 dans le calcul des déclinaisons apparentes, on parvient aux quantités de correction suivantes :

pour α Aurigae	$p_1^{I} = -0''{,}0175$,	avec l'err. pr.	$0''{,}0114$
« ι Ursae maj.	$p_1^{II} = +0{,}0092$,	«	0,0046
« *Groombr.* 1830	$p_1^{III} = -0{,}0840$,	«	0,0260
« α Bootis	$p_1^{IV} = -0{,}0118$,	«	0,0071
« α Lyrae	$p_1^{V} = +0{,}0086$,	«	0,0077
« α Cygni	$p_1^{VI} = +0{,}0126$,	«	0,0047
« 61 Cygni	$p_1^{VII} = -0{,}0019 - 0{,}0036 . \mu$	«	0,0230.

§ 76. Correction ultérieure des erreurs probables pour l'incertitude de la nutation.

Les erreurs probables de q et $p_{,,}$, p. 97, relatives à l'incertitude du coefficient de la nutation, se déduisent de l'erreur probable $0''{,}0154$ dans le coefficient $9''{,}2235$ employé dans le calcul des déclinaisons apparentes (voyez p. 92). Elles sont, si α indique l'ascension droite de l'étoile,

erreur probable de q $= 0''{,}0126 \,\mathrm{Sin}(\alpha - 51^\circ 12')$
« de $p_{,,}$ pour 1842,5 $= 0{,}0050 \,\mathrm{Sin}(\alpha - 16 \quad 5)$
« de $p_{,,}$ pour 1843,5 $= 0{,}0052 \,\mathrm{Sin}(\alpha - 1 \quad 25)$.

En substituant pour α les valeurs des ascensions droites des différentes étoiles, nous aurons:

	Erreur prob. de q	Erreur prob. de $p_{,,}$ pour 1842,5.	Erreur prob. de $p_{,,}$ pour 1843,5.
pour α Aurigae	$\pm 0''{,}0053$	$\mp 0''{,}0044$	$\mp 0''{,}0050$
« ι Urs. maj.	$\pm 0{,}0123$	$\mp 0{,}0045$	$\mp 0{,}0039$
« *Groombr.* 1830	$\pm 0{,}0103$	$\mp 0{,}0017$	$\mp 0{,}0005$
« α Bootis	$\pm 0{,}0041$	$\pm 0{,}0014$	$\pm 0{,}0026$
« α Lyrae	$\mp 0{,}0091$	$\pm 0{,}0050$	$\pm 0{,}0051$
« α Cygni	$\mp 0{,}0122$	$\pm 0{,}0046$	$\pm 0{,}0041$
61 Cygni	$\mp 0{,}0124$	$\pm 0{,}0044$	$\pm 0{,}0037$.

§ 77. Correction ultérieure des valeurs trouvées pour les termes de l'aberration qui dépendent du mouvement du centre du Soleil autour du centre de gravité du système solaire.

L'influence qu'exercent, sur les valeurs des inconnues qu'a données la résolution des équations finales § 65 et § 68, les petits termes de l'aberration, qui dépendent du mouvement du centre du Soleil autour du centre de gravité du système solaire, peut être déterminée de la manière suivante.

Désignons par m la masse d'une planète (celle du Soleil étant $=1$); par a la distance moyenne de la planète au Soleil; par ε l'excentricité de l'orbite de la planète; par θ' l'inclinaison de l'orbite sur l'équateur; par P la distance de la planète dans l'orbite à son noeud ascendant sur l'équateur, à l'époque pour laquelle on veut déterminer ces termes de l'aberration; par α' l'ascension droite de l'étoile comptée du noeud asc. de l'orbite sur l'équateur, sa déclinaison par δ: avec cette notation, nous aurons, pour le terme de l'aberration en déclinaison qui correspond au mouvement du centre du Soleil, produit par le mouvement de la planète, l'expression suivante:

$$\Delta\delta = m\,\frac{20{,}''4451}{\sqrt{a(1-\varepsilon^2)}}\left[(-\operatorname{Sin}\theta'\operatorname{Cos}\delta+\operatorname{Cos}\theta'\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta)\operatorname{Cos}P-\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta\operatorname{Sin}P\right].$$

J'ai calculé ce terme, pour Jupiter et pour Saturne, pour le 1 Mars 1842, le 6 Novembre 1842, et le 14 Juillet 1843, époques distantes de 250 jours entre elles. L'influence des autres planètes peut être regardée comme nulle. Les valeurs trouvées sont:

pour Jupiter,

1842 Mars 1 $\quad \Delta\delta = -0{,}''0002\operatorname{Cos}\delta+0{,}''0005\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta+0{,}''0085\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta;$

1842 Nov. 6 $\quad \Delta\delta = -0{,}0014\operatorname{Cos}\delta+0{,}0033\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta+0{,}0078\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta;$

1843 Juill. 14 $\quad \Delta\delta = -0{,}0025\operatorname{Cos}\delta+0{,}0057\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta+0{,}0059\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta;$

où $\alpha' = \alpha - 3^\circ 17'$, si α = ascension droite de l'étoile;

pour Saturne,

1842 Mars 1 $\quad \Delta\delta = -0{,}''0000\operatorname{Cos}\delta+0{,}''0001\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta+0{,}''0019\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta;$

1842 Nov. 6 $\quad \Delta\delta = -0{,}0001\operatorname{Cos}\delta+0{,}0003\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta+0{,}0019\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta;$

1843 Juill. 14 $\quad \Delta\delta = -0{,}0002\operatorname{Cos}\delta+0{,}0005\operatorname{Sin}\alpha'\operatorname{Sin}\delta+0{,}0018\operatorname{Cos}\alpha'\operatorname{Sin}\delta;$

$\alpha' = \alpha - 5^\circ 59'$.

Les coefficients des différents termes de ces $\Delta\delta$ changent d'une époque à l'autre avec une telle régularité, que l'interpolation simple suffit pour trouver les $\Delta\delta$ correspondants aux époques intermédiaires. En donnant donc à l'expression de $\Delta\delta$ la forme

$$r + \eta p_{,,,},$$

η désignant la fraction de l'année depuis 1842,0, l'on aura, en réunissant les effets de Jupiter et de Saturne:

$$r = +0{,}''0003\operatorname{Cos}\delta+0{,}''0003\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\delta+0{,}''0110\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\delta;$$

$$p_{,,,} = -0{,}0018\operatorname{Cos}\delta+0{,}0039\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Sin}\delta-0{,}0023\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\delta.$$

Ces dernières formules mènent, par la substitution des α et δ pour les différentes étoiles, aux valeurs suivantes:

La Polaire	$r = +0'',0107$	$p_{,,,} = -0'',0012$
α Aurigae	$+0,0023$	$+0,0010$
ι Ursae maj.	$-0,0051$	$+0,0022$
Groombr. N° 1830	$-0,0067$	$+0,0002$
α Bootis	$-0,0030$	$-0,0017$
α Lyrae	$+0,0009$	$-0,0040$
α Cygni	$+0,0049$	$-0,0041$
61 Cygni	$+0,0049$	$-0,0041$.

§ 78. Réunion des corrections ultérieures pour les 7 étoiles.

La réunion des $p_{,}$, $p_{,,}$, $p_{,,,}$ donne les valeurs de

$$p = p_{,} + p_{,,} + p_{,,,},$$ voyez p. 97,

que voici:

pour α Aurigae,	$p^{I} = -0'',0165$,	avec l'err. pr.	$0'',0123$
« ι Ursae maj.	$p^{II} = +0,0114$	« « «	$0,0062$
« *Groombr.* N° 1830	$p^{III} = -0,0838$	« « «	$0,0260$
« α Bootis	$p^{IV} = -0,0135$	« « «	$0,0074$
« α Lyrae	$p^{V} = +0,0046$	« « «	$0,0092$
« α Cygni	$p^{VI} = +0,0085$	« « «	$0,0064$
« 61 Cygni	$p^{VII} = \left.\begin{matrix}-0,0060\\-0,0036.\mu\end{matrix}\right\}$	« «	$0,0234$.

Le § 70 contient les 7 valeurs v^{I}, v^{II}, v^{III}, v^{IV}, v^{V}, v^{VI}, v^{VII}, avec leurs err. prob.
« § 71 « « « « $\varpi^{I}, \varpi^{II}, \varpi^{III}, \varpi^{IV}, \varpi^{V}, \varpi^{VI}, \varpi^{VII}$, « « « «

Ces valeurs de p, v, ϖ sont à substituer dans les expressions des ξ, y, z, données par la résolution des équations finales § 68. Par ce moyen on parvient aux valeurs définitives des quantités ξ, y, z pour les 7 étoiles. La valeur définitive de x se trouve alors par $x = \xi + \Delta\varphi - q - r$, où $\Delta\varphi = -0'',004$, $q = 0$ et r selon le paragraphe précédent. Puis il faut réunir à l'erreur probable de chaque quantité ξ, y, z l'influence des erreurs probables en p, v, ϖ, et en outre la petite influence qu'exerce sur y et z l'erreur probable de la distance mesurée entre deux traits de division voisins (voyez § 40) La racine carrée de la somme des carrés de toutes ces erreurs probables isolées conduit enfin aux erreurs probables finales des valeurs définitives. L'erreur probable des déclinaisons moyennes a été déjà indiquée § 69, eu égard aux erreurs de division absolues.

§ 79. Tableau des valeurs définitives des inconnues à déterminer pour les 7 étoiles, et de leurs erreurs probables.

Voici le tableau des valeurs définitives pour les 7 étoiles:

		α Aurigae.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	45° 49′ 45″,633,	avec l'err. pr.	0″,2 (p. 124)
Parallaxe annuelle de *α* Aurigae	=	+ 0,046	« « «	0,200,
Coefficient constant de l'aberration	=	20,928	« « «	0,124.
		ι Ursae majoris.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	48° 39′ 24″,993	« « «	0,2
Parallaxe annuelle de *ι* Ursae maj.	=	+ 0,133	« « «	0,106,
Coefficient constant de l'aberration	=	20,150	« « «	0,108.
		Groombridge N° 1830.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	38° 51′ 6″,212	« « «	0,2
Parallaxe annuelle de *Groombr.* N° 1830	=	+ 0,226	« « «	0,141.
		α Bootis.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	20° 0′ 27″,694	« « «	0,2
Parallaxe annuelle de *α* Bootis	=	+ 0,127	« « «	0,073,
Coefficient constant de l'aberration	=	20,227	« « «	0,082.
		α Lyrae.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	38° 38′ 24″,324	« « «	0,2
Parallaxe annuelle de *α* Lyrae	=	+ 0,103	« « «	0,053,
Coefficient constant de l'aberration	=	20,465	« « «	0,040.
		α Cygni.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	44° 43′ 6″,188	« « «	0,2
Parallaxe annuelle de *α* Cygni	=	− 0,082	« « «	0,043,
Coefficient constant de l'aberration	=	20,428	« « «	0,030.
		61 Cygni.		
Déclinaison moyenne pour 1842,0	=	37° 58′ 32″,249 + 0,0030.μ	« «	0,2
Parallaxe annuelle de 61^{I} Cygni	=	+ 0,349 − 0,0010.μ	« «	0,080,
Coefficient constant de l'aberration	=	20,553 − 0,0001.μ	« «	0,045.

Les incertitudes que produit, dans les trois valeurs définitives, trouvées par les observations de 61 Cygni la circonstance que les masses relatives des deux étoiles sont inconnues, seront toujours extrêmement petites. La valeur de

$$\mu = \frac{m}{M+m}$$

doit être comprise entre les limites 0 et 1. Si nous supposons $\mu = \frac{1}{2}$, les valeurs de la

parallaxe et de l'aberration ne changent que dans la quatrième place décimale. Or comme $\mu = \frac{1}{2}$ ne peut être en défaut que de $\frac{1}{2}$, l'incertitude que produit ce défaut de μ dans les valeurs elles-mêmes, se restreint aussi à la quatrième place décimale.

Parmi les 7 étoiles, α Aurigae présente les déterminations les plus désavantageuses, soit de la parallaxe, soit de l'aberration, à cause de la petitesse du coefficient de ces quantités $= 0,4$ dans les maxima. En outre, il faut remarquer que les observations de α Aurigae sont les moins fréquentes, que du nombre des 49 observations il n'y a que trois qui tombent vers le maximum positif de la parallaxe, enfin que la saison de ce maximum qui a lieu vers la fin du Novembre, est la plus défavorable aux observations.

§ 80. La flexion du tube suit la loi des Sinus des distances zénithales.

Pour déterminer jusqu'à quel point l'hypothèse est exacte, que les flexions de la lunette suivent la loi supposée des Sinus des distances zénithales, j'ai résolu les équations de condition des 7 étoiles une seconde fois, en recevant la quantité $v =$ correction de la flexion, parmi les quantités à déterminer, tandis que w et p restaient indéterminés. Les valeurs définitives des v, trouvées ainsi, ayant été ajoutées aux flexions supposées pour les différentes étoiles, donnèrent les flexions effectivement observées. Le tableau suivant donne ces flexions observées, comparées avec celles qui suivent de la formule supposée $0\rlap{.}''380 \,\text{Sin}\, z \pm 0\rlap{.}''017 \,\text{Sin}\, z$, et qui est basée uniquement sur la flexion déterminée par l'étoile polaire.

	Distance au zénith.	Effet observé de la flexion pour la posit. I. de l'objectif.	Erreur probable. ε	Formule.	Erreur probable. ε'	Formule — observation. f
ι Ursae majoris	11° 7′	−0″,079	0″,035	−0″,073	0″,003	+0″,006
α Aurigae	13 57	−0,023	0,038	−0,092	0,004	−0,069
α Cygni	15 3	−0,036	0,019	−0,099	0,004	−0,063
Groombr. N° 1830	20 56	−0,097	0,037	−0,136	0,005	−0,039
α Lyrae	21 8	−0,084	0,029	−0,137	0,006	−0,053
61 Cygni	21 48	−0,208	0,029	−0,141	0,006	+0,067
la Polaire	30 13	−0,191	0,009	−0,191	0,009	0,000
α Bootis	39 46	−0,257	0,028	−0,243	0,010	+0,014.

Il sera facile maintenant de déterminer la valeur probable g, d'une irrégularité de la flexion. Car celle-ci s'exprime par

$$g = \sqrt{\left(\frac{\Sigma(f^2)\cdot(0,6745)^2 - \Sigma(\varepsilon^2) - \Sigma(\varepsilon'^2)}{8}\right)}$$
$$= 0\rlap{.}''010\,;$$

c. à d. les flexions observées suivent la loi des Sinus avec une telle exactitude, que l'écart probable d'une flexion quelconque, jusqu'à 40 degrés de distance au zénith, ne s'élève qu'à 0″,01.

Si l'on réunit toutes les flexions observées des 8 étoiles, c. à d. de l'étoile polaire et des autres 7, pour la détermination de la flexion horizontale, nous avons pour celle-ci la valeur définitive

$$-0\overset{''}{,}385, \text{ avec l'erreur probable } 0\overset{''}{,}015,$$

qui ne s'écarte que de 0,005 de la valeur qu'avait fournie la Polaire, savoir — 0,380.

§ 81. Réunion des 8 valeurs du coefficient de l'aberration, à une valeur moyenne.

Voici les valeurs du coefficient constant de l'aberration, données par les différentes étoiles:

L'étoile polaire	20,503,	avec	l'err.	pr.	0,018
α Aurigae	20,928	«	«	«	0,124
ι Ursae majoris	20,150	«	«	«	0,108
α Bootis	20,227	«	«	«	0,082
α Lyrae	20,465	«	«	«	0,040
α Cygni	20,428	«	«	«	0,030
61 Cygni	20,553	«	«	«	0,045.

La moyenne de ces 7 valeurs, eu égard aux erreurs probables respectives, donne la constante de l'aberration

$$=20\overset{''}{,}481, \text{ avec l'erreur probable } 0\overset{''}{,}013.$$

L'erreur probable de la moyenne, indiquée ici, résulte de la combinaison des erreurs probables des valeurs isolées de l'aberration. Mais on peut déduire l'erreur probable de la moyenne aussi par la comparaison des valeurs isolées à cette moyenne, en prenant les poids selon l'indication des erreurs probables isolées. Cette déduction nous donne l'erreur probable de la moyenne $=0\overset{''}{,}023 \pm 0\overset{''}{,}004$, qui doit être regardée comme plus certaine que l'autre 0,013. Notre chiffre 20,481 ne diffère de la valeure $20\overset{''}{,}4451 \pm 0\overset{''}{,}0111$, trouvée par M. de Struve à l'aide de l'instrument du premier vertical, que de 0,036; c. à d. ces deux déterminations de la constante de l'aberration s'accordent entre les limites des erreurs probables. C'est cet accord du chiffre de l'aberration que je regarde comme le témoignage le plus valable de la réalité et de l'exactitude des parallaxes que nous avons reconnues à l'aide de notre cercle vertical.

§ 82. Comparaison des parallaxes trouvées de la Polaire, de α Lyrae et de 61 Cygni aux déterminations antérieures.

Nous comparerons maintenant les parallaxes que nous avons trouvées, à l'aide du cercle vertical, aux autres valeurs de ces parallaxes qui paraissent dignes de foi, et dont l'origine a été indiquée dans les articles historiques de notre mémoire.

Pour la parallaxe absolue de l'étoile polaire il y a 5 déterminations indépendantes l'une de l'autre, que nous réunissons ici, en ajoutant leurs erreurs probables, et les valeurs de l'aberration qu'ont fournies les mêmes recherches qui avaient donné la parallaxe

	Parallaxe de la Polaire.	Erreur probable.	Coefficient de l'aberration.	Erreur probable.	
par M. de Lindenau	$+0\overset{''}{,}144$	$0\overset{''}{,}056$	$20\overset{''}{,}449$	$0\overset{''}{,}032$	par 890 asc. dr. de la Polaire obs. en plusieurs lieux;
par M. W. de Struve	$+0,075$	$0,034$	$20,357$	$0,030$	Asc. dr. de la Pol. obs. à Dorpat en 1818 à 21 à la lunette mérid. de Dollond;
par M. W. de Struve et Preuss	$+0,172$	$0,027$	$20,425$	$0,017$	Asc. dr. de la Pol., obs. à Dorpat au cercle mérid. de Reichenbach 1822 à 38;
par M. W. de Struve et Preuss	$+0,147$	$0,030$	$20,551$	$0,043$	Décl. de l'ét. pol., obs. à Dorpat au cercle méridien de Reichenbach 1822 — 38;
par Peters	$+0,067$	$0,012$	$20,503$	$0,018$	Décl. de l'ét. pol., obs. à Poulkova 1842 et 1843.

En prenant les moyennes, eu égard aux erreurs probables, nous avons les valeurs suivantes:

la parallaxe $=+0\overset{''}{,}091 \pm 0\overset{''}{,}010$, l'aberration $=20\overset{''}{,}454 \pm 0\overset{''}{,}011$.

Ces valeurs seraient les plus probables, si toutes les déterminations étaient absolument exemptes de petites influences constantes. Prenons donc une seconde fois la moyenne sans considerer les erreurs probables, et nous aurons:

la parallaxe $=+0\overset{''}{,}121 \pm 0\overset{''}{,}014$, l'aberration $=20\overset{''}{,}457 \pm 0\overset{''}{,}021$.

On peut, je crois, regarder la parallaxe annuelle de la Polaire $=+0\overset{''}{,}10$ comme réelle, et déterminée à peu près à ce degré d'exactitude, qu'indique l'erreur probable $0\overset{''}{,}01$. Cette persuasion repose surtout sur l'exactitute de l'aberration trouvée $=20\overset{''}{,}454$ ou $20\overset{''}{,}457$, et qui ne diffère que de $0\overset{''}{,}01$ de la valeur définitive.

Le cercle vertical a donné pour la Parallaxe absolue de α Lyrae $+0\overset{''}{,}103 \pm 0\overset{''}{,}053$, tandis que les mésures micrométriques de M. de Struve (*Additamentum in mensuras micrometricas* p. 28) avaient fourni $+0\overset{''}{,}2619 \pm 0\overset{''}{,}0254$. La différence $0\overset{''}{,}159$ n'est pas plus grande qu'elle ne puisse s'expliquer par les erreurs probables indiquées. En réunissant les deux valeurs de la parallaxe d'après l'indication les erreurs probables, nous aurons comme valeur finale:

la parallaxe annuelle de α Lyrae $=+0\overset{''}{,}232$, avec l'err. pr. $0\overset{''}{,}023$.

La parallaxe de 61 Cygni $+0\rlap{.}''349 \pm 0\rlap{.}''080$ s'accorde avec la valeur $0\rlap{.}''3483 \pm 0\rlap{.}''0095$, trouvée par Bessel à l'aide des observations héliométriques (*Astron. Nachr.* N° 402), de beaucoup plus près qu'il ne fallait l'attendre selon les erreurs probables. En tout cas, nous devons regarder notre parallaxe comme une confirmation de la détermination de Bessel. D'autre part, nous trouvons, dans l'accord indiqué, un argument aussi valable pour la réalité et l'exactitude des autres parallaxes, trouvées à l'aide du cercle vertical.

§ 83. Remarques sur les autres parallaxes trouvées.

Je ferai encore quelques remarques sur les autres parallaxes trouvées. Pour l'étoile *Groombridge* N° 1830 nous avons la parallaxe $+0\rlap{.}''226 \pm 0\rlap{.}''141$. Ces chiffres indiquent que l'on peut parier un contre un, que la parallaxe se trouve entre les limites $+0\rlap{.}''09$ et $+0\rlap{.}''37$; 4,3 contre un, qu'elle est plus petite que $0\rlap{.}''50$, mais 4700 contre un, qu'elle est plus petite que $1\rlap{.}''00$. La petitesse de la parallaxe de cette étoile est surprenante, en considerant le grand mouvement propre qu'elle a.

Parmi les autres parallaxes, savoir;

celle de	α Aurigae	$= + 0\rlap{.}''046 \pm 0\rlap{.}''200$
	ι Ursae maj.	$+ 0,133 \pm 0,106$
	α Bootis	$+ 0,127 \pm 0,073$
	α Cygni	$- 0,082 \pm 0,043$,

il y a trois positives et une seule négative. La petite parallaxe négative de α Cygni n'a rien de choquant, comme elle s'explique par l'erreur probable. Elle nous indique cependant que la parallaxe de cette étoile doit être minime, et l'on peut parier au delà de 2000 contre 1, que la parallaxe de α Cygni est plus petite que celle de 61 Cygni.

§ 84. Réexamination des erreurs probables et des poids relatifs selon le nombre des pointages, et l'attribut pour les observations isolées de l'étoile polaire. Identité de l'exactitude pour les observations de jour et de nuit; par un ciel serein et à travers les nuages. Comparaison de l'exactitude d'une observation de 4 et de 2 pointages.

Il a été dit § 49 que les poids attribués aux différentes observations de la Polaire, selon le nombre des pointages et l'attribut de l'image, n'ont été determinés qu'approximativement. Il me paraît nécessaire de répéter le calcul des erreurs probables d'une observation isolée à l'aide de la colonne du tableau de la Polaire § 57, qui porte l'inscription *Calcul-observation.* Cette nouvelle recherche nous indiquera aussi, si cette erreur est la même pour les observations de jour et de nuit, et si elle change pour les observations faites à travers les nuages. Les observations qui ont l'attribut *4a* ou *4b* donnent les erreurs suivantes d'une observation:

	Erreur probable d'une observation.
4*a*, jour	0",080 ± 0",011
4*a*, nuit	0,130 ± 0,011
4*a*, jour (nuages)	0,128 ± 0,019
4*a*, nuit (nuages)	0,109 ± 0,014
4*b*, jour	0,127 ± 0,012
4*b*, nuit	0,100 ± 0,012
4*b*, jour (nuages)	0,120 ± 0,015
4*b*, nuit (nuages)	0,087 ± 0,013.

En réunissant toutes ces valeurs sans exception, nous avons une valeur moyenne de l'erreur probable des observations 4*a* et 4*b*, = 0",120 ± 0",005. Les valeurs isolées de notre petite table diffèrent si peu de cette moyenne, que l'on est engagé à attribuer les écarts aux incertitudes qui sont restées dans les valeurs elles-mêmes. En effet, en séparant tous les 4*a* et tous les 4*b*, on trouve pour les premières l'erreur probable = 0",118 ± 0",007, et pour les dernières = 0",121 ± 0",007. En séparant une seconde fois les observations faites par un ciel clair de celles qui ont été faites à travers les nuages, on obtient les deux valeurs 0",117 ± 0",006 et 0",123 ± 0",008. En séparant enfin les observations de jour, et les observations de nuit, ces valeurs deviennent 0",124 ± 0",007, et 0",114 ± 0",006. Toutes ces valeurs separées peuvent être regardées comme identiques. Il s'ensuit qu'il est indifférent pour l'exactitude d'une observation, qu'elle soit faite le jour ou la nuit, et par un ciel serein ou à travers les nuages. J'ai examiné aussi les autres classes, où le nombre des pointages est plus petit. Le tableau suivant contient les valeurs moyennes des erreurs probables, et les poids correspondants:

Classe.	Erreur probable d'une observation.	Poids d'une observation.
4*a* et 4*b*	0",120 ± 0",005	3,61
4*c* « 4*d*	0,151 ± 0,010	2,28
3*a* « 3*b*	0,149 ± 0,017	2,34
3*c* « 3*d*	0,189 ± 0,022	1,53
2*a* « 2*b*	0,210 ± 0,018	1,18
2*c* « 2*d*	0,228 ± 0,022	1,00.

Ces poids sont presque identiques avec les poids préalables indiqués § 49, et dont je me suis servi dans la formation des équations finales. L'on voit qu'il est superflu de refaire le calcul par rapport à la nouvelle détermination des poids.

Nous voyons que le poids = 3,61 d'une observation 4*a* et 4*b* est plus du double du poids = 1,18 d'une observation 2*a* et 2*b*. Une supériorité analogue, mais plus faible a lieu pour les poids = 2,28 des 4*c* et 4*d* relativement aux poids = 1,00 des 2*c* et 2*d*.

Cette relation des poids indique, qu'une observation de 4 pointages, faits dans la succession EOOE ou OEEO, vaut plus du double d'une observation de deux pointages EO ou OE (§ 37). Il s'ensuit qu'il y a dans l'instrument de petits changements proportionnels au temps, et qui s'éliminent par le renversement double dans la succession indiquée, tandis qu'elles restent pour le renversement simple. Sans cette élimination le poids d'une observation de 4 pointages devrait être *plus petit* que deux fois le poids d'une observation de deux pointages; les quatre pointages étant sujettes par rapport à la réfraction aux mêmes incertitudes, que les deux.

§ 85. Influence des nuages sur la réfraction.

Les observations faites à travers les nuages méritent un examen particulier. Il a été prouvé déjà plus haut, que les nuages n'influent pas sur les erreurs accidentelles des observations. Mais il faut voir si les nuages, surtout par leur influence sur les températures de l'air, ne tendent pas à changer les réfractions dans le même sens, ce qui produirait un changement de la latitude en sens opposé.

Dans le tableau de l'étoile polaire § 57 il y a 180 observations faites par un ciel serein, et 99 observations faites à travers les nuages. J'ai donc séparé les équations de condition en deux grands groupes et qui comprenaient ces deux classes d'observations. Chaque groupe m'a donné une latitude, pour le calcul de laquelle je pouvais employer les autres inconnues comme déterminées par la résolution finale antérieure. Les deux valeurs de la latitude sont

$$59^\circ\,46'\,18''\!,762 \pm 0''\!,010, \text{ le ciel étant serein,}$$
$$18,800 \pm 0,014, \text{ à travers les nuages.}$$
$$\text{Différence} \quad 0''\!,038 \pm 0''\!,017.$$

Les nuages tendent donc peut-être à augmenter tant soit peu les réfractions, quoique il soit possible d'attribuer la différence de 0",038 aux erreurs accidentelles. On pourrait encore mettre en question, si l'influence des nuages est la même le jour et la nuit. Parmi les 99 observations faites à travers les nuages il y a 68 observations de jour, et 31 observations de nuit; les deux latitudes sont ici

$$\left.\begin{array}{r} 59^\circ\,46'\,18''\!,788 \pm 0''\!,018, \text{ observations de jour} \\ 18,832 \pm 0,023, \text{ observations de nuit} \end{array}\right\} \text{ à travers les nuages.}$$

Le changement de la réfraction dans le même sens paraît donc plus grand la nuit que le jour. En comparant les deux latitudes

$$59^\circ\,46'\,18''\!,762 \pm 0''\!,010, \text{ par un ciel serein, et}$$
$$18,832 \pm 0,023, \text{ à travers les nuages, observées de nuit,}$$

nous avons la différence $0''\!,070 \pm 0''\!,025$,

dont la réalité ne peut presque plus être contestée; car on peut parier 16 contre 1 pour l'existence d'une différence dans le sens de celle-ci.

§ 86. Erreur probable d'une observation isolée, pour les 7 autres étoiles.

A l'aide des colonnes qui ont l'inscription *Calcul — observation,* on trouve, pour les autres 7 étoiles, les erreurs probables suivantes d'une observation isolée et basée chaque fois sur deux pointages EO ou OE.

	Distance au zénith.	Classe *a*, ciel serein.	Classe *a*, nuages (*aw*).	Classe *b*, ciel serein et nuages. (*b* et *bw*)	Moyenne générale des classes *a*, *aw*, et *b*, *bw*.	Classe *c*, ciel serein et nuages. (*c* et *cw*)
ι Ursae maj.	11° 7′	0″,189 ± 0″,020	0″,274 ± 0″,046	0″,251 ± 0″,034	0″,217 ± 0″,016	0″,252 ± 0″,102
α Aurigae	13 57	0,269 ± 0,020	0,350 ± 0,045	0,170 ± 0,031	0,259 ± 0,016	0,304 ± 0,036
α Cygni	15 3	0,146 ± 0,015	0,215 ± 0,021	0,200 ± 0,027	0,177 ± 0,011	0,275 ± 0,050
Groombr. N° 1830	20 56	0,225 ± 0,019	0,527 ± 0,071	0,238 ± 0,026	0,250 ± 0,015	0,088 ± 0,058
α Lyrae	21 8	0,206 ± 0,018	0,186 ± 0,034	0,111 ± 0,034	0,186 ± 0,014	0,452 ± 0,152
61 Cygni	21 48	0,211 ± 0,018	0,174 ± 0,035	0,219 ± 0,028	0,208 ± 0,014	
α Bootis	39 46	0,223 ± 0,015	0,353 ± 0,030	0,230 ± 0,024	0,248 ± 0,012	0,250 ± 0,033
Moyenne		0″,206 ± 0″,007	0″,255 ± 0″,013	0″,208 ± 0″,011	0″,217 ± 0″,005	0″,252 ± 0″,020

Ce tableau nous indique l'égalité des erreurs moyennes des deux classes *a* et *b*. La réunion des classes *a* et *b* donne, pour l'étoile polaire, la moyenne de l'erreur probable d'une observation double 0″,210 ± 0″,018 (§ 84), pour les autres étoiles, 0″,217 ± 0″,005, c. à d. malgré la plus grande rapidité du mouvement, les autres 7 étoiles s'observent avec la même précision que l'étoile polaire. Nous voyons enfin que l'exactitude des observations ne change presque pas entre les distances zénithales depuis 11° jusqu'à 40°, ce qui prouve qu'en dedans de ces limites l'incertitude de la réfraction n'augmente pas sensiblement.

§ 87. Recherches sur la variabilité de la latitude.

Dans la déduction des résultats que nous avons trouvés jusqu'ici, la latitude a été supposée invariable. Or, par des raisons théoriques, il faut admettre la possibilité d'un changement de la latitude par une période d'à peu près 10 mois. Il paraît donc essentiel d'examiner, si la série des observations de l'étoile polaire nous manifeste un tel changement, ou non. Les observations de la Polaire se forment en groupes, si l'on réunit toutes

les observations qui ont été faites entre deux changements successifs de la position de l'objectif. En faisant la réduction à l'aide des valeurs définitives, trouvées antérieurement pour les autres inconnues, ces groupes fournissent les valeurs suivantes de la latitude.

Posit. de l'objectif.	Temps de l'observation.	Époque moyenne.	Latitude observée.	Poids.
I	1842 Mars 11 — Mars 22	1842,21	59° 46′ 18″,806 — 0,46 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	36,0
II	« Avr. 2 — Avr. 11	1842,27	18,653 — 0,40 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	22,8
I	« Avr. 11 — Mai 1	1842,31	18,864 — 0,05 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	43,6
II	« Mai 2 — Mai 26	1842,37	18,829 + 0,76 $\varDelta\varpi + \varDelta v$	35,0
I	« Mai 27 — Juin 13	1842,43	18,726 + 1,20 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	58,5
II	« Juin 14 — Juill. 9	1842,49	18,718 + 1,07 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	69,1
I	« Juill. 13 — Août 9	1842,58	18,763 + 1,22 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	78,3
II	« Août 10 — Août 18	1842,62	18,727 + 1,25 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	35,0
I	« Août 19 — Sept. 2	1842,64	18,763 + 1,16 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	25,9
II	« Sept. 5 — Sept. 20	1842,71	18,888 + 0,72 $\varDelta\varpi + \varDelta v$	33,8
I	« Sept. 21 — Oct. 8	1842,75	18,829 + 0,39 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	25,5
II	« Oct. 10 — Oct. 19	1842,79	18,911 — 0,02 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	39,7
I	« Oct. 21 — Déc. 7	1842,85	18,869 — 0,26 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	27,6
II	« Déc 17 — 1843 Févr. 23	1843,07	18,729 — 0,67 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	53,8
I	1843 Mars 4 — Mars 26	1843,21	18,715 — 0,85 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	63,0
II	« Mars 28 — Avril 11	1843,26	18,711 — 0,65 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	19,9
I	« Avril 13 — Avril 28	1843,31	18,750 + 0,02 . $\varDelta\varpi - \varDelta v$	59,8
II	« Avril 28 — Avril 30	1843,33	18,655 + 0,52 . $\varDelta\varpi + \varDelta v$	6,1.

Les chiffres de ce tableau ont été deduites de la manière suivante. Dans chaque groupe, j'ai cherché les deux latitudes que fournissent les passages soit supérieurs, soit inférieurs, eu égard aux poids. Puis j'ai pris la moyenne arithmétique de ces deux latitudes. Il s'ensuit que $\frac{4mn}{m+n}$ exprime le poids de cette moyenne, si m et n sont les poids des latitudes, trouvées séparament dans les culminations opposées. Par cette voie, les latitudes de chaque groupe sont presque tout à fait indépendantes des valeurs des autres inconnues x, y, z, qui s'éliminent dans les passages opposées d'un même jour. Il ne restent donc que deux inconnues qui aient pu agir sur les latitudes données, savoir une correction $= \varDelta v$ de la flexion supposée, et une correction du coefficient thermométrique de la réfraction. Par cette raison nous avons ajouté aux latitudes du tableau deux membres de correction relatifs a $\varDelta v$ et $\varDelta\varpi$.

L'accord des différentes latitudes du tableau indique déjà sans calcul, que le changement périodique de la latitude, s'il existe, ne dépasse guère une petite fraction de la seconde en arc.

Les mouvements de rotation de la Terre, considérée comme un corps avec deux axes principaux égaux, autour d'un axe qui, en passant par le centre de gravité, ne coïncide pas avec l'axe principal singulier, ont été exposés déjà par Euler, dans sa *Theoria motus corporum solidorum.* Désignons, pour la Terre, le moment d'inertie relatif à l'axe prinpal singulier par C, et le moment, relatif à un axe quelconque et perpendiculaire au premier par A, et par r l'angle que forme l'axe de rotation avec l'axe singulier. Dans ce cas, le pôle de l'axe de rotation a, sur la surface de la Terre, un mouvement autour du pôle de l'axe singulier dans le sens du mouvement diurne, et dont la vitesse est

$$= n\frac{C-A}{A}\operatorname{Cos} r; \qquad (a)$$

où n indique la vitesse du mouvement diurne. Abstraction faite des effets de la précession et de la nutation, les pôles de l'axe de rotation, et les pôles de l'axe singulier, ces axes étant prolongés tous les deux jusqu'à la surface d'un globe immobile, décrivent sur la surface de ce globe deux petits cercles, dont les rayons sont

$$r\,\frac{C-A}{C}, \text{ pour le premier axe,}$$

$$\frac{rA}{C}, \text{ pour le second axe,}$$

avec des vitesses angulaires identiques

$$= \frac{nC}{A}.$$

Dans les valeurs des rayons, la troisième puissance du petit angle r a été négligée.

Selon *Num. const.* p. 37 nous avons, si m désigne la vitesse angulaire moyenne de la Terre dans son orbite, l'équation

$$\frac{3m^2(C-A)}{2nC} = 17{,}3620. \qquad (b)$$

Dans cette expression, il faut mettre pour m et n les angles parcourus pendant l'année tropique, et exprimés en secondes. Or l'année tropique est $= 365{,}2422$ jours moyens solaires; l'année siderale $= 365{,}2564$, donc

$$m = \frac{365{,}2422}{365{,}2564} \cdot 1296000.$$

L'année tropique a 366,2422 jours sidéraux, donc

$$n = 366{,}2422 \,.\, 1296000.$$

Par la substitution de ces chiffres, dans l'équation (b), nous avons

$$\frac{C-A}{C} = 0{,}00327119,$$

$$\frac{C-A}{A} = 0{,}00328192.$$

Nous voyons donc, que le rayon du petit cercle que décrit un pôle de l'axe de rotation de la Terre sur la surface du globe immobile est

$$= 0{,}00327 \,.\, r.$$

Or r étant, comme nous verrons, en dedans de 0″,2, ce rayon sera plus petit que 0″,0007, c. à d. ce rayon peut être regardé $= 0$. Nous sommes donc autorisés à admettre, que les pôles de l'axe de rotation de la Terre sont immobiles sur le globe céleste (abstraction faite de la précession et de la nutation), que ces mêmes pôles changent seulement de position sur la surface de la Terre, et qu'en conséquence les latitudes terrestres deviennent variables.

Par la substitution des valeurs numériques de $\frac{C-A}{A}$ et de n dans l'expression (a), on trouve que les pôles de l'axe de rotation achèvent leur petit cercle sur la surface terrestre dans le courant de 303,867 jours solaires moyens, ou qu'ils parcourent 432°,71 pendant l'année tropique.

Nous nommerons maintenant ψ la latitude de Poulkova relative à l'axe principal singulier; r la distance angulaire entre le pôle de cet axe et le pôle voisin mobile; ξ l'angle au pôle de l'axe singulier compris en 1842,0 entre le méridien de Poulkova et celui du pôle mobile. Cet angle sera

$$\xi + 432^\circ,71 . t \text{ pour l'époque } 1842,00 + t.$$

Avec ces expressions nous aurons pour l'époque $1842,0 + t$ la latitude apparente de Poulkova, c. à d. celle qui est relative au pôle mobile

$$= \psi + r \operatorname{Cos}(\xi + 432^\circ,71 . t),$$

et pour chaque φ de notre tableau (p. 144) l'équation de condition suivante

$$\varphi + h\Delta\varpi \pm \Delta v = \psi + r \operatorname{Cos}(\xi + 432^\circ,71);$$

ou en supposant pour ψ la valeur

$$= 59^\circ\, 46'\, 18'',776 + \Delta\psi,$$

$$-h\Delta\varpi \mp \Delta v + r \operatorname{Cos}(\xi + 432^\circ,71 . t) + \Delta\psi + 59^\circ\, 46'\, 18'',776 - \varphi = 0.$$

La résolution des 18 équations de condition ainsi formées mène, par la méthode des moindres carrés, aux valeurs suivantes des inconnues:

$$\begin{array}{rlllll} \Delta v & = -\,0'',010, & \text{avec l'err. pr.} & & & 0'',009 \\ \Delta\varpi & = -\,0,017 & « & « & « & 0,018 \\ \Delta\psi & = +\,0,019 & « & « & « & 0,011 \\ r & = +\,0,079 & « & « & « & 0,017 \\ \xi & = \quad 341^\circ,6 & « & « & « & 14^\circ,0. \end{array}$$

Les valeurs trouvées pour Δv et $\Delta\varpi$ sont insignifiantes, vu qu'elles sont presque égales à leurs erreurs probables; $\Delta\psi$ nous donne la latitude de Poulkova relative aux pôles de l'axe principal singulier de la Terre

$$= 59^\circ\, 46'\, 18'',795, \text{ avec l'err. pr. } 0'',011.$$

La petite valeur trouvée de r me paraît très remarquable. Étant près de 5 fois plus grande que son erreur probable, on n'ose pas la regarder comme le produit des erreurs accidentelles. Il ne s'ensuit cependant pas, que le mouvement du pôle de rotation

autour du pôle de l'axe singulier, indiqué par les valeurs de r et ξ, soit réel. Car il reste la possibilité que de petites perturbations dans la réfraction aient produit le phénomène. Ces perturbations devraient dépendre de la différence entre la température réelle de la couche inférieure de l'air, et l'indication du thermomètre. On aura donc à continuer ces observations pendant plusieurs années, pour séparer ces perturbations qui ont une période de 12 ou de 6 mois, du terme de la latitude, dont la période est de 10 mois.

§ 88. Recherche sur la variabilité de la flexion du tube par suite de la température.

Il nous reste encore à examiner une hypothèse dont nous nous sommes servis, dans la réduction des observations, savoir que la flexion du tube ne change pas avec la température. Cet examen présente un intérêt plutôt physique, qu'astronomique, parceque l'influence d'un changement de la flexion, par suite des températures, disparaît presque totalement dans les résultats obtenus, à cause des transpositions fréquentes de l'objectif sur les extrémités du tube. La possibilité d'une flexion variable doit être admise par deux raisons. Car elle peut provenir d'un manque d'homogénéité dans les canons et le tube, mais surtout par ce que ces parties en laiton, le tube et les canons, sont réunies entre elles par des vis en acier.

J'ai fait la recherche dont il s'agit ici, par deux voies différentes, une fois en regardant la latitude comme invariable, une seconde fois en supposant que la latitude soit sujette au petit changement périodique, dont j'ai donné les lois et les coefficients numériques dans l'article précédent.

Si l'on regarde la latitude comme invariable, les latitudes observées (§ 87) nous offrent une série d'équations de condition qui menera à la détermination des inconnues suivantes :

1°. Une correction $= \Delta\varphi$ de la latitude moyenne, déduite antérieurement $= 59°46'18''\!,776$.

2°. Une correction $= \Delta v$, à ajouter à l'effet antérieurement trouvé de la flexion $= -0''\!,182$ (§ 67), en supposant que cette valeur appartient à la température 0° Réaumur.

3°. Le changement τ de cette flexion pour chaque degré de température.

Les corrections (2) et (3) supposent la valeur définitive de la flexion à ajouter à la dist. zén. de la Polaire dans le pass. sup. et dans la posit. I. de l'obj. $= -0''\!,182 + \Delta v + \tau t$, où t est l'indication du therm. Réaum.

Les 18 équations de condition formées pour la récherche de ces quantités donnent les valeurs que voici :

$$\Delta\varphi = -0''\!,006, \text{ avec l'err. pr. } 0''\!,012$$
$$\Delta v = -0''\!,006 \quad « \quad « \quad « \quad 0''\!,013$$
$$\tau = +0''\!,0010 \quad « \quad « \quad « \quad 0''\!,0016.$$

En regardant au contraire les latitudes comme variables, et en supposant la latitude de Poulkova relative aux pôles de l'axe principal singulier de la Terre $= 59^\circ 46' 18'',795 + \Delta\psi$, la résolution des équations de condition nous donne:

$$\Delta\psi = \quad 0'',000, \text{ avec l'err. pr. } 0'',010$$
$$\Delta v = -0'',017 \quad « \quad « \quad « \quad 0'',011$$
$$\tau = +0'',0017 \quad « \quad « \quad « \quad 0'',0013.$$

On voit que les deux voies conduisent à deux valeurs de τ du même signe, mais tellement petites, qu'elles ne diffèrent guère de leurs erreurs probables, et il faut regarder la flexion du tube comme invariable entre les limites des températures qu'offrent les observations.

TROISIÈME SECTION.

Recherche sur la valeur de la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur.

---

§ 87. Considérations générales.

Antérieurement aux travaux de M. de Struve et de Bessel qui conduisirent à des valeurs positives des parallaxes de α Lyrae et de 61 Cygni, et dont les incertitudes n'étaient que très petites en comparaison des valeurs trouvées, les astronomes avaient seulement gagné la persuasion que les parallaxes des étoiles fixes fussent des quantités minimes, et qui se soustrayaient aux observations ordinaires. Bessel lui-même dit, dans les *Astronomische Nachrichten*, Band 16, pag. 71, «qu'il avait été également incertain, si les «valeurs des parallaxes étaient des millièmes, ou quelques dixièmes de seconde.» M. de Struve avait bien déjà déterminé 15 à 20 ans plutôt, à l'aide de l'instrument des passages de Dorpat, les valeurs des parallaxes d'un nombre assez considérable d'étoiles. Ces valeurs étaient aussi, pour la plupart, positives; et la moyenne, également positive, en surpassant l'erreur probable à peu prés du quadruple, annonçait une distance moyenne mesurable de ces étoiles. On pouvait cependant douter, à cette époque, de la réalité de cette parallaxe moyenne, et ce n'est que depuis l'évaluation définitive du coefficient constant de l'aberration $= 20'',4451$, faite à Poulkova et constatée par plusieurs recherches de ce mémoire, que ces doutes ont disparu. En effet, l'accord très rapproché entre ce chiffre et l'aberration $= 20'',3611$, qu'avaient donnée les observations de Dorpat en 1818 à 21 indique, soit l'exactitude des parallaxes, soit qu'il faut augmenter encore les parallaxes trouvées à Dorpat de quelques centièmes de seconde; comme nous l'avons indiqué § 27. L'importance de la nouvelle détermination de l'aberration, dans cette recherche, se comprend plus clairement par la considération suivante. Les observations faites à Dorpat, à l'aide de l'instrument des passages, avaient donné pour l'aberration le coefficient $20'',3611$. Les *Ta-*

bulae Regiomontanae, publiées en 1830 par le premier des astronomes de notre temps, étaient basées, quant à l'aberration, sur le chiffre 20",255. Si ce chiffre était vrai, l'aberration de Dorpat était trop forte, et les parallaxes de Dorpat auraient été également trop fortes (§ 27). La moyenne des parallaxes trouvées à l'aide du même instrument, qui avait fourni l'aberration = 20",3611, se reduirait dans ce cas à zéro, ou peut-être à une petite valeur négative.

Durant l'incertitude absolue sur les valeurs des parallaxes, les astronomes pourvus de moyens puissants durent rechercher les étoiles dans lesquelles la probabilité d'une parallaxe sensible dût être la plus grande. Voilà la raison pourquoi M. de Struve examina la parallaxe de α Lyrae, l'étoile la plus brillante du ciel boréal, et pourquoi Bessel choisit 61 Cygni, l'étoile dont le mouvement était le plus rapide connu alors. Dès à présent, le problême de la parallaxe se présente sous une autre face. Pour la connaissance du ciel étoilé, il nous manque la valeur absolue de l'unité de mesure. Nous suppposons que les expressions: étoile de première, de seconde grandeur etc., peuvent indiquer approximativement les distances relatives des étoiles; mais ces distances resteront toujours relatives, tant que la parallaxe moyenne des étoiles de première grandeur, ou des étoiles d'un autre ordre quelconque de grandeur, est inconnue. La science se trouve à present à peu près sur le même point vis à vis des étoiles fixes, où nous la voyons au commencement du 18-me siècle et jusqu'en 1761 par rapport aux distances absolues dans le système solaire. Maintenant le problême le plus important relatif aux parallaxes paraît être celui d'observer les parallaxes des étoiles de première, de seconde grandeur etc.

§ 90. Possibilité de déterminer la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur.

J'essaierai de déterminer la valeur moyenne de la parallaxe des étoiles de première ou de deuxième grandeur etc., en basant cette recherche, sur toutes les parallaxes évaluées avec une exactitude suffisante. Quoique ces parallaxes connues se rapportent à des étoiles d'un éclat différent, on pourra toujours les réduire à la parallaxe d'une étoile d'un éclat déterminé, en employant les distances relatives des étoiles, dans les différentes classes de grandeur, que nous a fournies M. de Struve, dans l'introduction du *Catalogus novus* 1827, et plus exactement encore dans l'introduction du catalogue de M. Weisse publié dépuis peu (*Catalogus stellarum ex zonis Regiomontanis, auctore M. Weisse.* Petropoli, 1846).

§ 91. Matériaux pour cette recherche fournis par 35 étoiles différentes.

Par des raisons exposées au large dans les articles précédents de ce mémoire, les parallaxes suivantes doivent être regardées dignes de confiance; quoique le degré de certitude ne soit pas le même pour toutes ces parallaxes.

1°. Les parallaxes de α Lyrae et 61 Cygni, déterminées à l'aide des mesures micrométriques par M. de Struve et Bessel (§ 28, 29).

2°. Les parallaxes des 29 étoiles différentes, déterminées à Dorpat par M. de Struve à l'aide de l'instrument des passages, en 1818 à 1821 (§ 27).

3°. Les valeurs de la parallaxe de l'étoile polaire déterminées depuis 1822 jusqu'en 1838 par M. de Struve et Preuss, à l'aide du cercle méridien de Reichenbach, soit par les ascensions droites, soit par les déclinaisons (§ 33).

4°. La valeur de la parallaxe de l'étoile polaire trouvée par M. de Lindenau (§ 33).

5°. Les parallaxes de α Centauri et de Sirius déterminées par M. Maclear au Cap (§ 31, 32).

6°. Les parallaxes des 8 étoiles déterminées à l'aide du cercle vertical, et qui ont formé l'objet principal de ce mémoire (§ 79).

Voilà en tout 35 étoiles différentes et pour lesquelles la parallaxe est connue avec une exactitude plus ou moins grande.

L'objet de ma recherche ultérieure sera maintenant de déterminer, à l'aide des parallaxes de ces 35 étoiles, la valeur moyenne de la parallaxe d'une étoile de *deuxième grandeur*. J'ai choisi ici la deuxième grandeur, par ce qu'elle est à peu près la moyenne des grandeurs apparentes de toutes ces étoiles. Nous sommes cependant forcé de diminuer le nombre de nos étoiles de deux. 61 Cygni et *Groombr.* 1830 forment des cas exceptionnels, recherchés avec soin parmi des milliers d'étoiles. Ce sont des étoiles d'un très petit éclat comparativement à leur grand mouvement propre, c. à d. deux étoiles qui, d'après toute probabilité, sont très rapprochées du Soleil, mais très petites en comparaison des autres étoiles. De tels cas exceptionnels et choisis doivent être rejetés, dans un calcul à baser sur la probabilité.

§ 92. Distances relatives des étoiles des classes 1 à 6 de grandeur apparente. Distances relatives des 35 étoiles employées.

Les étoiles qui forment l'objet de notre calcul, ont les grandeurs apparentes 1 à 4,5. Pour ces classes et pour les étoiles jusqu'à la sixième grandeur, les recherches de M. de Struve ont donné les distances relatives suivantes, en attribuant l'unité à la distance moyenne d'une étoile de première grandeur (*Catalogue de M. Weisse* p. XLVII).

Table I.

Grandeur.	Distance au Soleil.
1,0	1,00
1,5	1,41
2,0	1,85
2,5	2,33
3,0	2,85
3,5	3,39
4,0	3,98

Grandeur.	Distance au Soleil.
4,5	4,64
5,0	5,40
5,5	6,25
6,0	7,24.

Je donnerai maintenant le tableau des grandeurs et des distances relatives des 33 étoiles, en remarquant que pour Sirius, l'étoile fixe la plus brillante de la voûte céleste, je suppose la distance = 0,5.

Table II.

Étoile.	Ascens. dr. pour 1840.	Grandeur apparente.	Distance relative.
β Cassiopejae	0^h $1'$	2,5	2,33
α Cassiopejae	0 31	2,5	2,33
Polaris	1 2	2,0	1,85
δ Cassiopejae	1 15	3,0	2,85
α Persei	3 13	2,0	1,85
α Aurigae	5 5	1,0	1,00
β Aurigae	5 48	2,0	1,85
Sirius	6 38		0,50
o Ursae majoris	8 17	3,5	3,39
ι Ursae majoris	8 48	3,0	2,85
h Ursae majoris	9 19	3,5	3,39
v Ursae majoris	9 40	3,5	3,39
λ Draconis	11 22	3,5	3,39
γ Ursae maj.	11 45	2,0	1,85
δ Ursae maj.	12 7	3,5	3,39
ε Ursae maj.	12 47	2,0	1,85
ζ Ursae maj.	13 17	2,0	1,85
α Bootis	14 8	1,0	1,00
α Centauri	14 29	1,0	1,00
β Ursae min.	14 51	2,0	1,85
ε Ursae min.	17 3	4,5	4,64
β Draconis	17 27	2,5	2,33
γ Draconis	17 53	2,0	1,85
δ Ursae min.	18 24	4,0	3,98
α Lyrae	18 32	1,0	1,00
γ Aquilae	19 39	3,0	2,85
α Aquilae	19 43	1,5	1,41
β Aquilae	19 47	4,0	3,98

Étoile.	Ascens. dr. pour 1840.	Grandeur apparente.	Distance relative.
α Cygni	20 36	1,5	1,41
η Cephei	20 42	3,5	3,39
α Cephei	21 15	2,5	2,33
β Cephei	21 27	3,0	2,85
γ Cephei	23 33	3,5	3,39.

§ 93. Formation des équations de condition pour l'évaluation de la parallaxe moyenne $=p$ des étoiles de deuxième grandeur.

Si nous désignons maintenant la distance d'une étoile au Soleil par r, la parallaxe annuelle de cette étoile par π, et la parallaxe annuelle moyenne d'une étoile de deuxième grandeur par p, nous avons l'équation suivante :

$$\pi = \frac{1,85}{r} p.$$

En employant cette formule, nous parvenons, à l'aide des différentes parallaxes connues, aux équations suivantes, et dans lesquelles il ne se trouve que l'inconnue p à déterminer.

Table III.

A. *Observations micrométriques de M. de Struve.*

1) α Lyrae 1,85.p $= +0'',262$, avec l'err. pr. $0'',025$

B. *Observations faites à l'instrument des passages de Dorpat par M. de Struve.*

2)	L'étoile polaire et ε Ursae maj.	1,00.p	$+0,05.p$	$=+0'',075$,	avec l'err. pr.	$0'',034$
3)	ε Ursae maj. « α Cassiopej.	1,00.p	$+0,76.p$	$=-0,136$	« « «	0,110
4)	ζ Ursae maj. « δ Cassiopej.	1,00.p	$+0,71.p$	$=+0,175$	« « «	0,127
5)	β Ursae min. « α Persei	1,00.p	$+0,40.p$	$=+0,305$	« « «	0,071
6)	Capella « β Drac.	1,85.p	$+0,91.p$	$=+0,134$	« « «	0,139
7)	β Aurigae « γ Drac.	1,00.p	$+1,14.p$	$=+0,020$	« « «	0,117
8)	δ Ursae minoris	0,46.p		$=+0,203$	« « «	0,037
9)	ε Ursae min. « Capella	0,40.p	$+0,35.p$	$=-0,049$	« « «	0,075
10)	α Cygni « ι Ursae maj.	1,31.p	$+0,70.p$	$=+0,502$	« « «	0,093
11)	α Cephei « h Ursae maj.	0,79.p	$+0,59.p$	$=+0,086$	« « «	0,095
12)	β Cephei « υ Ursae maj.	0,65.p	$+0,38.p$	$=-0,074$	« « «	0,099
13)	η Cephei « o Ursae maj	0,55.p	$+0,55.p$	$=+0,055$	« « «	0,161
14)	γ Cephei « λ Drac.	0,55.p	$+0,38.p$	$=+0,041$	« « «	0,078
15)	β Cassiopej. « γ Ursae maj.	0,79.p	$+0,91.p$	$=+0,064$	« « «	0,137
16)	β Cassiopej. « δ Ursae maj.	0,79.p	$+0,55.p$	$=-0,021$	« « «	0,223
17)	α Aquilae « γ Aquilae	1,31.p	$-0,65.p$	$=+0,115$	« « «	0,083
18)	α Aquilae « β Aquilae	1,31.p	$-0,46.p$	$=+0,339$	« « «	0,129.

C. *Observations des ascensions droites de l'étoile polaire faites par M. W. de Struve et Preuss, à l'aide du cercle méridien de Reichenbach.*

19) Polaris $1{,}00.p = +0\overset{''}{,}172$, avec l'err. pr. $0\overset{''}{,}027$.

D. *Déclinaisons de la Polaire observées par M. de Struve et Preuss à Dorpat, à l'aide du cercle méridien de Reichenbach.*

20) Polaris $1{,}00.p = +0\overset{''}{,}147$, avec l'err. pr. $0\overset{''}{,}030$.

E. *Parallaxe de la Polaire trouvée par M. de Lindenau.*

21) Polaris $1{,}00.p = +0\overset{''}{,}156$, avec l'err. pr. $= 0\overset{''}{,}056$.

F. *Observations faites par M. Maclear au Cap.*

22) α Centauri	$1{,}85.p$	$= +0\overset{''}{,}976$,	avec l'err. pr.	$= 0\overset{''}{,}064$
23) Sirius	$3{,}70.p$	$= +0{,}150$	« « «	$0{,}090$.

G. *Observations faites à l'aide du cercle vertical de Poulkova.*

24) Polaris	$1{,}00.p$	$= +0\overset{''}{,}067$,	avec l'err. pr.	$= 0\overset{''}{,}012$
25) Capella	$1{,}85.p$	$= +0{,}046$	« « «	$0{,}200$
26) ι Ursae maj.	$0{,}65.p$	$= +0{,}133$	« « «	$0{,}106$
27) α Bootis	$1{,}85.p$	$= +0{,}127$	« « «	$0{,}073$
28) α Lyrae	$1{,}85.p$	$= +0{,}103$	« « «	$0{,}053$
29) α Cygni	$1{,}31.p$	$= -0{,}082$	« « «	$0{,}043$.

Je déterminerai maintenant en premier lieu la valeur finale de p, en supposant que les équations données ne sont sujettes à d'autres incertitudes, que celles qu'indique l'erreur probable de chaque équation. Dans ce cas, les poids relatifs des différentes équations sont en raison inverse des carrés des erreurs probables.

§ 94. Résolution d'un problème général du calcul de probabilité.

Dans le tableau B de la table III, nous rencontrons quatre fois le cas que la parallaxe de la même étoile se trouve dans deux équations. Or comme les mêmes observations de cette étoile ont servi dans les deux équations, il est clair, que les erreurs probables de ces deux équations ne sont pas indépendantes entre elles. Il devient donc nécessaire de réunir ces deux équations en une seule, et de déterminer l'erreur probable pour cette dernière équation. Cela se fait à l'aide de la résolution d'un problème plus général, dont nous avons ici un cas spécial, et qui s'énonce de la manière suivante:

Pour déterminer p nous avons les deux équations que voici:

$$ap + A + bp + B + mC + nD + \ldots \quad = c \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathrm{I}^*)$$

$$a'p + A' + b'p + B' + m'C + n'D + \ldots \quad = c' \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\mathrm{II}^*)$$

Les coefficients $a, b, a', b', m, n, \ldots m', n' \ldots$ sont connus; c, c' sont des chiffres évalués par l'observation. $A, B, mC, nD, \ldots A', B', m'C, n'D, \ldots$ représentent ici les erreurs réelles introduites par les observations dans les sommes $ap + bp$, et $a'p + b'p$, de sorte

que si ces erreurs n'existaient pas, c. à d. si les observations étaient parfaitement exactes, ces observations auraient donné à la place des chiffres c et c', les valeurs exactes de ces chiffres, savoir

$$c - A - B - mC - nD - \ldots,$$
$$c' - A' - B' - m'C - n'D - \ldots.$$

Les quantités A, B, A', B', C, D, ... elles-mêmes sont inconnues, mais on sait que ces erreurs sont indépendantes entre elles, et on connaît les erreurs probables α, β, α', β', γ, δ,... qui leur correspondent. Il s'agit maintenant de trouver la valeur la plus probable de p, à l'aide des deux équations données (I*) et (II*), et l'erreur probable de cette détermination. Notre cas spécial est un peu plus simple, en ce qu'il n'a dans les équations ni B et B', ni D.

Multiplions l'équation (II*) par un coefficient indéterminé P, et ajoutons au produit l'équation (I*), et nous aurons ainsi, en partant de cette somme:

$$p = \frac{c + c'P}{a + b + (a' + b')P},$$

avec l'erreur réelle $\frac{A + A'P + B + B'P + (m + m'P)C + (n + n'P)D + \ldots}{a + b + (a' + b')P}$.

Le carré de l'erreur probable f, correspondant à l'erreur réelle en p, doit être

$$f^2 = \frac{\alpha^2 + \alpha'^2 P^2 + \beta^2 + \beta'^2 P^2 + (m + m'P)^2\gamma^2 + (n + n'P)^2\delta^2 + \ldots}{[a + b + (a' + b')P]^2} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(III*)}$$

La valeur la plus probable de P sera celle qui donne pour f^2 un minimum. Pour remplir cette condition, il sera

$$P = \frac{(a' + b')(\alpha^2 + \beta^2 + m^2\gamma^2 + n^2\delta^2 + \ldots) - (a + b)(mm'\gamma^2 + nn'\delta^2 + \ldots)}{(a + b)(\alpha'^2 + \beta'^2 + m'^2\gamma^2 + n'^2\delta^2 + \ldots) - (a' + b')(mm'\gamma^2 + nn'\delta^2 + \ldots)} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(IV*)}$$

Après avoir trouvé P à l'aide de cette formule, on parvient à la valeur la plus probable de p par l'équation

$$p = \frac{c + c'P}{a + b + (a' + b')P} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(V*)}$$

et à l'erreur probable f de cette valeur à l'aide de l'équation (III*).

§ 95. Application de la résolution précédente à plusieurs des équations du § 93.

Dans le tableau B § 93, il y a quatre couples d'équations dans lesquels la parallaxe de la même étoile se trouve. Examinons ces cas de plus près.

Les équations (2) et (3) ont en commun la parallaxe de l'étoile ε Urs. maj.
« « (6) « (9) « « « « Capella
« « (15) « (16) « « « « β Cassiopejae
« « (17) « (18) « « « « α Aquilae.

Il sera cependant permis de regarder les deux premières équations (2) et (3) comme indépendantes entre elles, vu que l'équation (2) contient la parallaxe de l'étoile polaire, à côté de laquelle la parallaxe de ε Ursae maj. disparaît par la petitesse de son coefficient. Il ne reste donc que trois couples à traiter. Considérons d'abord le premier couple formé par les équations (6) et (9), qui sont

(6) Capella et β Draconis $1{,}85\,.\,p + 0{,}91\,.\,p = +0''{,}134$, avec l'err. pr. $\varepsilon = 0''{,}139$
(9) Capella « ε Urs. min. $0{,}35\,.\,p + 0{,}40\,.\,p = -0{,}049$, « « « $\varepsilon' = 0{,}075$.

Il faut d'abord distribuer l'erreur probable de chaque équation totale entre les deux parallaxes qui se trouvent dans chaque équation. Soit donc dans l'équation (6) $m\gamma$ l'erreur probable produite par la parallaxe de Capella, et α celle que produit la parallaxe de β Draconis. Dans l'équation (9) nous désignerons les erreurs analogues par $m'\gamma$ pour Capella et par α' pour ε Ursae min. Je fais maintenant l'hypothèse, qu'il y a entre α et $m\gamma$, et aussi entre α' et $m'\gamma$, la même relation qui se trouve, pour les deux étoiles, entre les erreurs probables d'un passage observé à un seul fil. Hors cette hypothèse, nous avons encore les deux équations

$$\sqrt{\alpha^2 + m^2\gamma^2} = \varepsilon$$

$$\text{et } \sqrt{\alpha'^2 + m'^2\gamma^2} = \varepsilon'.$$

Les *Observationes Dorpatenses. Vol. III, p. X,* nous fournissent, pour le passage d'une étoile par un seul fil, l'erreur probable

$$\eta = \sqrt{(0{,}07443)^2 + (0{,}02024)^2 \operatorname{Sec}\delta^2}\ ,$$

si δ indique la déclinaison.

Pour 1819,0 nous avons les déclinaisons suivantes:

de Capella $= 45°48'$
« β Draconis $= 52\ 26$
« ε Ursae min. $= 82\ 19$;

d'où suit

pour Capella $\eta = 0''{,}080$
« β Draconis $\eta = 0{,}082$
« ε Ursae min. $\eta = 0{,}169$.

Nous avons donc les quatre équations suivantes:

$$\frac{m\gamma}{\alpha} = \frac{0{,}080}{0{,}082}$$

$$\frac{m'\gamma}{\alpha'} = \frac{0{,}080}{0{,}169}$$

$$\sqrt{\alpha^2 + m^2\gamma^2} = 0''{,}139$$

$$\sqrt{\alpha'^2 + m'^2\gamma^2} = 0''{,}075,$$

qui mènent aux valeurs

$$\alpha = 0'',099$$
$$m\gamma = 0,097$$
$$\alpha' = 0,068$$
$$m'\gamma = 0,032.$$

Nous avons en outre

$$a = 1,85; \quad b = 0,91; \quad c = +0'',134;$$
$$a' = 0,35; \quad b' = 0,40; \quad c' = -0,049.$$

Les autres coefficients qui se trouvent dans les équations (I*) et (II*) sont $= 0$.

En substituant ces différentes valeurs dans les équations (IV*), (V*) et (III*), nous aurons

$$P = 0,449,$$
$$p = +\,0'',036, \text{ avec l'err pr. } 0'',049.$$

Le couple des équations (15) et (16), et celui de (17) et (18) doivent être traités de la même manière.

§ 96. Première résolution des équations de condition. Valeur approximative de *p*.

Après avoir réuni, pour le tableau *B* § 93, chacun des 4 couples dans une seule équation, sur la voie que nous venons d'indiquer: nous pouvons maintenant diviser chaque équation de notre tableau par le coefficient de *p*. Nous parvenons donc aux valeurs de la parallaxe d'une étoile de deuxième grandeur, basées sur les différentes series:

Table IV.

A) *Observations micrométriques faites à Dorpat:*

				Poids.
1)	par les obs. de α Lyrae	$p = +\,0'',142$, avec l'err. pr.	$0'',014$	5103

B) *Observations faites à l'aide de l'instrument des passages de Dorpat.*

2)	par les obs. de Polaris et ε Urs. maj.	$p = +\,0'',071$, avec l'err. pr.	$0'',032$	977
3)	« « ε Urs. maj. et α Cassiop.	$-0,077$ « «	0,062	260
4)	« « ζ Urs. maj. et δ Cassiop.	$+0,102$ « «	0,074	183
5)	« « β Urs. min. et α Persei	$+0,218$ « «	0,051	384
(6) et 9)	« « Capella, β Drac. et ε Urs. min.	$+0,036$ « «	0,049	417
7)	« « β Aurigae et γ Draconis	$+0,009$ « «	0,055	331
8)	« « δ Ursae min.	$+0,441$ « «	0,080	156
10)	« « α Cygni et ι Urs. maj.	$+0,250$ « «	0,046	473
11)	« « α Cephei et h Urs. maj.	$+0,062$ « «	0,069	210
12)	« « β Cephei et v Urs. maj.	$-0,072$ « «	0,096	109
13)	« « η Cephei et o Urs. maj.	$+0,050$ « «	0,146	47

				Poids.
14)	par les obs. de γ Cephei et λ Draconis	$p = +0'',044$	avec l'err. pr. $0'',084$	142
(15) et 16)	« « β Cass., γ Urs. maj. et δ Urs. maj.	$+0,038$	« « $0,080$	156
(17) et 18)	« « α, β et γ Aquilae	$+0,246$	« « $0,118$	72
	C) *Ascensions droites de la Polaire observées au cercle méridien de Dorpat.*			
19)		$p = +0'',172$,	avec l'err. pr. $0'',027$	1372
	D) *Déclinaisons de la Polaire observées au cercle méridien de Dorpat.*			
20)		$p = +0'',147$,	avec l'err. pr. $0'',030$	1111
	E) *Parallaxe de la Polaire déterminée par M. de Lindenau.*			
21)		$p = +0'',156$,	avec l'err. pr. $0'',056$	319
	F) *Observations de M. Maclear.*			
22)	par les obs. de α Centauri	$p = +0'',528$,	avec l'err. pr. $0'',035$	816
23)	« « Sirius	$+0,040$,	« « $0,024$	1736
	G) *Observations faites à l'aide du cercle vertical de Poulkova.*			
24)	par les obs. de la Polaire	$p = +0'',067$,	avec l'err. pr. $0'',012$	6944
25)	« « Capella	$+0,025$	« « $0,108$	86
26)	« « ι Ursae maj.	$+0,205$	« « $0,163$	38
27)	« « α Bootis	$+0,069$	« « $0,039$	657
28)	« « α Lyrae	$+0,056$	« « $0,029$	1189
29)	« « α Cygni	$-0,063$	« « $0,033$	918.

En prenant les moyennes dans chaque subdivision, eu égard aux poids, nous avons:

Table V.

		Err. prob. $\eta =$	Poids.
A) Par les observations micrométriques de α Lyrae à Dorpat, faites par M. W. de Struve	$p = +0'',142$	$0'',014$	5103
B) Par les observations faites par M. W. de Struve à l'aide de l'instrument des passages de Dorpat.	$p = +0,101$	$0,016$	3917
C) Par les ascensions droites de la Polaire observées par M. de Struve et Preuss à l'aide du cercle méridien de Reichenbach	$p = +0,172$	$0,027$	1372
D) Par les déclinaisons de la Polaire observées à l'aide du même instrument	$p = +0,147$	$0,030$	1111
E) Par les ascensions droites de la Polaire, calculées par M. de Lindenau	$p = +0,156$	$0,056$	319
F) Par les observations de α Centauri et de Sirius, faites par M. Maclear	$p = +0,196$	$0,020$	2552
G) Par les observations faites à l'aide du cercle vertical de Poulkova	$p = +0,054$	$0,010$	9832.

Si nous combinons enfin ces 7 déterminations, selon les poids indiqués, nous avons pour la parallaxe d'une étoile de seconde grandeur la valeur

$p = +0\overset{''}{,}107$, avec l'err. pr. $0\overset{''}{,}006$ .... (VI*)

§ 97. Objections contre cette valeur de p, basées sur-tout sur l'inexactitude d'un éclat absolu égal pour toutes les étoiles, et sur les petites erreurs de nature constante qui peuvent se trouver dans les parallaxes trouvées.

La valeur $p = +0\overset{''}{,}107$ serait sans doute la plus probable que l'on pût tirer des matériaux indiqués, si l'on était autorisé d'admettre, que les poids calculés selon les erreurs probables, fussent exactes. Il y a cependant plusieurs raisons qui s'opposent à cette supposition. Il se peut premièrement que toutes les valeurs trouvées des parallaxes sont sujettes encore à des petites erreurs constantes, plus ou moins grandes et de différente nature. Dans ce cas, les erreurs probables des parallaxes seront toutes trop faibles. Secondement, l'introduction de la quantité à déterminer, p à la place des parallaxes effectives des étoiles a dû produire de certaines inexactitudes dans les équations. Dans cette introduction, il y a les trois suppositions inexactes suivantes. 1) Les grandeurs des étoiles sont inexactes par ce que je n'ai employé d'autres fractions de l'échelle que 0,5. 2) L'hypothèse que toutes les étoiles de même grandeur sont à la même distance du Soleil est inexacte, car nous savons déjà p. e. que l'étoile 61 Cygni, quoique de 6-ème grandeur, nous est plus voisine, que l'étoile de première grandeur α Lyrae. 3) Il se peut enfin que dans les distances moyennes des étoiles des différentes classes de l'éclat, telles que nous les donne M. de Struve, il y ait encore un peu de vague.

Je traiterai d'abord sur l'influence des inexactitudes occasionnées par l'introduction de p. La recherche de l'influence des erreurs constantes dans les parallaxes viendra depuis.

§ 98. Erreur introduite dans les équations de condition par la taxation de l'éclat de l'étoile.

Quant aux erreurs des valeurs qui indiquent les grandeurs apparentes des différentes étoiles, on peut supposer qu'elles se trouvent toutes en dedans des limites $-\frac{1}{4}$ et $+\frac{1}{4}$, et qu'entre ces limites la probabilité est la même pour toutes les erreurs possibles. Supposons donc que la vraie grandeur apparente d'une étoile soit $g + \Delta g$, tandis que nous avons employé g. Or si pour la grandeur apparente g nous trouvons, dans la table I, la distance correspondante $= r$, la distance correspondante à la grandeur exacte $g + \Delta g$ doit être $r + \varrho \Delta g$, où ϱ indique le changement de la distance depuis la grandeur apparente $g - \frac{1}{2}$ jusqu'à la grandeur apparente $g + \frac{1}{2}$. Désignons maintenant, pour raccourcir les expressions, les équations primitives par (U), c. à d. celles où se trouvent les parallaxes effectives, et les équations dérivées des primitives et qui contiennent l'incon-

nue p par (D). Nous aurons p. e. pour les deux étoiles α Cygni et ι Ursae majoris du tableau B § 93,

l'équation (U) α Cygni et ι Urs. maj. $\pi+1{,}076.\pi'=+0'',502$;

et l'équation (D) « « « $1{,}31.p+0{,}70.p=+0{,}502$.

Dans l'équation (U), je désigne le coefficient de π, pour une des deux étoiles par h, et nous aurons dans notre exemple

pour α Cygni $h=1$

« ι Ursae maj. $h=1{,}076$.

On voit, en employant ces notations, que pour transformer l'équation (U) à la forme de l'équation (D), nous nous sommes servis de la formule (§ 93):

$$h\pi=\frac{1{,}85}{r}hp,$$

à la place de la formule exacte

$$h\pi=\frac{1{,}85}{r+\rho\Delta g}hp.$$

L'erreur que produit ce défaut de la substitution pour l'équation (D) sera donc

$$\begin{aligned} u &= \frac{1{,}85}{r}hp-\frac{1{,}85}{r+\rho\Delta g}hp \\ &= \frac{1{,}85\,h\rho\Delta g}{r(r+\rho\Delta g)}p \\ &= \frac{0'',204.h\rho\Delta g}{r(r+\rho\Delta g)}\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{VII}^*) \end{aligned}$$

Pour cette dernière valeur je me suis servi de $p=0'',11$, trouvé approximativement § 96.

Comme nous avons supposé qu'entre les limites $-\frac{1}{4}$ et $+\frac{1}{4}$, toutes les valeurs de Δg aient la même probabilité, nous serons en état de déterminer la valeur probable de u. Nous aurons en effet la probabilité que l'erreur de u se trouve entre les limites u et $u+du$,

$$=\frac{d\Delta g}{{}^1\!/_2}=2d\Delta g.$$

L'équation (VII*) nous donne

$$\Delta g=\frac{r^2u}{0{,}204.h\rho-r\rho u},$$

donc

$$2d\Delta g=2d\left(\frac{r^2u}{0{,}204.h\rho-r\rho u}\right).$$

Pour trouver maintenant la valeur probable f de u, il faut satisfaire à l'équation suivante:

$$\int_{u=-f}^{u=+f}2d\Delta g=\tfrac{1}{2},\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(\mathrm{VIII}^*)$$

ou à l'équation

$$\frac{2r^2f}{0{,}204.h\rho-r\rho f}+\frac{2r^2f}{0{,}204.h\rho+r\rho f}=\tfrac{1}{2},$$

ou

$$\frac{0{,}204.hrf}{(0{,}204.h)^2-r^2f^2}=\frac{\rho}{8r}.$$

La dernière équation se résout par l'introduction d'un angle auxiliaire. En faisant $\frac{\varrho}{4r} = \text{tg}\, x$, nous avons

$$f = \frac{0{,}204 . h}{r} \text{tg}\, \tfrac{1}{2} x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (IX^*)$$

En désignant donc le coefficient de p dans l'équation (D), qui correspond au coefficient h de π dans l'équation (U), ou $\frac{1{,}85}{r} h$ par h', nous aurons enfin

$$f = 0{,}''11 . h' \,\text{tg}\, \tfrac{1}{2} x.$$

La petite table suivante contient les valeurs des quantités ϱ, $\frac{f}{h}$ et $\frac{f}{h'}$, déduites pour les différentes grandeurs apparentes, à l'aide de la table I § 92, et de la formule (IX*).

Table VI.

Grandeur de l'étoile.	ϱ	$\frac{f}{h}$	$\frac{f}{h'}$
1,0	0,79	0,″020	0,″011
1,5	0,85	0,011	0,008
2,0	0,92	0,007	0,007
2,5	1,00	0,004	0,006
3,0	1,06	0,003	0,005
3,5	1,13	0,002	0,004
4,0	1,25	0,002	0,004
4,5	1,39	0,001	0,004.

Quant à Sirius, pour lequel j'ai supposé la distance $= \frac{1}{2}$, j'admets la même loi d'incertitude, dans la distance que pour les autres étoiles, ce qui nous mène pour Sirius à l'équation

$$\frac{f}{h} = 0{,}''072.$$

§ 99. Erreur introduite dans l'équation de condition par l'hypothèse, que toutes les étoiles aient le même éclat absolu.

Nos connaissances sur les différences qui ont lieu dans les éclats absolus des différentes étoiles, sont encore extrêmement imparfaites. Dans les étoiles doubles qui forment des systèmes binaires, nous voyons bien tantôt deux étoiles de même grandeur (γ Virginis), tantôt deux étoiles très différentes en éclat réunies ensemble (ζ Herculis); ce qui nous indique que pour les étoiles doubles, il y a une grande variété dans les éclats absolus. Remarquons cependant que dans les systèmes binaires, le cas d'une *petite* différence entre l'éclat des deux étoiles est bien plus fréquent que celui d'une différence très considérable. Les étoiles doubles énoncent donc une certaine tendance vers l'égalité des éclats. La différence de l'éclat absolu se prononce encore dans les étoiles dont les parallaxes sont connues, et est certain que α Lyrae est d'un éclat absolu à peu près 180 fois plus gran

que celui de 61 Cygni. Ce cas cependant paraît être un cas extrême. Il sera donc très difficile, d'apprécier, même approximativement, l'erreur que nous introduisons dans les équations dérivées (D), en adoptant une égale distance pour toutes les étoiles de la même classe d'éclat, et il me paraît le plus avantageux de faire ici une hypothèse qui nous donne, pour ces erreurs, des valeurs plutôt trop fortes que trop faibles.

Supposons une étoile M dont l'éclat absolu est la moyenne des éclats absolus de toutes les étoiles. Si cette étoile est à la distance $=1$, attribuons lui l'éclat apparent $=E$. Pour une autre étoile quelconque S, désignons l'éclat, rapporté à la même distance $=1$, par $E+\varDelta E$, et l'éclat apparent de cette étoile vue du Soleil $=e$. Soit enfin r la distance qu'il faudrait attribuer à l'étoile M pour qu'elle nous offre l'éclat apparent e, et $r+\varDelta r$ la distance de l'étoile S au Soleil. En supposant à présent que les éclats apparents des deux étoiles sont en proportion directe de leurs éclats absolus, et en proportion inverse des carrés des distances respectives, nous aurons l'équation:

$$e=\frac{E}{r^2}=\frac{E+\varDelta E}{(r+\varDelta r)^2};$$

d'où suit

$$\varDelta r=\frac{r\varDelta E}{E\left[1+\sqrt{\left(1+\frac{\varDelta E}{E}\right)}\right]};$$

ou en mettant

$$\frac{\varDelta E}{E}=\zeta,$$

$$\varDelta r=\frac{r\zeta}{1+\sqrt{1+\zeta}}\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(X^*)$$

L'erreur $=u'$ que nous introduisons dans une de nos équations (D), en employant

$$h\pi=\frac{1{,}85}{r}hp,$$

à la place de

$$h\pi=\frac{1{,}85.h}{r+\varDelta r}p,$$

sera

$$u'=\frac{1{,}85h\varDelta r}{r\,(r+\varDelta r)}p,$$

ou, en substituant pour $\varDelta r$ la valeur que donne la formule (X^*), et pour p sa valeur approximative $=0'',11$,

$$u'=\frac{0'',204.h\zeta}{r(1+\zeta+\sqrt{1+\zeta})},\;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(XI^*)$$

ce qui donne

$$\zeta=\left(\frac{0{,}204.h}{0{,}204.h-ru'}\right)^2-1.$$

Si E, comme nous l'avons dit, désigne l'éclat moyen de toutes les étoiles vues à la distance $=1$, et si nous admettons que tous les dégrés des éclats absolus soient également probables, il s'ensuit que tous les éclats possibles des étoiles, vues à la distance $=1$, se

trouvent entre les limites 0 et $2E$. Cette hypothèse se recommande par sa simplicité, si elle n'exprime aussi pas exactement la loi de la nature; et elle offre une variété des éclats absolus, à ce qui paraît, beaucoup plus grande, que l'on n'est incliné à admettre dans la réalité. Il est clair qu'avec cette hypothèse, les valeurs possibles de ΔE sont renfermées entre les deux limites $-E$ et $+E$, et les valeurs possibles de ζ entre les limites -1 et $+1$, et qu'entre ces limites toutes les valeurs de ΔE et de ζ sont également probables.

Pour trouver maintenant l'erreur probable f' qui correspond à l'erreur effectif u', il faut satisfaire à l'équation

$$\int_{u'=-f'}^{u'=+f'} \tfrac{1}{2}\, d\zeta = \tfrac{1}{2}, \ldots\ldots\ldots\ldots (\text{XII}^*)$$

ce qui se fait par l'équation:

$$\left(\frac{0{,}204.h}{0{,}204.h - rf'}\right)^2 - \left(\frac{0{,}204.h}{0{,}204.h + rf'}\right)^2 = \frac{\frac{4rf'}{0{,}204.h}}{\left[1-\left(\frac{rf'}{0{,}204.h}\right)^2\right]^2} = 1 \ldots\ldots (\text{XIII}^*)$$

En mettant

$$\frac{rf'}{0{,}204.h} = \operatorname{Sin} y,$$

ou

$$f' = \frac{0{,}204.h}{r} \operatorname{Sin} y,$$

nous aurons

$$\frac{4 \operatorname{Sin} y}{\operatorname{Cos} y^4} = 1,$$

d'où suit

$$y = 13^\circ\, 1',$$

donc

$$f' = \frac{0'',204.h}{r} \operatorname{Sin} 13^\circ\, 1' = \frac{0'',046.h}{r} = 0'',025.h'.$$

La petite table suivante contient les valeurs de la fraction $\frac{f'}{h}$ pour les étoiles des différentes grandeurs.

Table VII.

Grandeur de l'étoile.	$\frac{f'}{h}$
1,0	0'',046
1,5	0,033
2,0	0,025
2,5	0,020
3,0	0,016
3,5	0,014
4,0	0,012
4,5	0,010.

La fraction $\frac{f'}{h'}$ reste la même pour toutes les étoiles, étant

$$\frac{f'}{h'} = 0'',025.$$

Pour Sirius, où $r = 0,5$, nous avons

$$\frac{f'}{h} = 0'',092.$$

§ 100. Erreur introduite dans l'équation de condition par l'incertitude des distances moyennes.

Quant aux distances relatives des étoiles des différentes grandeurs, M. de Struve, dans l'introduction du Catalogue de M. Weisse p. XXXIII et XXXIV, a prouvé qu'elles se trouvent à peu près les mêmes, soit que l'on les déduise par un dénombrement des étoiles des grandeurs 1 à 6, fait sur les parties du ciel les plus riches en étoiles, soit qu'on y employe les parties du ciel où se trouvent le plus petit nombre d'étoiles. Cette circonstance m'autorise à négliger la petite erreur que pourrait produire l'incertitude de ces distances moyennes. En outre il est clair que l'influence de cette incertitude des distances moyennes diminue encore considérablement pour la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur, parce que, comme nous l'avons déjà dit, cette grandeur se trouve très près de la moyenne des grandeurs apparentes des étoiles, qui forment la base de notre recherche.

§ 101. Réunion des erreurs indiquées des §§ 98 et 99.

Les deux erreurs probables f et f' qui se rapportent à l'éclat de l'étoile observée, et non pas aux erreurs d'observation, peuvent être réunies en une seule erreur probable φ par la formule

$$\varphi = \sqrt{f^2 + f'^2}.$$

La table suivante contient les valeurs successives des quantités $\frac{\varphi}{h}$ et $\frac{\varphi}{h'}$, pour les différentes grandeurs.

Table VIII.

Grandeur de l'étoile.	$\frac{\varphi}{h}$	$\frac{\varphi}{h'}$
1,0	0'',050	0'',027
1,5	0,035	0,026
2,0	0,026	0,026
2,5	0,020	0,026
3,0	0,017	0,025
3,5	0,014	0,025
4,0	0,012	0,025
4,5	0,010	0,025.

§ 102. Introduction des erreurs constantes des parallaxes dans les équations de condition.

Il nous reste à examiner l'influence de l'inexactitude des parallaxes trouvées par l'observation, inexactitude qui peut être produite, soit par de petits changements périodiques et non reconnus dans les instruments, soit par quelques petits membres inconnus de la réfraction, soit enfin par quelque autre raison qui nous ait échappée.

Quant à la valeur de la parallaxe de α Lyrae trouvée à l'aide des observations micrométriques de Dorpat, je la suppose presque exempte d'une telle erreur.

Les parallaxes du tableau B § 93, que nous a fournies l'instrument des passages de Dorpat, peuvent être sujettes à de petites erreurs constantes, et qui doivent être pour toutes les étoiles du même signe, et à peu près de la même grandeur. Ces erreurs n'agiront par conséquent pas considérablement sur les poids relatifs, que l'on emploie pour trouver, de ce groupe, une valeur moyenne; mais cette moyenne elle-même sera en défaut de la quantité de cette erreur. Les mêmes observations ont donné (§ 27) une valeur de l'aberration trop petite de $0'',0840 \pm 0'',0217$, à laquelle correspond une erreur probable

$$= 0,6745 . 0'',0840 = 0'',057.$$

Quant aux parallaxes, nous avons indiqué plus haut, que le défaut d'une parallaxe doit être du même signe, mais plus petit, que celui de l'aberration, à peu près en proportion de 3,6 à 2,8 (§ 27). Ce qui donnerait une erreur probable de toutes ces parallaxes $= 0'',044$. Je supposerai par conséquent que la valeur moyenne p, trouvée par les observations du tableau B § 93, soit sujette encore à cette erreur probable $0'',044$, sans compter l'erreur probable produite par les erreurs des observations et des coefficients de p.

Quant aux parallaxes déduites à l'aide des distances verticales, et avec un même instrument, l'influence des erreurs périodiques doit varier sur-tout avec la distance au zénith. Je supposerai que l'erreur probable f'' de cette nature, dans les équations (U) données par les observations de Poulkova, du Cap et de Dorpat (l'étoile polaire), s'exprime par la formule

$$\frac{0'',04 \operatorname{tg} z}{\mu},$$

où $z =$ distance zénithale, et μ le coefficient avec lequel il faut multiplier la parallaxe annuelle, pour avoir le maximum de la parallaxe en déclinaison. Je crois cependant que cette formule donne des erreurs un peu trop fortes pour les observations de Poulkova, et trop faibles pour les observations du Cap et de Dorpat.

Quant aux deux parallaxes de l'étoile polaire, trouvées par M. de Lindenau, et par les asc. dr. observées au cercle méridien de Dorpat, je suppose l'erreur probable de cette nature $= 0'',044$, à l'analogie des observations faites à l'aide de l'instrument des passages de Dorpat. Il faut cependant faire la remarque que cette erreur $0'',044$ paraît déjà trop

forte, parce que les mêmes observations avaient donné une valeur de l'aberration presque identique avec la valeur définitive.

§ 103. Réunion des différentes erreurs à introduire avec les erreurs probables primitives des équations de condition.

En considérant à présent l'erreur probable φ, nous avons, par l'équation du tableau A § 93,

1) $$p = +0\overset{''}{,}142, \text{ avec les err. pr. } \eta = 0\overset{''}{,}014 \text{ et } \varphi = 0\overset{''}{,}027.$$

La réunion des deux erreurs probables $\eta = 0\overset{''}{,}014$, et $\varphi = 0\overset{''}{,}027$, produirait une erreur probable finale

$$\psi = 0\overset{''}{,}030;$$

mais cette réunion n'est pas encore admissible ici, parce que la même erreur φ se trouve une seconde fois dans la détermination de la parallaxe de α Lyrae faite à Poulkova.

Dans le tableau B § 93, il y a plusieurs équations qui contiennent la même étoile. Dans ce cas, l'erreur φ qui dépend de cette étoile agit en même sens dans les deux équations. Il faut produire ici une réunion des deux équations qui contiennent la même étoile, réunion qui est analogue à celle que nous avons déjà executée § 95, par rapport à l'identité des observations de la même étoile dans les deux équations. C'est ainsi que nous avons pour les deux équations (6) et (9) du tableau B § 93, dans lesquelles l'étoile Capella est en commun, à considerer les valeurs suivantes de φ:

équation	(6)	pour	Capella	$\varphi = 0\overset{''}{,}051$
«	(6)	«	β Draconis	$\varphi = 0,024$
«	(9)	«	Capella	$\varphi = 0,009$
«	(9)	«	ε Ursae min.	$\varphi = 0,010.$

A la place des deux valeurs

$$\alpha = 0\overset{''}{,}099,$$
$$\text{et } \alpha' = 0,068,$$

employées § 95, il faut mettre à présent

$$\alpha = \sqrt{0,099^2 + 0,024^2} = 0\overset{''}{,}102,$$

$$\text{et } \alpha' = \sqrt{0,068^2 + 0,010^2} = 0,069.$$

En outre, il faut introduire dans les équations (III*) à (V*)

$$n\delta = 0\overset{''}{,}051$$
$$n'\delta = 0,009.$$

Par la substitution de ces valeurs, ainsi que des valeurs a, b, a', b', c, c', $m\gamma$ et $m'\gamma$, données § 95, dans les formules (IV*), (V*) et (III*), on obtient une réunion finale des équations (6) et (9) qui donne

$$p = +0\overset{''}{,}034, \text{ avec l'err. pr. } \psi = 0\overset{''}{,}053.$$

Il faut traiter les deux équations (15) et (16), et les deux équations (17) et (18) du tableau B § 93 de la même manière. Sur cette voie le tableau B donne les équations finales et réunies que voici:

2)	Polaris et ε Ursae maj.	$p = +0\overset{''}{,}071$, avec l'err. pr.	$\psi = 0\overset{''}{,}040$
3)	ε Ursae maj. et α Cassiop.	$p = -0{,}077$ « « «	0,065
4)	ζ Ursae maj. et δ Cassiop.	$p = +0{,}102$ « « «	0,076
5)	β Ursae min. et α Persei	$p = +0{,}218$ « « «	0,054
(6) et 9)	Capella, β Drac. et ε Ursae min.	$p = +0{,}034$ « « «	0,053
7)	β Aurigae et γ Drac.	$p = +0{,}009$ « « «	0,056
8)	δ Ursae min.	$p = +0{,}441$ « « «	0,083
10)	α Cygni et ι Ursae maj.	$p = +0{,}250$ « « «	0,050
11)	α Cephei et h Ursae maj.	$p = +0{,}062$ « « «	0,071
12)	β Cephei et v Ursae maj.	$p = -0{,}072$ « « «	0,098
13)	η Cephei et o Ursae maj.	$p = +0{,}050$ « « «	0,147
14)	γ Cephei et λ Drac.	$p = +0{,}044$ « « «	0,085
(15) et 16)	β Cassiop., γ Urs. maj. et δ Urs. maj.	$p = +0{,}038$ « « «	0,082
(17) et 18)	α, β et γ Aquilae	$p = +0{,}256$ « « «	0,127.

La moyenne de toutes ces valeurs de p, eu égard aux erreurs probables ψ nous fournit la valeur

$$p = +0\overset{''}{,}101, \text{ avec l'err. pr. } \psi = 0\overset{''}{,}018.$$

A cette dernière erreur probable il faut réunir encore l'erreur probable de nature constante pour cette moyenne, que nous avons évaluée § 102 à $0\overset{''}{,}044$. Cette valeur nous mène à la valeur finale

$$p = +0\overset{''}{,}101, \text{ avec l'err. pr. } \omega = 0\overset{''}{,}047.^{*})$$

En toute rigueur, il faut considérer encore que plusieurs des étoiles du tableau B sont les mêmes qui se trouvent dans d'autres équations des autres tableaux; ce qui mène aux valeurs

pour l'équation (2) $\psi = 0\overset{''}{,}031 \pm 0\overset{''}{,}026$ (pour la Polaire)
« les équations (6) et (9) $\psi = 0{,}050 \pm 0{,}018$ (pour Capella)
« l'équation (10) $\psi = 0{,}047 \pm 0{,}008$ (p. ι Urs. maj.) $\pm 0{,}016$ (p. α Cygni)
et pour la valeur finale ($p = +0\overset{''}{,}101$), $\omega = 0{,}047 \pm 0{,}004$ (p. la Polaire) $\pm 0{,}004$ (p. Capella)
$\pm 0{,}001$ (p. ι Urs. maj.) $\pm 0{,}002$ (p. α Cygni).

Pour l'équation (19) de la table III nous avons

$$\varphi = 0\overset{''}{,}026, \quad f'' = 0\overset{''}{,}044,$$

donc

19) $p = +0\overset{''}{,}172$, avec l'err. pr. $\omega = 0\overset{''}{,}052 \pm 0\overset{''}{,}026$ ($= \varphi$ p. la Polaire).

---

*) ω designe ici l'erreur probable finale, produite par le concours de toutes les erreurs probables partielles.

Pour l'équation (20) de la table III nous avons

$$\varphi = 0'',026, \quad f'' = \frac{0'',04}{\mu}\ \mathrm{tg}\,(z = 31^\circ\ 37') = 0'',025,$$

donc

20) $p = +0'',147$, avec l'err. prob. $\omega = 0'',039 \pm 0'',026$ (p. la Polaire).

Pour l'équation (21) de la table III nous avons

$$\varphi = 0'',026, \quad f'' = 0'',044,$$

donc

21) $p = +0'',156$, avec l'err. pr. $\omega = 0'',071 \pm 0'',026$ (p. la Polaire).

Quant aux équations (24) à (29) de la table III, données par les observations de notre cercle vertical, les distances zénithales z à considérer, les μ, les φ et les $f'' = \frac{0'',04}{\mu}\ \mathrm{tg}\, z$ prennent les valeurs suivantes:

	z	μ	φ	f''
L'étoile polaire	$-30^\circ 13'$	0,99	0'',026	$\mp$ 0'',024
Capella	$+13\ 57$	0,40	0,027	$\pm$ 0,025
ι Ursae maj.	$+11\ \ 7$	0,56	0,025	$\pm$ 0,014
α Bootis	$+39\ 46$	0,62	0,027	$\pm$ 0,055
α Lyrae	$+21\ \ 8$	0,88	0,027	$\pm$ 0,018
α Cygni	$+15\ \ 3$	0,91	0,026	$\pm$ 0,012.

En considérant les valeurs respectives de φ et f'', nous aurons:

24) pour la Polaire	$p = +0'',067$,	avec les erreurs prob.	$\psi = 0'',027$ et $\frac{f''}{h'} =$	$\mp$ 0'',024
25) « Capella	+0,025	« « « «	0,111 «	$\pm$ 0,013
26) « ι Urs. maj.	+0,205	« « « «	0,165 «	$\pm$ 0,022
27) « α Bootis	+0,069	« « « «	0,047 «	$\pm$ 0,029
28) « α Lyrae	+0,056	« « « «	0,038 «	$\pm$ 0,009
29) « α Cygni	−0,063	« « « «	0,040 «	$\pm$ 0,009.

Il faut remarquer ici que les erreurs f'', que nous avons supposées proportionelles aux tangentes des distances zénithales, doivent prendre des signes opposés, selon que l'étoile se trouve du côté Nord ou du côté Sud par rapport au zénith. J'ai indiqué cela en plaçant devant f'' de la Polaire le signe $\mp$, et devant les autres f'' le signe $\pm$.

§ 104. Problème général de probabilité à résoudre.

Pour combiner à présent ces 6 équations à une valeur finale de p, il faut résoudre le problème suivant:

Il y a, pour l'évaluation d'une quantité, les équations:

$$\left.\begin{array}{l} ap + A + bB = c \\ a'p + A' + b'B = c' \\ a''p + A'' + b''B = c'' \\ \vdots \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots (\mathrm{XIV}^*)$$

Les chiffres a, a', a'', ..., b, b', b'', .. sont donnés; les valeurs c, c', c'' ... ont été fournies par l'observation; A, A', A'', ...; et B sont des erreurs réelles, et indépendantes entre elles, mais dont nous ne connaissons point les valeurs, tandis que nous avons les erreurs probables α, α', α'', ..., β qui correspondent à ces erreurs. Il s'agit de trouver la valeur définitive de p, et d'en déterminer l'erreur probable. Ce problème est analogue à celui, que nous avons déjà traité pour deux équations § 94.

Nous multiplions, en prenant la même marche, les équations (XIV*) successivement par les coefficients indéterminés P, P', P'', ..., puis en prenant la somme, nous parvenons à l'équation:

$$p = \frac{cP + c'P' + c''P'' + \dots}{aP + a'P' + a''P'' + \dots}, \dots\dots\dots\dots \text{(XV*)}$$

avec l'erreur réelle $u = \dfrac{AP + A'P' + A''P'' + \dots + (bP + b'P' + b''P'' + \dots)B}{aP + a'P' + a''P'' + \dots}$.

Il faut déterminer à présent les quantités P, P', P'', ... de sorte, que le carré de l'erreur probable v, qui correspond à l'erreur réelle u, devient un minimum, c. à d.

$$v^2 = \frac{\alpha^2P^2 + \alpha'^2P'^2 + \alpha''^2P''^2 + \dots + (bP + b'P' + b''P'' + \dots)^2\beta^2}{(aP + a'P' + a''P'' + \dots)^2} \dots\dots\dots \text{(XVI*)}$$

doit être un minimum. Cette condition conduit aux équations suivantes:

$$\left.\begin{aligned} P &= N\left(\frac{a}{\alpha^2} - \frac{b\beta}{\alpha^2}\,s\right) \\ P' &= N\left(\frac{a'}{\alpha'^2} - \frac{b'\beta}{\alpha'^2}\,s\right) \\ P'' &= N\left(\frac{a''}{\alpha''^2} - \frac{b''\beta}{\alpha''^2}\,s\right) \\ &\vdots \end{aligned}\right\} \dots\dots\dots\dots \text{(XVII*)}$$

Dans ces équations N est un coefficient arbitraire, et s se détermine par l'équation

$$s = \frac{\dfrac{ab\beta}{\alpha^2} + \dfrac{a'b'\beta}{\alpha'^2} + \dfrac{a''b''\beta}{\alpha''^2} + \dots}{1 + \dfrac{b^2\beta^2}{\alpha^2} + \dfrac{b'^2\beta^2}{\alpha'^2} + \dfrac{b''^2\beta^2}{\alpha''^2} + \dots},$$

Par la substitution de ces valeurs dans l'équation (XVI*), nous avons:

$$v = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{(aP + a'P' + a''P'' + \dots)}}, \dots\dots\dots\dots \text{(XVIII*)}$$

formule qui détermine l'erreur probable de la valeur finale de p. Comme N est arbitraire, on mettra $N = 1$ dans les équations (XVII*) et (XVIII*).

§ 105. Application du problème précédent aux équations en question.

La comparaison de notre cas spécial des équations (24) à (29) p. 167 avec les équations générales (XIV*) nous donne :

$$a = a' = a'' = \ldots = 1$$
$$b\beta = \mp 0'',024;$$
$$b'\beta = \pm 0,013;$$
$$b''\beta = \pm 0,022;$$
$$b'''\beta = \pm 0,029;$$
$$b^{IV}\beta = \pm 0,009;$$
$$b^{V}\beta = \pm 0,009;$$

$$\alpha = 0'',027;$$
$$\alpha' = 0,111;$$
$$\alpha'' = 0,165;$$
$$\alpha''' = 0,047;$$
$$\alpha^{IV} = 0,038;$$
$$\alpha^{V} = 0,040;$$

$$c = +0'',067;$$
$$c' = +0,025;$$
$$c'' = +0,205;$$
$$c''' = +0,069;$$
$$c^{IV} = +0,056;$$
$$c^{V} = -0,063.$$

Par la substitution de ces chiffres dans les équations (XVII*), (XV*), (XVIII*) nous parvenons à la valeur finale

$$p = +0'',040, \text{ avec l'err. pr. } \omega = 0'',021.$$

L'expression complète de ω est:

$$\omega = 0'',018 \pm 0'',009 \text{ (p. la Polaire) } \pm 0'',001 \text{ (p. Capella) } \pm 0'',001 \text{ (p. } \iota \text{ Ursae maj.)}$$
$$\pm 0,005 \text{ (p. } \alpha \text{ Lyrae) } \pm 0,005 \text{ (p. } \alpha \text{ Cygni).}$$

Nous avons enfin dans les deux équations (22) et (23) du Cap (Table III),

pour α Centauri $z = +26°14'$; $\mu = 0,75$; $f'' = \pm 0'',026$; $\varphi = 0'',051$;
« Sirius $z = -17\ 26$; $\mu = 0,64$; $f'' = \mp 0,020$; $\varphi = 0,117$;

donc

22) par les obs. de α Centauri $p = +0'',528$, avec l'err. pr. $\psi = 0'',044$ et $\frac{f''}{h'} = \pm 0'',014$

23) « « « « Sirius $p = +0,040$ « « « $\psi = 0,040$ « $\frac{f''}{h'} = \mp 0,005$.

En appliquant donc à ce cas également les formules (XVII*), (XV*) et (XVIII*), ces deux équations se réunissent à la valeur finale

$$p = +0'',246, \text{ avec l'err. pr. } \omega = 0'',030.$$

§ 106. Tableau général des valeurs de p finales, et des erreurs probables de ces valeurs, eu égard à toutes les erreurs probables soit primitives, soit introduites. Résultat final pour la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur.

Je réunirai à present toutes les valeurs moyennes de p et les erreurs probables correspondantes, dans le tableau suivant, en indiquant en même temps la série des observations qui a mené aux différentes valeurs isolées:

1) Observations micrométriques de α Lyrae faites par M. W. de Struve à Dorpat $p = +0'',142$, av. l'err. pr. $0'',014 \pm 0'',027$ (p. α Lyrae)
2) Observations de 29 étoiles, faites par M. W. de Struve à Dorpat à l'aide de l'instrument des passages de Dollond $p = +0,101$, av. l'err. pr. $0,047 \pm 0,004$ (p. l. Polaire) $\pm 0'',004$ (Cap.) $\pm 0'',001$ (ι Urs. maj.) $\pm 0'',002$ (α Cygni)
3) Ascensions droites de la Polaire observées par M. W. de Struve et Preuss à Dorpat à l'aide du cercle méridien de Reichenbach . . . . $p = +0,172$, av. l'err. pr. $0,052 \pm 0,026$ (p. l. Polaire)
4) Déclinaisons correspondantes de la Polaire $p = +0,147$ « « « $0,039 \pm 0,026$ (Pol.)
5) Parallaxe de la Polaire déterminée par M. de Lindenau . . . . $p = +0,156$ « « « $0,071 \pm 0,026$ (Pol.)
6) Observations de α Centauri et de Sirius faites par M. Maclear . . . . . $p = +0,246$ « « « $0,030$
7) Observations faites à Poulkova à l'aide du cercle vertical d'Ertel . . . . $p = +0,040$ « « « $0,018 \pm 0,009$ (Pol.) $\pm 0,001$ (Cap.) $\pm 0,005$ (α Lyrae) $\pm 0,005$ (α Cygni.)

En considérant également toutes les erreurs probables, c. à d. soit les erreurs probables indépendantes entre elles, soit celles qui sont identiques dans plusieurs équations, en ce qu'elles se rapportent à la même étoile, nous parvenons, par la réunion des 7 valeurs isolées, à la valeur définitive

$$p = +\,0'',116, \text{ avec l'err. pr. } 0'',014.$$

§ 107. Réflexions sur le résultat obtenu.

La comparaison de cette valeur de p, avec celle que nous a donnée la résolution des équations primitives

$$p = +\,0'',107, \text{ avec l'err pr. } 0'',006 \ (\S\ 96),$$

nous fait voir, que l'introduction des erreurs probables qui se rapportent, soit à l'éclat

absolu des étoiles, soit aux petites erreurs constantes des parallaxes trouvées, n'ont presque rien changé dans la valeur de p, et nous parvenons à la conclusion, que notre valeur définitive de p est à peu près indépendante des hypothèses que nous avons faites, par rapport aux erreurs des éclats et des parallaxes. Ce résultat inattendu doit être attribué au nombre considérable d'étoiles employées, et à la variété des instruments qui ont servi aux observations. De l'autre côté, nous voyons que l'erreur probable du résultat a été dûment augmentée par l'introduction des erreurs en question. Mais cette erreur probable de 0",014 est tellement petite en comparaison de la valeur trouvée +0",116, que nous pouvons regarder celle-ci comme une détermination qui n'est plus exposée à aucun doute essentiel. Je crois donc que l'on peut regarder la valeur de la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur

$$p = +0'',116, \text{ avec l'err. pr. } 0'',014$$

comme très approchée de la vérité.

§ 108. Parallaxes moyennes et distances linéaires des étoiles, selon les différentes classes de grandeur apparente.

La détermination de la parallaxe moyenne d'une étoile de deuxième grandeur mène encore, par l'emploi de la table I, p. 150, ou mieux par l'emploi de la table qui se trouve dans les *Études d'Astronomie stellaire**), à celle des parallaxes moyennes des étoiles dans les différentes classes de l'éclat. J'y ajoute les distances exprimées par le rayon de l'orbite de la Terre comme unité de mesure, et le temps qu'emploie la lumière pour parvenir de chaque distance moyenne jusqu'au Soleil.

Grandeur de l'étoile.	Parallaxe annuelle moyenne.	Erreur probable.	Distance exprimée en rayons de l'orbite terrestre.	Temps employé par la lumière pour parcourir cette distance, exprimé en années Juliennes.
1,0	0",209	0",026	986000	15,5
1,5	0,166	0,018	1246000	19,6
2,0	0,116	0,014	1778000	28,0
2,5	0,098	0,012	2111000	33,3
3,0	0,076	0,009	2725000	43,0
3,5	0,065	0,008	3151000	49,7
4,0	0,054	0,007	3850000	60,7
4,5	0,047	0,006	4375000	69,0
5,0	0,037	0,005	5378000	84,8
5,5	0,034	0,004	6121000	96,6
6,0	0,027	0,004	7616000	120,1.

*) Les distances données dans les *Études* ne m'ont été communiquées par M. de Struve, que lorsque j'avais fini mes recherches précédentes sur la parallaxe des étoiles de deuxième grandeur.

Pour les chiffres de la dernière colonne, j'ai employé la vitesse de la lumière qui correspond à l'aberration $= 20'',4451$, et qui donne $8'\ 17'',78$ pour le temps solaire moyen qu'il faut à la lumière, pour parcourir le rayon moyen de l'orbite terrestre.

M. W. de Struve, dans ses *Études d'Astron. stell.*, indique que la limite des distances où se trouvent les étoiles visibles à Sir W. Herschel, dans ses jaugeages du ciel faites à l'aide de son telescope de vingt pieds, se trouve $R = 25{,}67\,r$, r étant le rayon d'un globe qui renferme toutes les étoiles visibles à l'oeil nu, selon l'*Uranometria* de M. Argelander. Nous trouvons pour la distance r, la parallaxe correspondante $= 0'',024$; donc pour la limite $= R$ des étoiles vues par W. Herschel dans ses jaugeages elle sera $= 0'',0009$.

§ 109. Évaluation linéaire du mouvement progressif du centre du système solaire dans l'espace.

L'évaluation d'un élément quelconque antérieurement inconnu ne reste jamais un fait isolé pour la science. Elle conduit toujours à des conséquences ultérieures, tantôt moins, tantôt plus importantes. Aussi pouvons nous appliquer la valeur trouvée de la parallaxe des étoiles de deuxième grandeur à la détermination du mouvement absolu, dans l'espace, que fait le centre de gravité du système solaire.

Le mouvement propre du système solaire, indiqué déjà par W. Herschel, a été mis hors de doute par les travaux de M. Argelander, qui parvint à fixer la direction du mouvement du Soleil vers un point de la voûte céleste, indiqué par

l'ascension droite $A = 257^\circ\ 49',2$, avec l'err. pr. $3^\circ\ 44',6$
et la déclinaison $D = +\ 28\ \ 49,7$ « « « $5\ \ 50,3$.

Un second pas a été fait, dans la recherche du mouvement du système solaire, par mon ami et collègue M. O. de Struve, dans un mémoire publié en 1842 (*Bestimmung der Constante der Praecession mit Berücksichtigung der eigenen Bewegung des Sonnen-Systems*). Ce travail est basé sur les lieux de 400 étoiles, déterminés à Dorpat depuis 1822 à 1838, et comparés aux positions de Bradley, données pour 1755 dans les *Fundamenta astronomiae* de Bessel. En combinant, pour la direction du mouvement, son résultat avec celui de M. Argelander, M. O. de Struve détermine le point de la direction

par $A = 259^\circ\ \ 9',4$, avec l'err. pr. $2^\circ\ 57',5$
$D = +34\ \ 36,5$ « « « $3\ \ 24,5$.

Mais en outre, M. O. de Struve a réussi à déterminer la valeur angulaire q du mouvement annuel du Soleil, vu sous un angle droit et à la distance moyenne des étoiles de première grandeur. Il a trouvé les deux valeurs suivantes de q:

par les ascensions droites des étoiles, $q = 0'',32122$, avec l'err. pr. $0'',03684$;
par les déclinaisons « « $0{,}35719$, « « « $0{,}03562$.

La combinaison de ces deux valeurs donne

$$q = 0'',3392, \text{ avec l'err. pr. } 0'',0252.$$

Si l'on considère la circonspection et les soins que M. O. de Struve a mis dans cette recherche, le résultat qu'il a obtenu pour q doit être estimé digne de pleine confiance. Mais cette confiance reçoit encore un appui très important dans la circonstance même, que les deux valeurs indépendantes de q et fournies, soit par les ascensions droites, soit par les déclinaisons, présentent un accord en dedans des limites indiquées par les erreurs probables.

J'ai déterminé p, la parallaxe moyenne des étoiles de première grandeur, à 0″,209, avec l'err. pr. 0″,025. Nous avons donc pour le mouvement du système solaire dans l'espace $= m$, en prenant pour unité le rayon moyen de l'orbite de la Terre

$$m = \frac{0,3392}{0,209}, \text{ avec l'err. pr. } \sqrt{\left[\frac{0,3392}{(0,209)^2} \cdot 0,025\right]^2 + \left(\frac{0,0252}{0,209}\right)^2}$$

ou

$$m = 1,624, \text{ avec l'err. pr. } 0,229.$$

En mettant le rayon de l'orbite de la Terre $= 20667000$ milles géographiques dont $15 = 1^0$ de l'équateur, nous avons

le mouvement annuel du système solaire dans l'espace = 33550000 milles géographiques,
avec l'erreur probable = 4733000 « «

L'erreur probable ne s'élève ici qu'à $^1/_7$ de la quantité trouvée. Or l'on sait que dans ce cas on peut parier plus de 400000 contre 1, pour la réalité de cette quantité.

Addition à la première section qui contient le précis historique.

Le paragraphe suivant doit être placé pag. 57, à la fin du § 27.

§ 27*. Recherches de Brioschi sur les parallaxes.

Le travail de Brioschi dont l'exposition se trouve dans ses *Comentarj astronomici* (Napoli 1824—1826) mérite d'autant plus notre attention, que Brioschi se distinguait, parmi les astronomes de cette époque, par une étude soignée des instruments employés.

Dans ses recherches sur la parallaxe des étoiles fixes, Brioschi a fait usage des distances au zénith circomméridiennes de plusieurs étoiles, distances qu'il avait mesurées à l'observatoire Royal de Naples, pendant les années 1819 et 1820, à l'aide des deux grands cercles verticaux, dont l'un existe encore aujourd'hui à l'observatoire. Ces deux instruments, exactement semblables entre eux et de mêmes dimensions, avaient été construits

par Reichenbach. Le diamètre du cercle de chacun était d'un mètre. Pour la lecture des subdivisions, il y avait quatre verniers dont chacun indiquait directement les deux secondes. Brioschi a donné, dans les *comentarj astronomici*, une description très minutieuse de ces instruments, qui nous fait voir qu'en général la construction est identique avec celle des théodolites astronomiques de Reichenbach et Ertel. Dans les instruments de Naples, le niveau qui détermine le zéro de la division par rapport au zénith, n'a pas été directement réuni au cercle lui-même, mais il se trouvait attaché à l'axe vertical de l'instrument, le cercle étant arrêté contre cet axe par une agrafe et une vis micrométrique. Brioschi indique lui-même, que cette manière d'attacher le niveau lui parut une imperfection essentielle de l'instrument, parce qu'elle pouvait introduire certaines erreurs dans les résultats de l'observation. Cependant Brioschi a employé beaucoup de soins pour rendre cette imperfection le moins nuisible. Chacune des étoiles dont il voulut déterminer la parallaxe, a été observée par Brioschi dans les deux positions du cercle (à l'Est et à l'Ouest). Malheureusement il se servit de la méthode de la répétition, et c'est l'emploi de cette méthode qui a produit la seconde incertitude de ses résultats. On sait que, dans les mouvements du cercle ensemble avec l'alhidade que réclame la méthode de la répétition, un dérangement dans la relation de ces deux corps doit avoir lieu, aussitôt qu'il existe le moindre jeu entre l'axe horizontal et sa boîte, les deux cercles n'étant réunis ensemble qu'en un seul point de la périphérie. Si ce dérangement de l'alhidade relativement à la division était de nature constante, l'influence qu'il exerçait sur les déterminations de la parallaxe aurait pu être zéro; mais il est hors de protestation que le jeu entre l'axe et sa boîte dépend en partie de l'état et de l'épaisseur de la couche huileuse sur l'axe, et que par conséquent le dérangement doit varier, surtout avec la température qui modifie l'état de l'huile. Si Brioschi, au lieu d'employer la méthode de la répétition, avait employé simplement les distances zénithales doubles, par la combinaison des deux observations, faites l'une le cercle à l'Est, l'autre le cercle à l'Ouest, si en outre il avait placé son niveau directement sur le corps du cercle divisé, ses déterminations des parallaxes auraient été dignes de confiance. Maintenant elles sont, comme telles, sans aucune valeur scientifique.

Les étoiles observées par Brioschi sont les suivantes: la Polaire, Spica, ε Urs. maj., α Urs. maj., β Urs. min. et α Lyrae. Dans chaque observation, il répéta l'angle jusqu'à l'octuple de la distance zénithale. La position du niveau sur la colonne fut observée à chaque observation; le calcul de la réfraction a été fait avec le plus grand soin. Enfin Brioschi introduisit dans ses calculs les effets d'une flexion, soit du tube, soit des rayons du cercle, et c'est un mérite particulier de ce savant astronome, d'avoir été un des premiers qui aient examiné ces flexions. Les recherches de Brioschi, sur ce point, commencent au mois de Décembre 1820, donc de peu de mois plus tard que la recherche que fit Bessel sur la flexion du tube de son cercle méridien. Les méthodes employées par

Brioschi sont très ingénieuses et diffèrent en partie essentiellement de celles de Bessel. On en trouve un exposé détaillé dans les *comentarj astronomici*, Vol. I, pag. 75—126.

Brioschi a déduit de ses observations trois quantités pour chaque étoile, savoir la distance moyenne au zénith pour 1820,0, le coefficient constant de l'aberration et la parallaxe. Pour l'étoile polaire, il a séparé les résultats des deux cercles et des deux passages opposés. Dans les autres étoiles, il déduit les résultats finals de la totalité des observations faites aux deux instruments. Voici maintenant le tableau de ses résultats, tels que Brioschi les a donnés. J'y ai ajouté les erreurs probables.

1) La Polaire.

	La parallaxe annuelle.	Le coeff. const. de l'aberr.
36 culm. sup. obs. au cercle de la tour orient., donnent	$+0''{,}43 \pm 0''{,}17$;	$20''{,}70 \pm 0''{,}17$
36 « inf. « « « « « « « «	$+0{,}34 \pm 0{,}20$;	$20{,}16 \pm 0{,}16$
16 « sup. « « « « « « occid. «	$+1{,}08 \pm 0{,}42$;	$19{,}80 \pm 0{,}31$
27 « inf. « « « « « « « «	$+1{,}59 \pm 0{,}32$;	$20{,}04 \pm 0{,}65$
115. Moyenne, eu égard aux erreurs probables,	$+0''{,}60 \pm 0''{,}12$;	$20''{,}33 \pm 0''{,}11$.

J'ai déduit les erreurs probables de celle d'une observation isolée, mais basée sur 8 répétitions. Elle se trouve $= 0''{,}69$, par la moyenne des 115 séries.

2) Spica Virginis.

	La parallaxe annuelle.	Le coeff. const. de l'aberr.
37 obs. faites aux deux instruments, donnent	$-0''{,}42 \pm 0''{,}33$;	$21''{,}87 \pm 0''{,}47$.

3) ε Ursae maj.

24 culm. sup. obs. avec les deux instrum. donnent $+0''{,}41 \pm 0''{,}35$; $20''{,}18 \pm 0''{,}24$.

4) α Ursae maj.

23 obs. faites avec les deux instruments et dans les deux culm. opposées donnent . . $+1''{,}22 \pm 0''{,}44$; $20''{,}51 \pm 0''{,}26$.

5) β Ursae min.

15 obs. faites aux deux instr. et dans les deux culm. opposées donnent . . . . . . $-0''{,}38 \pm 0''{,}75$; $20''{,}30 \pm 0''{,}40$.

6) α Lyrae.

Brioschi n'a observé cette étoile qu'aux époques des maxima de la parallaxe. En supposant le coefficient de l'aberration $= 20''{,}33$, il trouve la parallaxe annuelle de α Lyrae $= +0''{,}37$, dont l'erreur probable sera $= 0''{,}29$.

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE SECTION.

Précis historique des travaux sur la parallaxe des étoiles fixes jusqu'en 1842.

Page.

§ 1. Introduction 1
§ 2. Analyse des méthodes employées pour déterminer les parallaxes 2
§ 3. Incertitude des parallaxes trouvées avant la découverte de l'aberration 5
§ 4. Premiers essais de déterminer la parallaxe. Copernic, Rothmann, Tycho, Riccioli 6
§ 5. Hooke. Parallaxe de γ Draconis 6
§ 6. Flamsteed. Distances zénithales de l'étoile polaire. Détermination de l'aberration à l'aide des observations de Flamsteed. 8
§ 7. Picard. Distances zénithales de l'étoile polaire 12
§ 8. J. D. Cassini. Distances zénithales de l'étoile polaire. Aberration qui suit des observations de Cassini 13
§ 9. Jacques Cassini. Parallaxe de Sirius. 15
§ 10. O. Roemer. Différences en ascension droite, observées à l'aide de l'instrument des passages, entre Sirius et α Lyrae 15
§ 11. E. Manfredi. Recherches théoriques. Différences en ascension droite, observées au mural entre Sirius et Arcturus, par Maraldi et par Manfredi 18
§ 12. Découverte de l'aberration par Bradley. Petitesse de la parallaxe des étoiles observées par Bradley. 19
§ 13. Remarques sur les observations de Bradley, et sur la valeur de l'aberration, qu'en a déduite M. Busch de Koenigsberg. Aberration déduite des observations de Bradley, faites au secteur de Greenwich 20
§ 14. Manfredi. Parallaxes des étoiles Sirius, α Lyrae, Capella, Arcturus etc. 25
§ 15. Premiers essais de déterminer les parallaxes à l'aide des étoiles doubles, d'après la méthode proposée par Galilée; Huyghens, R. Long. Travaux de W. Herschel sur les étoiles doubles, sous le rapport de la parallaxe 25
§ 16. De la Caille. Parallaxe de Sirius, selon les observations faites au Cap, réduites par Maskelyne. 26
§ 17. De la Caille. Observations de Sirius faites à Paris, et discutées par Lalande . . . 27
§ 18. Travaux de Piazzi, relatifs à la détermination des parallaxes de plusieurs étoiles, à l'aide des distances zénithales 27

Page.
§ 19. Piazzi sur la parallaxe de l'étoile polaire, déduite des ascensions droites observées à Palerme. Critique par M. de Lindenau 32
§ 20. Calandrelli sur la parallaxe de α Lyrae 33
§ 21. Recherches de Bessel sur les observations faites par Bradley, à l'aide de l'instrument des passages de Greenwich. Valeurs des parallaxes de Sirius et α Lyrae, Procyon et α Aquilae, et de la Polaire, et de l'aberration, déduites de ces observations . . 34
§ 22. Travaux de Brinkley sur les parallaxes d'un grand nombre d'étoiles. Critique de ces travaux par Pond 35
§ 23. Travaux de Pond sur les parallaxes. Critique de ces travaux par Brinkley 43
§ 24. Comparaison des travaux de Brinkley et de Pond 47
§ 25. Recherche sur la parallaxe de l'étoile 61 Cygni, par MM. Arago et Matthieu, à l'aide des distances zénithales, et par M. de Lindenau, à l'aide des ascens. dr. 48
§ 26. Travaux de Bessel pour déterminer la parallaxe de 61 Cygni et de μ Cassiopejae, à l'aide des ascensions droites observées en 1815 et 1816. Paradoxe d'une parallaxe négative de 61 Cygni. Explication probable de ce paradoxe 48
§ 27. Observations faites par M. W. de Struve à Dorpat, pour la détermination de l'aberration et des parallaxes, à l'aide des ascensions droites de plusieurs étoiles circompolaires et opposées 51
§ 27*. Recherches de Brioschi sur les parallaxes 173
§ 28. Détermination de la parallaxe de α Lyrae, à l'aide de mesures micrométriques faites à Dorpat par M. de Struve 57
§ 29. Bessel détermine la parallaxe de l'étoile double 61 Cygni, à l'aide de l'héliomètre . 58
§ 30. Travaux exécutés à Greenwich sur la parallaxe de α Lyrae, sous la direction de M. Airy 60
§ 31. Détermination de la parallaxe de α Centauri, par les observations de Henderson et M. Maclear, faites au Cap 61
§ 32. La parallaxe de Sirius, d'après les observations de Henderson et de M. Maclear, faites au Cap 64
§ 33. De la parallaxe de l'étoile polaire d'après les recherches de M. de Lindenau sur les ascensions droites, observées à plusieurs observatoires; et d'après les observations de Dorpat, soit d'ascension droite, soit de déclinaison 65

SECONDE SECTION.

Recherches sur les parallaxes de plusieurs étoiles, à l'aide des observations faites à l'observatoire de Poulkova au grand cercle vertical d'Ertel.

§ 34. Introduction. Notice sur l'instrument employé 66
§ 35. Précautions générales de l'observation. Choix des huit étoiles à observer 67
§ 36. Rectification des axes de rotation et de l'axe optique. Inclinaison du fil horizontal. . 68
§ 37. Grossissement employé. Bissection de l'étoile. Mouvement gros et micrométriques de l'instrument. Observations quadruples, triples et doubles, dans les deux positions du limbe. Angles horaires. Instruments météorologiques 69

Page.

§ 38. Précautions à prendre, par rapport à la tension des rayons du cercle chercheur . . . 71

§ 39. Distance du zéro du microscope au trait voisin de division. Irrégularités des vis. Corrections des indications que donne le tambour d'un microscope. Table de corrections pour les 4 microscopes. 71

§ 40. Examen des intervalles entre les traits voisins de division. Table. Erreur probable du pointage sur le trait. Valeur probable de l'erreur accidentelle de division. 75

§ 41. Indications des microscopes exprimées en vraies secondes. Erreur probable de cette expression 78

§ 42. Compensation des différents traits de division de chaque groupe employé dans l'observation d'une étoile. Avantage qui provient de cette compensation, pour la détermination de la latitude et des déclinaisons 79

§ 43. Examen du niveau réuni au corps du porte-microscopes 83

§ 44. Variation de la collimation de l'axe optique de l'instrument, depuis l'horizon jusqu'au zénith 84

§ 45. Réduction des observations, pour l'angle horaire. Calcul des réfractions. 84

§ 46. Considérations sur l'influence qu'exercent, sur la détermination de la distance zénithale, les petites imperfections restantes de la rectification de l'instrument. 85

§ 47. Valeurs approximatives de la latitude et de la flexion du tube. Déduction des déclinaisons apparentes observées 87

§ 48. Attributs des déclinaisons observées, selon les conditions atmosphériques et le nombre des pointages 88

§ 49. Poids relatifs des déclinaisons observées, selon les attributs et le nombre des pointages 88

§ 50. Observations exclues 89

§ 51. Déclinaisons calculées de l'étoile polaire. 90

§ 52. Déclinaisons calculées des autres 7 étoiles 91

§ 53. Petites corrections des déclinaisons calculées, à cause de l'attraction du Soleil. . . . 92

§ 54. Analyse des inconnues à déterminer à l'aide des observations de l'étoile polaire. Forme des équations de condition 92

§ 55. Analyse des inconnues à déterminer à l'aide des observations des autres 7 étoiles. Forme des équations de condition. 95

§ 56 Explication des tableaux des observations des 8 étoiles, contenus § 57 à 64. 97

§ 57 à 64 Tableaux des observations . . . . 98 à 119

§ 65. Formation des équations de condition pour l'étoile polaire. Équations finales pour cette étoile. Valeurs trouvées des inconnues, par la résolution des équations finales. Erreur probable d'une observation isolée. Erreurs restantes. 119

§ 66. Dernières modifications des erreurs probables, relatives aux inconnues déterminées par les observations de la Polaire, à cause des erreurs probables de plusieurs éléments de calcul, éléments qui n'ont pas été rectifiés par la résolution des équations finales. Corrections à appliquer aux valeurs trouvées, pour les termes négligés de l'aberration qui dépendent du mouvement du centre du Soleil autour du centre de gravité du système solaire 120

§ 67. Valeurs définitives des inconnues déterminées par les observations de l'étoile polaire. Erreurs probables définitives de ces valeurs. 121

Page.

§ 68. Équations de condition, pour les autres 7 étoiles. Équations finales. Valeurs des inconnues, par la résolution des équations finales. Correction ultérieure des valeurs trouvées et de leurs erreurs probables 122

§ 69. Exactitude des déclinaisons moyennes trouvées des 7 étoiles. 124

§ 70. Correction ultérieure des valeurs antérieures, par rapport à la flexion du tube et du cercle 124

§ 71. Correction ultérieure du coefficient thermométrique de la réfraction 125

§ 72. Recherche du mouvement propre en déclinaison des 5 étoiles, Capella, ι Ursae maj., Arcturus, α Lyrae, α Cygni. 126

§ 73. Recherche du mouvement propre en déclinaison, de l'étoile *Groombridge* No. 1830 . 129

§ 74. Recherche du mouvement propre en déclinaison de l'étoile 61 Cygni 129

§ 75. Tableau des corrections à appliquer aux mouvements propres des 7 étoiles, supposés dans le calcul 133

§ 76. Correction des erreurs probables pour l'incertitude de la nutation 133

§ 77. Correction des valeurs trouvées pour les termes de l'aberration qui dépendent du mouvement du centre du Soleil autour du centre de gravité du système solaire 134

§ 78. Réunion des corrections ultérieures pour les 7 étoiles 135

§ 79. Tableau des valeurs définitives des inconnues à déterminer, pour les 7 étoiles, et de leurs erreurs probables. 136

§ 80. La flexion du tube suit la loi des sinus des distances zénithales. 137

§ 81. Réunion des 8 valeurs du coefficient de l'aberration, à une valeur moyenne 138

§ 82. Comparaison des parallaxes trouvées de la Polaire, de α Lyrae et de 61 Cygni aux déterminations antérieures. 138

§ 83. Remarques sur les autres parallaxes trouvées 140

§ 84. Réexamination des erreurs probables et des poids relatifs, selon le nombre des pointages et l'attribut, pour les observations isolées de l'étoile polaire. Identité de l'exactitude pour les observations de jour et de nuit, par un ciel clair et à travers les nuages. Comparaison de l'exactitude d'une observation de 4 et de 2 pointages 140

§ 85. Influence des nuages sur la réfraction 142

§ 86. Erreur probable d'une observation isolée, pour les autres 7 étoiles 143

§ 87. Recherches sur la variabilité de la latitude 143

§ 88. Recherche sur la variabilité de la flexion du tube, par suite de la température . . . 147

TROISIÈME SECTION.

Recherche sur la valeur de la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur.

§ 89. Considérations générales 148

§ 90. Possibilité de déterminer la parallaxe moyenne des étoiles de deuxième grandeur. . . 149

§ 91. Matériaux pour cette recherche fournis par 35 étoiles différentes 149

§ 92. Distances relatives des étoiles des classes 1 à 6 de grandeur apparente. Distances relatives des 35 étoiles employées 150

Page.

§ **93.** Formation des équations de condition, pour l'évaluation de la parallaxe moyenne $= p$, des étoiles de deuxième grandeur **152**

§ **94.** Résolution d'un problème général du calcul de probabilité **153**

§ **95.** Application de la résolution précédente à plusieurs des équations du § 93. . . . . . . **154**

§ **96.** Première résolution des équations de condition. Valeur approximative de p. **156**

§ **97.** Objections contre cette valeur de p, basées sur-tout sur l'inexactitude d'un éclat absolu égal pour toutes les étoiles, et sur les petites erreurs de nature constante qui peuvent se trouver dans les parallaxes trouvées **158**

§ **98.** Erreur introduite dans l'équation de condition par la taxation de l'éclat de l'étoile. . **158**

§ **99.** Erreur introduite dans l'équation de condition par l'hypothèse, que toutes les étoiles aient le même éclat absolu **160**

§ **100.** Erreur introduite dans l'équation de condition par l'incertitude des distances moyennes **163**

§ **101.** Réunion des erreurs indiquées des §§ 98 et 99 . . . . **163**

§ **102.** Introduction des erreurs constantes des parallaxes dans les équations de condition . **164**

§ **103.** Réunion des différentes erreurs à introduire avec les erreurs probables primitives des équations de condition **165**

§ **104.** Problème général de probabilité à résoudre **167**

§ **105.** Application du problème précédent aux équations en question **168**

§ **106.** Tableau général des valeurs de p finales et des erreurs probables de ces valeurs, eu égard à toutes les erreurs probables, soit primitives, soit introduites. Résultat final pour la parallaxe moyenne des étoiles fixes de deuxième grandeur **170**

§ **107.** Réflexions sur le résultat obtenu **170**

§ **108.** Parallaxes moyennes et distances linéaires des étoiles selon les différentes classes de grandeur apparente. **171**

§ **109.** Évaluation linéaire du mouvement progressif du centre du système solaire dans l'espace. **172**

Addition. Recherches de Brioschi sur les parallaxe. **173**

UNTERSUCHUNG DER THEILUNGSFEHLER

DES

ERTELSCHEN VERTICALKREISES

DER

PULKOWAER STERNWARTE,

VON

C. A. F. Peters, Dr.

Im Sommer und Herbst 1847 wurden von mir sowol die regelmässigen Theilungsfehler des Ertelschen Verticalkreises, als auch die Fehler derjenigen Striche untersucht, welche für die Beobachtungen des Polarsterns in beiden Culminationen in Betracht kommen. Der gegenwärtige Aufsatz enthält eine kurze Auseinandersetzung des bei dieser Untersuchung angewandten Verfahrens nebst den gefundenen Resultaten.

§ 1.

Am Mikroskopenträger des Verticalkreises sind, wie man aus der Zeichnung in der *Description de l'Observatoire de Poulkova* pl. XXVI ersehen kann, vier um 90 Grad von einander abstehende und mit den Zahlen I, II, III und IV bezeichnete Mikroskope befestigt. Wenn man den Mikroskopenträger von dem kleinen Einstellungskreise aus ansieht, so ist das Mikr. I an der linken seitlichen Verticalstange oben, das Mikr. II an derselben Stange unten, das Mikr. III an der rechten Verticalstange oben und das Mikr. IV an dieser Stange unten befestigt. Zur Untersuchung der Theilungsfehler dienten ausser diesen Mikroskopen noch zwei andere *A* und *B*, von denen ersteres zwischen den Mikr. I und II und letzteres zwischen den Mikr. III und IV befestigt wurde. Diese beiden Mikroskope, von derselben Construction wie I, II, III und IV, waren von den Herrn Ertel dem Instrumente beigeliefert worden. Der Mechaniker der Pulkowaer Sternwarte, Hr. Brauer, brachte an jedem derselben einen Arm an, von dem der eine Theil längs einer der Ver-

ticalstangen des Mikroskopenträgers auf- und nieder bewegt, und auf jeder beliebigen Stelle an dieser Stange, mittelst Klemmschrauben, befestigt werden kann. Der andere Theil des Arms, an welchem das Mikroskop befestigt ist, hat ausser der mit dem ersten Theil gemeinschaftlichen Bewegung des Auf- und Niedersteigens, noch eine drehende Bewegung um eine am ersten Theil befindliche horizontale Achse, die senkrecht zur Fläche des verticalen Kreises gerichtet ist, und kann, in jeder beliebigen Lage um diese Drehungsachse, befestigt werden. Auf diese Art liessen sich die Mikroskope *A* und *B* mit Leichtigkeit auf jeden verlangten Abstand von den Mikroskopen I, II, III und IV bringen und in solcher Lage befestigen.

§ 2.

Der von 2 zu 2 Minuten getheilte Verticalkreis, der zum Beobachten der Zenithdistanzen dient, enthält keine Zahlen, sondern diese befinden sich auf dem an dem andern Ende der horizontalen Drehungsachse angebrachten Einstellungskreise. An letzterm werden nämlich die Grade und Minuten, und an dem erstern die Secunden abgelesen. Die Flächen beider Kreise, welche die Theilstriche enthalten, sind nach derselben Seite hin gerichtet; und die Richtung in welcher die Zahlen auf dem Einstellungskreise fortlaufen ist, wie bei allen Münchener Kreisen, die, dass wenn man die eingetheilte Fläche ansieht, die Zahlen von dem untern Theil des Kreises durch den linken nach dem obern Theil, und von diesem durch den rechten Theil wieder nach dem untern fortlaufen, und zwar ununterbrochen von 0° bis 360°.

Zum bessern Verständniss der folgenden Untersuchung wird es nöthig sein sich auch Zahlen auf dem Hauptkreise vorzustellen: ich werde also annehmen, dass zu jedem Striche dieses Kreises, der unter den Nullpunct des Mikroskops I gestellt wird, dieselbe Zahl gehört, worauf alsdann der Index des Einstellungskreises zeigt.

§ 3.

Zur Bestimmung der regelmässigen Theilungsfehler wurden die Fehler für 28° 42′, 29° 42′, 30° 42′ und so fort von Grad zu Grad ermittelt, und zwar jedesmal im Mittel für 5 neben einander liegende Striche, nämlich für die Striche 38′, 40′, 42′, 44′ und 46′.

Um zuvörderst die Theilungsfehler für die um 15 Grad von einander abliegenden Striche zu bekommen, wurde der Kreis in Bogen von 90°, 60°, 45°, 30° und 15° Länge, und zwar mit jedem dieser Bogen von 15 zu 15 Grad, untersucht, indem nach der Reihe 28° 42′, 43° 42′ u. s. w. zu den Ausgangspuncten der Messungen genommen wurden. Auf diese Art sind alle um 15 Grad von einander abliegende Theilstriche gleich genau bestimmt.

Bei der Untersuchung der Theilungsfehler von 90 zu 90 Grad kamen die Mikroskope *A* und *B* nicht in Anwendung, da die festen Mikroskope I, II, III und IV schon um Quadranten von einander abstehen. Das bei diesen Messungen angewandte Verfahren war folgendes:

Die Trommeln der Mikroskope I und IV wurden auf Null und der Strich 28° 38′ des Einstellungskreises auf den Index gestellt, darauf wurde der Strich des Kreises der sich schon zwischen den beiden Parallelfäden des Mikr. I befand, mittelst der Mikrometerschraube des Kreises, in die Mitte dieser Fäden eingestellt und dann die Fäden des Mikr. II auf den Strich gebracht, der 90° vom vorhergehenden entfernt ist, und die Trommel dieses Mikroskops abgelesen. Auf ähnliche Art wurde hierauf mit den Mikroskopen IV und III operirt. Aehnliche Messungen wurden ausgeführt, indem der Index successive 118° 38′, 208° 38′ und 298° 38′ zeigte. Hiemit war die erste Messungs-Reihe beendigt. Jetzt wurden noch, ohne eine Zwischenpause zu machen, 4 Messungs-Reihen ausgeführt, in welchen der Index successive auf folgende Zahlen gestellt war:

2te Reihe	298°40′,	208°40′,	118°40′,	28°40′	
3te «	28 42,	118 42,	208 42,	298 42	
4te «	298 44,	208 44,	118 44,	28 44	
5te «	28 46,	118 46,	208 46,	298 46,	28 46.

Durch diese Anordnung wird, für die ersten vier Reihen, eine der Zeit proportionale Aenderung der Abstände der Mikroskope von einander, unschädlich gemacht. Für die 5te Reihe erreichte ich dieses dadurch, dass ich etwaige Abweichungen der letzten Ablesungen bei 28° 46′ von den ersten, welche bei derselben Angabe des Index gemacht waren, als durch solche Aenderungen hervorgebracht ansah, und dem gemäss bei den übrigen Ablesungen dieser Reihe berücksichtigte.

Diese Untersuchung der Theilstriche von 90 zu 90 Grad wurde, auf ganz ähnliche Art, noch 5 mal ausgeführt, nämlich für

43°42′,	133°42′,	223°42′,	313°42′
58 42,	148 42,	238 42,	328 42
		. . .	
103 42,	193 42,	283 42,	13 42.

Die Werthe der Schrauben-Umgänge der Mikroskope wurden zu Anfange und am Schlusse der zusammengehörenden Messungs-Reihen bestimmt. Um diese Werthe zu erhalten wurde mit den Mikroskopen die Entfernung zwischen zwei neben einander liegenden Theilstrichen des Kreises gemessen, deren in Secunden ausgedrückter Abstand aus einer frühern Untersuchung schon bekannt war. (*Recherches sur la parall. des étoiles fixes*, § 40.)

§ 4.

Bei den Messungen in Bogen von 60°, 45°, 30° und 15° Länge kamen folgende Mikroskope in Anwendung:

bei dem Abstande von	60°	die Mikr.	II und *A*,	und	III	und	*B*
« « «	45°	«	I « *A*,	«	IV	«	*B*
« « «	30°	«	I « *A*,	«	IV	«	*B*
« « «	15°	«	II « *A*,	«	III	«	*B*.

Diese Messungen wurden auf ähnliche Art ausgeführt, wie es vorhin für die Messungen in Bogen von 90° Länge auseinander gesetzt ist. Jedesmal wurde die Anordnung so getroffen, dass etwaige der Zeit proportionale Aenderungen in den Abständen der Mikroskope *A* und *B* von den festen Mikroskopen keinen Einfluss auf die aus diesen Messungen abgeleiteten Abstände zwischen den Mitteln aus 5 Strichen haben konnten.

Die Aenderung der Entfernungen der Mikroskope *A* und *B* von den festen Mikroskopen war während der Dauer der zusammengehörenden Messungs-Reihen immer nur geringe und ging im Zeitraum von einer Stunde selten bis auf eine ganze Secunde.

Beim Messen der Zenithdistanz eines Gestirns lese ich fast immer alle vier Mikroskope ab, höchst selten, und nur in ganz aussergewöhnlichen Fällen, zwei (die alsdann 180 Grad von einander abstehen), nie ein einzelnes Mikroskop. Es werden deshalb hier auch nur diejenigen Theilungsfehler untersucht, welche im Mittel für je zwei um 180° von einander abliegende Striche gelten.*) Die auf solche Art bestimmten Theilungsfehler sind, wie bekannt, ganz frei von etwaigen Unregelmässigkeiten der Figur der Zapfen der horizontalen Drehungsachse des Kreises. Sie werden ausserdem auch noch frei von der Einwirkung der Schwere auf den Kreis, weil alle Messungen in zwei um 180° verschiedenen Stellungen des Kreises in seiner Ebene, ausgeführt sind.

§ 5.

Bezeichnet man die Correctionen, welche, der Theilungsfehler wegen, an die Ablesungen des Kreises anzubringen sind, wie folgt:

Ablesung.	Corr. der Ablesung.
28° 42′ und 208° 42′	ξ
43 42 « 223 42	ξ^{I}
58 42 « 238 42	ξ^{II}
73 42 « 253 42	ξ^{III}
88 42 « 268 42	ξ^{IV}
103 42 « 283 42	ξ^{V}
118 42 « 298 42	ξ^{VI}
133 42 « 313 42	ξ^{VII}
148 42 « 328 42	ξ^{VIII}
163 42 « 343 42	ξ^{IX}
178 42 « 358 42	ξ^{X}
193 42 « 13 42	ξ^{XI},

so ergeben die vorhin erwähnten, in Bogen von 90°, 60°, 45°, 30° und 15° ausgeführten, Messungen:

*) Im Jahre 1840 untersuchte ich den Kreis, von 10 zu 10 Graden, in Bogen von 180° Länge, sowol mit den Mikroskopen I und IV als auch mit den Mikroskopen II und III. Aus diesen Messungen folgt die Correction, welche, der Excentricität wegen, an eine einzelne Ablesung des Theilstrichs z anzubringen ist,

$$= + 0'',02 \sin z + 7'',06 \cos z.$$

Tafel I.

1) Abstände von 90°.

	Temp.
$\xi - \xi^{VI} = -1''{,}592,$	$+9^{\circ}{,}4$ R.
$\xi^{I} - \xi^{VII} = -1{,}642,$	$+10{,}0$
$\xi^{II} - \xi^{VIII} = -0{,}822,$	$+10{,}3$
$\xi^{III} - \xi^{IX} = -1{,}712,$	$+11{,}0$
$\xi^{IV} - \xi^{X} = -1{,}542,$	$+11{,}5$
$\xi^{V} - \xi^{XI} = -0{,}159,$	$+11{,}4$

2) Abstände von 60°.

	Temp.
$\xi^{X} - \xi^{VI} = +0''{,}023,$	$+14^{\circ}{,}7$ R.
$\xi^{II} - \xi^{X} = -0{,}747,$	$+14{,}7$
$\xi^{VI} - \xi^{II} = +0{,}724,$	$+14{,}7$
$\xi^{XI} - \xi^{VII} = -1{,}074,$	$+15{,}4$
$\xi^{III} - \xi^{XI} = -1{,}112,$	$+15{,}4$
$\xi^{VII} - \xi^{III} = +2{,}186,$	$+15{,}4$
$\xi - \xi^{VIII} = -1{,}873,$	$+15{,}0$
$\xi^{IV} - \xi = -0{,}101,$	$+15{,}0$
$\xi^{VIII} - \xi^{IV} = +1{,}973,$	$+15{,}0$
$\xi^{IX} - \xi^{V} = +0{,}949,$	$+13{,}8$
$\xi^{I} - \xi^{IX} = -1{,}621,$	$+13{,}8$
$\xi^{V} - \xi^{I} = +0{,}671,$	$+13{,}8$

3) Abstände von 45°.

	Temp.
$\xi - \xi^{IX} = -1''{,}672,$	$+17^{\circ}{,}4$ R.
$\xi^{III} - \xi = +0{,}013,$	$+17{,}4$
$\xi^{VI} - \xi^{III} = +1{,}611,$	$+17{,}4$
$\xi^{IX} - \xi^{VI} = +0{,}047,$	$+17{,}4$
$\xi^{I} - \xi^{X} = -1{,}102,$	$+18{,}4$
$\xi^{IV} - \xi^{I} = -0{,}384,$	$+18{,}4$
$\xi^{VII} - \xi^{IV} = +2{,}107,$	$+18{,}4$
$\xi^{X} - \xi^{VII} = -0{,}621,$	$+18{,}4$

	Temp.
$\xi^{XI} - \xi^{VIII} = -0'',581$,	$+17^{\circ},4$ R.
$\xi^{II} - \xi^{XI} = -0,322$,	$+17,4$
$\xi^{V} - \xi^{II} = +0,103$,	$+17,4$
$\xi^{VIII} - \xi^{V} = +0,800$,	$+17,4$

4) Abstände von 30°.

	Temp.
$\xi - \xi^{X} = -1'',496$,	$+15^{\circ},1$ R.
$\xi^{II} - \xi = +0,698$,	$+15,1$
$\xi^{IV} - \xi^{II} = -1,009$,	$+15,1$
$\xi^{VI} - \xi^{IV} = +1,808$,	$+15,1$
$\xi^{VIII} - \xi^{VI} = +0,182$,	$+15,1$
$\xi^{X} - \xi^{VIII} = -0,181$,	$+15,1$
$\xi^{XI} - \xi^{IX} = -0,590$,	$+18,0$
$\xi^{IX} - \xi^{VII} = -0,446$,	$+18,0$
$\xi^{VII} - \xi^{V} = +0,979$,	$+18,0$
$\xi^{V} - \xi^{III} = +0,922$,	$+18,0$
$\xi^{III} - \xi^{I} = -0,347$,	$+18,0$
$\xi^{I} - \xi^{XI} = -0,518$,	$+18,0$

5) Abstände von 15°.

	Temp.
$\xi^{VII} - \xi^{VI} = +0'',303$,	$+15^{\circ},8$ R.
$\xi^{VIII} - \xi^{VII} = -0,378$,	$+15,8$
$\xi^{IX} - \xi^{VIII} = -0,093$,	$+15,8$
$\xi^{X} - \xi^{IX} = -0,150$,	$+15,8$
$\xi^{XI} - \xi^{X} = -0,532$,	$+15,8$
$\xi - \xi^{XI} = -1,064$,	$+15,8$
$\xi^{I} - \xi = +0,421$,	$+15,8$
$\xi^{II} - \xi^{I} = +0,429$,	$+15,8$
$\xi^{III} - \xi^{II} = -0,844$,	$+15,8$
$\xi^{IV} - \xi^{III} = +0,043$,	$+15,8$
$\xi^{V} - \xi^{IV} = +1,125$,	$+15,8$
$\xi^{VI} - \xi^{V} = +0,742$,	$+15,8$

§ 6.

Aus den Gleichungen des vorhergehenden Paragraph sind nun die wahrscheinlichsten Werthe von ξ, ξ^{I}, ξ^{II},... abzuleiten. Das zu diesem Zweck anzuwendende Verfahren ergiebt sich durch folgende Betrachtung.

Für die Messungen, welche in Bogen ausgeführt sind, deren Länge $= \frac{180^0}{n}$, sei:

die wahre Länge des Bogens, welcher im Mittel zwischen den Theilstrichen ....

$$
\left.\begin{array}{l}
\left\{\begin{array}{lcl} 0^0 \text{ und } \frac{180^\circ}{n} \\ 180 & \text{»} & 180 + \frac{180}{n} \end{array}\right\} \text{ liegt,} = \frac{180}{n} + f'_{(n)} \\[2ex]
\text{»} \quad \left\{\begin{array}{lcl} \frac{180}{n} \text{ und } 2.\frac{180}{n} \\ 180 + \frac{180}{n} & \text{«} & 180 + 2.\frac{180}{n} \end{array}\right\} \quad \text{»} = \frac{180}{n} + f''_{(n)} \\[2ex]
\text{»} \quad \left\{\begin{array}{lcl} 2.\frac{180}{n} \text{ und } 3.\frac{180}{n} \\ 180 + 2.\frac{180}{n} & \text{»} & 180 + 3.\frac{180}{n} \end{array}\right\} \quad \text{»} = \frac{180}{n} + f'''_{(n)} \\
\qquad \vdots \qquad\qquad\qquad \vdots
\end{array}\right\} (1)
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
\text{»} \quad \left\{\begin{array}{lcl} 15 \text{ und } 15 + \frac{180}{n} \\ 195 & \text{»} & 195 + \frac{180}{n} \end{array}\right\} \quad \text{»} = \frac{180}{n} + {}_1f'_{(n)} \\[2ex]
\text{»} \quad \left\{\begin{array}{lcl} 15 + \frac{180}{n} \text{ und } 15 + 2.\frac{180}{n} \\ 195 + \frac{180}{n} & \text{»} & 195 + 2.\frac{180}{n} \end{array}\right\} \quad \text{»} = \frac{180}{n} + {}_1f''_{(n)}
\end{array}\right\} (2)
$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$
\text{»} \quad \left\{\begin{array}{lcl} i.\,15 \text{ und } i.\,15 + \frac{180}{n} \\ 180 + i.\,15 & \text{»} & 180 + i.\,15 + \frac{180}{n} \end{array}\right\} \quad \text{»} = \frac{180}{n} + {}_{(i)}f'_{(n)}
$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$
\text{»} \quad \left\{\begin{array}{lcl} i.\,15 + m.\frac{180}{n} \text{ und } i.\,15 + (m+1)\,\frac{180}{n} \\ 180 + i.\,15 + m.\frac{180}{n} & \text{»} & 180 + i.\,15 + (m+1).\frac{180}{n} \end{array}\right\} \quad \text{»} = \frac{180}{n} + {}_{(i)}f^{(m+i)}_{(n)}
$$

Der Kürze wegen, ist der zum Anfang gewählte Strich, der bei unserer Messung $28^0\,42'$ ist, mit 0 bezeichnet.

Für einen andern Satz von Messungen, in welchem der Kreis in Bogen, deren Länge $= \frac{180^0}{p}$ untersucht worden, erhält man die entsprechenden Bezeichnungen, wenn man in die vorhergehenden Ausdrücke überall p anstatt n setzt.

Der Collimationsfehler des Apparats zur Untersuchung der Theilung in Abständen von $\frac{180}{n}$ Graden sei $= c_{(n)}$; so dass der Apparat, wenn sonst keine Messungsfehler vorhanden wären, anstatt der wahren Abstände $\frac{180}{n} + f'_{(n)}$, $\frac{180}{n} + f''_{(n)}, \ldots$ die Grössen $\frac{180}{n} + f'_{(n)} - c_{(n)}$, $\frac{180}{n} + f''_{(n)} - c_{(n)}$, u. s. w. angeben würde. $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}$, $a'''_{(n)}, \ldots$ seien die wirklichen Fehler, mit welchen die gemessenen Abstände behaftet sind, deren wahre Werthe wir in (1) mit $\frac{180}{n} + f'_{(n)}$, $\frac{180}{n} + f''_{(n)}, \ldots$ bezeichneten; und zwar seinen $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}$, $a'''_{(n)}, \ldots$ die Correctionen, welche, ausser dem Collimationsfehler $c_{(n)}$, den gemessenen Abständen hinzuzufügen sind, um die wahren Werthe der Abstände zu erhalten. Es wird hier angenommen, dass die gemessenen Abstände schon Mittelwerthe sind aus den Messungen der fünf neben einander liegenden Striche, welche mit beiden um 180 Grad von einander abstehenden Mikroskopen-Paaren und in zwei um 180° verschiedenen Stellungen des Kreises ausgeführt sind.

Die Fehler $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}$, $a'''_{(n)}, \ldots$ werden hauptsächlich beim Einstellen der Mikroskope auf die Theilstriche, und durch die Einwirkung der Temperatur auf den Kreis, die Mikroskope und den Mikroskopenträger entstehen. Der Theil der Einwirkung der Wärme, der, während der Dauer der Messungen, der Zeit proportional ist, ist indess, wie bereits erwähnt worden, schon eliminirt.

Bezeichnet man jetzt mit $\frac{180}{n} + g'_{(n)}$, $\frac{180}{n} + g'_{(n)}, \ldots$ $\frac{180}{n} + g''_{(n)}, \ldots$ die gemessenen Längen der Bögen, deren wahre Werthe $\frac{180}{n} + f'_{(n)}$, $\frac{180}{n} + f''_{(n)}, \ldots$ $\frac{180}{n} + {}_1f'_{(n)}, \ldots$ sind, so hat man

$$\left.\begin{aligned}
\frac{180}{n} + f'_{(n)} - c_{(n)} - a'_{(n)} &= \frac{180}{n} + g'_{(n)} \\
\frac{180}{n} + f''_{(n)} - c_{(n)} - a''_{(n)} &= \frac{180}{n} + g''_{(n)} \\
&\vdots \\
\frac{180}{n} + f^{(n)}_{(n)} - c_{(n)} - a^{(n)}_{(n)} &= \frac{180}{n} + g^{(n)}_{(n)} \\
\frac{180}{n} + {}_1f'_{(n)} - c_{(n)} - {}_1a'_{(n)} &= \frac{180}{n} + {}_1g'_{(n)}
\end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

etc. etc.

Addirt man die Gleichungen (3), so erhält man, da

$$f'_{(n)} + f''_{(n)} + f'''_{(n)} + \ldots + f^{(n)}_{(n)} = 0 \text{ sein muss,}$$

$$-nc_{(n)} - a'_{(n)} - a''_{(n)} - a'''_{(n)} - \ldots - a^{(n)}_{(n)} = g'_{(n)} + g''_{(n)} + g'''_{(n)} + \ldots + g^{(n)}_{(n)}.$$

Aus der letzten Gleichung folgt

$$c_{(n)} = -\frac{g'_{(n)} + g''_{(n)} + g'''_{(n)} + \ldots + g^{(n)}_{(n)}}{n} - \frac{a'_{(n)} + a''_{(n)} + a'''_{(n)} + \ldots + a^{(n)}_{(n)}}{n},$$

Die wahre Länge des Bogens zwischen den Theilstrichen

$$\left\{\begin{matrix} m.\frac{180}{n} \text{ und } (m+1)\frac{180}{n} \\ \text{und } 180+m.\frac{180}{n} \text{ und } 180+(m+1)\frac{180}{n} \end{matrix}\right\} \text{ im Mittel,}$$

ist $= \frac{180}{n} + f_{(n)}^{(m+1)}$

$= \frac{180}{n} + g_{(n)}^{(m+1)} + c_{(n)} + a_{(n)}^{(m+1)}$

$$= \frac{180}{n} + g_{(n)}^{(m+1)} - \frac{g'_{(n)} + g''_{(n)} + g'''_{(n)} + \ldots + g^{(n)}_{(n)}}{n} + a_{(n)}^{(m+1)} - \frac{a'_{(n)} + a''_{(n)} + a'''_{(n)} + \ldots + a^{(n)}_{(n)}}{n} . \quad (4)$$

Der Theilungsfehler der Striche 0^0 und 180^0 sei im Mittel $= x^0_{(n)}$;

» » » » $\frac{180}{n}$ » $180+\frac{180}{n}$ » » $= x'_{(n)}$;

» » » » $2.\frac{180}{n}$ » $180+2.\frac{180}{n}$ » » $= x''_{(n)}$;

⋮ ,

so wird

$$\begin{aligned} f'_{(n)} &= x'_{(n)} - x^0_{(n)} \\ f''_{(n)} &= x''_{(n)} - x'_{(n)} \\ f'''_{(n)} &= x'''_{(n)} - x''_{(n)} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Setzt man, um abzukürzen,

$$\frac{g'_{(n)} + g''_{(n)} + g'''_{(n)} + \ldots + g^{(n)}_{(n)}}{n} = G_{(n)},$$

$$\frac{a'_{(n)} + a''_{(n)} + a'''_{(n)} + \ldots + a^{(n)}_{(n)}}{n} = A_{(n)},$$

so erhält man aus (4)

$$f^{(m+1)}_{(n)} = x^{(m+1)}_{(n)} - x^{(m)}_{(n)} = g^{(m+1)}_{(n)} - G_{(n)} + a^{(m+1)}_{(n)} - A_{(n)},$$

woraus folgt:

$$\left.\begin{aligned} x'_{(n)} - x^0_{(n)} &= g'_{(n)} - G_{(n)} + a'_{(n)} - A_{(n)}, \\ x''_{(n)} - x'_{(n)} &= g''_{(n)} - G_{(n)} + a''_{(n)} - A_{(n)}, \\ x'''_{(n)} - x''_{(n)} &= g'''_{(n)} - G_{(n)} + a'''_{(n)} - A_{(n)}, \\ &\vdots \\ x^0_{(n)} - x^{(n-1)}_{(n)} &= g^{(n)}_{(n)} - G_{(n)} + a^{(n)}_{(n)} - A_{(n)}. \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Aehnliche Gleichungen erhält man für die Messungs-Reihen, welche mit einem andern Theilstrich als mit 0 anfangen, und bei welchen der Kreis in andern Abständen als $\frac{180}{n}$ untersucht ist.

Unbekannt sind nun in den Gleichungen (5) die Grössen $x^0_{(n)}$, $x'_{(n)}$, $x''_{(n)}, \ldots x^{(n-1)}_{(n)}$ und $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}$, $a'''_{(n)}, \ldots\ldots a^{(n)}_{(n)}$, $A_{(n)}$, und analoge Grössen in den übrigen Messungs-Reihen.

Wenn man, wie bei der von mir ausgeführten Untersuchung, annehmen kann, dass den wirklichen Fehlern $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}$, $a'''_{(n)}, \ldots\ldots {}_1a'_{(n)}$, ${}_1a''_{(n)}, \ldots\ldots a'_{(p)}$, $a''_{(p)}, \ldots\ldots$ ein und derselbe wahrscheinliche Fehler entspricht, so hat man aus den Gl. (5) und den ähnlichen, welche die andern Messungs-Reihen ergeben, die Grössen $x^0_{(n)}$, $x'_{(n)}$, $x''_{(n)}, \ldots$ so zu bestimmen, dass die Summe der Quadrate aller a, nämlich die Summe

$$a'^2_{(n)} + a''^2_{(n)} + a'''^2_{(n)} + \ldots\ldots + {}_{(i)}a^{(m)2}_{(p)} + \ldots\ldots = M$$

ein Minimum wird.

Da jede einzelne Gleichung in (5) der Summe der übrigen Gleichungen in (5), negativ genommen, gleich ist, so folgt, dass man die n Grössen $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}, \ldots\ldots a^{(n)}_{(n)}$ nicht einzeln in $x^0_{(n)}$, $x'_{(n)}$, $x''_{(n)}, \ldots\ldots$ und bekannten Grössen ausgedrückt erhalten kann, sondern dass entweder noch eine der Grössen $a'_{(n)}$, $a''_{(n)} \ldots\ldots$ selbst oder eine Function dieser Grössen in den Ausdrücken für $a'_{(n)}$, $a''_{(n)}, \ldots\ldots$ beizubehalten ist. Wählt man zu dieser Function die Grösse

$$A_{(n)} = \frac{a'_{(n)} + a''_{(n)} + a'''_{(n)} + \ldots\ldots + a^{(n)}_{(n)}}{n},$$

so wird

$$\left.\begin{aligned} M = & [x'_{(n)} - x^0_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g'_{(n)}]^2 \\ & + [x''_{(n)} - x'_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g''_{(n)}]^2 \\ & + [x'''_{(n)} - x''_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g'''_{(n)}]^2 \\ & + \ldots\ldots\ldots \\ & + [x^0_{(n)} - x^{(n-1)}_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g^{(n)}_{(n)}]^2 \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

+ analogen Gliedern, welche sich auf die übrigen Messungs-Reihen beziehen.

Differentiirt man M in Bezug auf $A_{(n)}$, so erhält man:

$$\begin{aligned} & x'_{(n)} - x^0_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g'_{(n)} \\ + & x''_{(n)} - x'_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g''_{(n)} \\ & \vdots \\ + & x^0_{(n)} - x^{(n-1)}_{(n)} + A_{(n)} + G_{(n)} - g^{(n)}_{(n)} = 0; \end{aligned}$$

da nun $G_{(n)} = \frac{g'_{(n)} + g''_{(n)} + \ldots + g^{(n)}_{(n)}}{n}$, so folgt hieraus $A_{(n)} = 0$. Die Werthe von A, welche sich auf die übrigen Messungs-Reihen beziehen, werden ebenfalls $= 0$. Man hat demnach $x^0_{(n)}, x'_{(n)}, \ldots$ so zu bestimmen, dass der Ausdruck

$$[x'_{(n)} - x^0_{(n)} + G_{(n)} - g'_{(n)'}]^2$$
$$+ [x''_{(n)} - x'_{(n)} + G_{(n)} - g''_{(n)}]^2$$
$$+ [x'''_{(n)} - x''_{(n)} + G_{(n)} - g'''_{(n)}]^2$$
$$+ \ldots$$

ein Minimum wird.

Aus den im § 5 zusammengestellten Werthen der gemessenen Abstände habe ich, auf solche Art, folgende Werthe für die Theilungsfehler von 15 zu 15 Grad gefunden:

Tafel II.

Theilstrich.			Corr. der Ablesung.
28°42′	und	208°42′	— 0,″975
43.42	»	223.42	— 0,618
58.42	»	238.42	— 0,147
73.42	»	253.42	— 1,004
88.42	»	268.42	— 1,075
103.42	»	283.42	— 0,041
118.42	»	298.42	+ 0,642
133.42	»	313.42	+ 1,081
148.42	»	328.42	+ 0,766
163.42	»	343.42	+ 0,739
178.42	»	358.42	+ 0,546
193.42	»	13.42	+ 0,086.

Da sich nur die Unterschiede zwischen den verschiedenen Theilungsfehlern bestimmen lassen, und eine zu allen Theilungsfehlern hinzuzufügende Constante unbestimmt bleibt, so ist letztere so gewählt, dass die Summe der Theilungsfehler nahezu $= 0$ wird.

Die wahrscheinlichen Fehler der einzelnen in Tafel II zusammengestellten Theilungsfehler sind nicht ganz unabhängig von einander. Es findet sich nämlich, dass, nach Anbringung obiger Theilungsfehler,

der wahrsch. Fehler der Länge eines Bogens von 15° und von 165° = 0,″033
» » » » » » » » 30 » » 150, = 0,033
» » » » » » » » 45 » » 135, = 0,033
» » » » » » » » 60 » » 120, = 0,033
» » » » » » » » 75 » » 105, = 0,035
» » » » » » » » 90 » » — = 0,032

Die Unterschiede zwischen diesen verschiedenen wahrsch. Fehlern sind indess so geringe, dass sie vernachlässigt werden können. Man kann daher annehmen, dass der wahrscheinliche Fehler irgend eines aus der Taf. II genommenen Theilungsfehlers $= \frac{0'',035}{\sqrt{2}} = 0'',025$ ist.

Bei der Auflösung der Finalgleichungen, aus denen die Zahlen der Tafel II hervorgingen, fand sich der wahrscheinliche Fehler der Länge eines gemessenen Bogens, der auf Messungen der fünf neben einander liegenden Theilstriche, mit 2 um 180° von einander abstehenden Mikroskopen Paaren, und in zwei um 180° verschiedenen Stellungen des Kreises beruht, $= 0'',077$. Der wahrscheinliche Fehler der Einstellung eines Mikroskops auf einen Theilstrich ist $= 0'',090$ (S. *Resultate aus den Beobachtungen des Polarsterns*, Seite 6); wenn nämlich, wie es bei gegenwärtiger Untersuchung ohne Ausnahme geschehen ist, die Mikroskope beim Tageslichte abgelesen werden. Wären die Messungen mit keinen andern Fehlern behaftet, als solchen, die durch das Einstellen der Mikroskope entstehen, so müsste hiernach der wahrscheinliche Fehler eines gemessenen Bogens $= \frac{0'',090}{\sqrt{10}} = 0'',028$ sein. Der nicht unerheblich grössere Werth (0'',077), der aus der Untersuchung der Theilungsfehler dafür hervorgeht, beweiset, dass noch andere Fehler-Ursachen vorhanden gewesen sind.

§ 7.

Nachdem die Messungen, welche zur Untersuchung der Theilungsfehler von 15 zu 15 Grad dienten, beendigt waren, wurde der Kreis in Abständen von 5 Grad untersucht, indem natürlich von den Theilstrichen ausgegangen wurde, deren Fehler durch die vorhergehende Untersuchung schon bekannt waren. Darauf wurde der Kreis von Grad zu Grad in Abständen von 4° untersucht. Diese Messungen von 5 und 4 Grad wurden, wie die frühern, mit 2 um 180° von einander abstehenden Mikroskopen-Paaren und in zwei um 180 Grad verschiedenen Stellungen des Kreises ausgeführt. Aus den Messungen in Abständen von 5° folgte:

Tafel III.

Endpuncte des gemessenen Bogens (Mittel aus 5 Strichen.)						Länge des Bogens.
28°42′	und	33°42′;	208°42′	und	213°42′	...5° + 0'',315
33.42	»	38.42;	213.42	»	218.42......	+ 0,068
38.42	»	43.42;	218.42	»	223.42......	— 0,026
43.42	»	48.42;	223.42	»	228.42......	+ 0,081
48.42	»	53.42;	228.42	»	233.42......	+ 0,824
53.42	»	58.42;	233.42	»	238.42......	— 0,433
58.42	»	63.42;	238.42	»	243.42......	— 0,483
63.42	»	68.42;	243.42	»	248.42......	+ 0,122
68.42	»	73.42;	248.42	»	253.42......	— 0,496

Endpuncte des gemessenen Bogens (Mittel aus 5 Strichen.)	Länge des Bogens.
73°42′ und 78°42′; 253°42′ und 258°42′	5° — 0″,188
78.42 » 83.42; 258.42 » 263.42	+ 0,653
83.42 » 88.42; 263.42 » 268.42	— 0,536
88.42 » 93.42; 268.42 » 273.42	— 0,150
93.42 » 98.42; 273.42 » 278.42	+ 0,427
98.42 » 103.42; 278.42 » 283.42	+ 0,758
103.42 » 108.42; 283.42 » 288.42	— 0,187
108.42 » 113.42; 288.42 » 293.42	+ 0,607
113.42 » 118.42; 293.42 » 298.42	+ 0,263
118.42 » 123.42; 298.42 » 303.42	+ 0,331
123.42 » 128.42; 303.42 » 308.42	— 0,483
128.42 » 133.42; 308.42 » 313.42	+ 0,591
133.42 » 138.42; 313.42 » 318.42	+ 0,040
138.42 » 143.42; 318.42 » 323.42	+ 0,310
143.42 » 148.42; 323.42 » 328.42	— 0,664
148.42 » 153.42; 328.42 » 333.42	+ 0,302
153.42 » 158.42; 333.42 » 338.42	+ 0,205
158.42 » 163.42; 338.42 » 343.42	— 0,534
163.42 » 168.42; 343.42 » 348.42	+ 0,142
168.42 » 173.42; 348.42 » 353.42	— 0,155
173.42 » 178.42; 353.42 » 358.42	— 0,178
178.42 » 183.42; 358.42 » 3.42	— 0,840
183.42 » 188.42; 3.42 » 8.42	+ 0,379
188.42 » 193.42; 8.42 » 13.42	+ 0,001
193.42 » 198.42; 13.42 » 18.42	— 0,759
198.42 » 203.42; 18.42 » 23.42	— 0,028
203.42 » 208.42; 23.42 » 28.42	— 0,275.

§ 8.

Mittelst der Tafel III wurden in Tafel II die Theilungsfehler von 5° zu 5° eingeschaltet und darauf aus den in Abständen von 4° ausgeführten Messungen (die indess, um Raum zu ersparen, hier weggelassen sind) die Fehler von Grad zu Grad bestimmt. Auf solche Art ergab sich folgende Tabelle der Theilungsfehler:

Tafel IV.

Theilungsfehler des Verticalkreises, wenn die beiden Mikroskope I und IV abgelesen werden.

Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr der Ables.
		″			″			″			″
28°42′	208°42′	−0,975	73°42′	253°42′	−1,004	118°42′	298°42′	+0,642	163°42′	343°42′	+0,739
29	209	−0,650	74	254	−1,016	119	299	+0,741	164	344	+1,531
30	210	−0,929	75	255	−0,829	120	300	+0,654	165	345	+1,164
31	211	−0,965	76	256	−0,943	121	301	+0,866	166	346	+0,654
32	212	−0,733	77	257	−1,108	122	302	+0,760	167	347	+0,607
33	213	−0,660	78	258	−1,191	123	303	+0,973	168	348	+0,880
34	214	−0,805	79	259	−1,274	124	304	+0,892	169	349	+0,614
35	215	−0,140	80	260	−1,206	125	305	+1,199	170	350	−0,132
36	216	−0,778	81	261	−0,972	126	306	+0,741	171	351	+0,589
37	217	−0,830	82	262	−0,690	127	307	+0,504	172	352	+0,682
38	218	−0,592	83	263	−0,539	128	308	+0,490	173	353	+0,725
39	219	−0,778	84	264	−0,724	129	309	+0,866	174	354	+0,511
40	220	−0,545	85	265	−0,662	130	310	+0,873	175	355	+0,511
41	221	−0,647	86	266	−0,997	131	311	+0,389	176	356	+0,849
42	222	−0,565	87	267	−1,076	132	312	+0,774	177	357	+0,464
43	223	−0,618	88	268	−1,075	133	313	+1,081	178	358	+0,546
44	224	−1,234	89	269	−0,913	134	314	+0,766	179	359	+0,019
45	225	−1,000	90	270	−0,991	135	315	+0,987	180	0	+0,188
46	226	−0,611	91	271	−1,189	136	316	+1,092	181	1	−0,371
47	227	−0,487	92	272	−1,065	137	317	+1,295	182	2	−0,711
48	228	−0,537	93	273	−1,225	138	318	+1,121	183	3	−0,294
49	229	−0,438	94	274	−0,735	139	319	+0,871	184	4	−0,244
50	230	−0,555	95	275	−0,918	140	320	+0,988	185	5	−0,489
51	231	−0,282	96	276	−1,156	141	321	+1,246	186	6	+0,048
52	232	−0,663	97	277	−0,928	142	322	+1,224	187	7	+0,184
53	233	+0,286	98	278	−0,799	143	323	+1,430	188	8	+0,085
54	234	−0,626	99	279	−0,934	144	324	+1,092	189	9	+0,058
55	235	−0,094	100	280	−0,585	145	325	+0,995	190	10	+0,052
56	236	−0,383	101	281	−0,273	146	326	+1,171	191	11	−0,069
57	237	−0,521	102	282	−0,264	147	327	+0,901	192	12	+0,317
58	238	−0,147	103	283	−0,041	148	328	+0,766	193	13	+0,086
59	239	−0,321	104	284	+0,204	149	329	+1,009	194	14	−0,085
60	240	−0,930	105	285	+0,288	150	330	+1,323	195	15	−0,065
61	241	−0,540	106	286	+0,714	151	331	+1,232	196	16	−0,065
62	242	−0,999	107	287	+0,553	152	332	+0,832	197	17	−0,201
63	243	−0,630	108	288	−0,228	153	333	+1,068	198	18	−0,673
64	244	−0,425	109	289	+0,246	154	334	+1,304	199	19	−0,502
65	245	−1,034	110	290	+0,455	155	335	+1,256	200	20	−0,591
66	246	−0,631	111	291	+0,178	156	336	+1,132	201	21	−0,511
67	247	−0,775	112	292	+0,526	157	337	+1,168	202	22	−0,608
68	248	−0,508	113	293	+0,379	158	338	+1,273	203	23	−0,700
69	249	−0,600	114	294	+0,556	159	339	+1,189	204	24	−0,625
70	250	−0,466	115	295	+0,552	160	340	+1,108	205	25	−0,774
71	251	+0,097	116	296	−0,040	161	341	+1,030	206	26	−1,024
72	252	−0,534	117	297	+0,543	162	342	+0,862	207	27	−0,864
73. 42	253.42	−1,004	118. 42	298. 42	+0,642	163. 42	343.42	+0,739	208. 42	28. 42	−0,975

§ 9.

Um den Einfluss der zufälligen Theilungsfehler der untersuchten Striche auf die aus den Messungen dieser Striche abzuleitenden regelmässigen Theilungsfehler etwas zu vermindern, habe ich aus je drei Correctionen der Tafel IV immer das arithmetische Mittel genommen, und dieses als die Correction für den mittlern Grad einer jeden solchen Gruppe angesehen. Die folgende Tafel enthält die auf solche Art gefundenen und darauf durch Interpolation auf ganze Grade der Ablesung gebrachten Correctionen.

Tafel V.

Theilungsfehler des Verticalkreises, wenn beide Mikroskope I und IV abgelesen werden.

Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.
		″			″			″			″
0°	180°	+ 0,16	35°	215°	— 0,55	70°	250°	— 0,46	105°	285°	+ 0,23
1	181	— 0,13	36	216	— 0,58	71	251	— 0,32	106	286	+ 0,44
2	182	— 0,35	37	217	— 0,63	72	252	— 0,35	107	287	+ 0,47
3	183	— 0,45	38	218	— 0,73	73	253	— 0,59	108	288	+ 0,30
4	184	— 0,39	39	219	— 0,70	74	254	— 0,88	109	289	+ 0,18
5	185	— 0,31	40	220	— 0,64	75	255	— 0,94	110	290	+ 0,20
6	186	— 0,19	41	221	— 0,64	76	256	— 0,94	111	291	+ 0,32
7	187	— 0,03	42	222	— 0,59	77	257	— 1,00	112	292	+ 0,38
8	188	+ 0,11	43	223	— 0,67	78	258	— 1,11	113	293	+ 0,40
9	189	+ 0,10	44	224	— 0,85	79	259	— 1,20	114	294	+ 0,49
10	190	+ 0,05	45	225	— 0,95	80	260	— 1,20	115	295	+ 0,45
11	191	+ 0,04	46	226	— 0,87	81	261	— 1,09	116	296	+ 0,35
12	192	+ 0,10	47	227	— 0,65	82	262	— 0,89	117	297	+ 0,36
13	193	+ 0,11	48	228	— 0,53	83	263	— 0,71	118	298	+ 0,46
14	194	+ 0,07	49	229	— 0,49	84	264	— 0,65	119	299	+ 0,65
15	195	— 0,04	50	230	— 0,48	85	265	— 0,69	120	300	+ 0,70
16	196	— 0,08	51	231	— 0,45	86	266	— 0,83	121	301	+ 0,76
17	197	— 0,17	52	232	— 0,42	87	267	— 0,95	122	302	+ 0,79
18	198	— 0,36	53	233	— 0,25	88	268	— 1,04	123	303	+ 0,87
19	199	— 0,50	54	234	— 0,28	89	269	— 1,01	124	304	+ 0,92
20	200	— 0,57	55	235	— 0,21	90	270	— 1,00	125	305	+ 1,00
21	201	— 0,55	56	236	— 0,36	91	271	— 1,05	126	306	+ 0,91
22	202	— 0,58	57	237	— 0,34	92	272	— 1,11	127	307	+ 0,74
23	203	— 0,62	58	238	— 0,34	93	273	— 1,11	128	308	+ 0,59
24	204	— 0,66	59	239	— 0,38	94	274	— 0,99	129	309	+ 0,66
25	205	— 0,73	60	240	— 0,51	95	275	— 0,95	130	310	+ 0,73
26	206	— 0,83	61	241	— 0,66	96	276	— 0,96	131	311	+ 0,70
27	207	— 0,91	62	242	— 0,79	97	277	— 0,99	132	312	+ 0,70
28	208	— 0,92	63	243	— 0,71	98	278	— 0,94	133	313	+ 0,79
29	209	— 0,84	64	244	— 0,69	99	279	— 0,85	134	314	+ 0,90
30	210	— 0,85	65	245	— 0,70	100	280	— 0,72	135	315	+ 0,95
31	211	— 0,86	66	246	— 0,73	101	281	— 0,53	136	316	+ 1,00
32	212	— 0,85	67	247	— 0,76	102	282	— 0,32	137	317	+ 1,14
33	213	— 0,77	68	248	— 0,64	103	283	— 0,15	138	318	+ 1,15
34	214	— 0,67	69	249	— 0,60	104	284	+ 0,02	139	319	+ 1,07
35	215	— 0,55	70	250	— 0,46	105	285	+ 0,23	140	320	+ 1,01

Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.	Ablesung.		Corr. der Ables.
		″			″			″			″
140°	320°	+ 1,01	150°	330°	+ 1,08	160°	340°	+ 1,17	170°	350°	+ 0,42
141	321	+ 1,07	151	331	+ 1,17	161	341	+ 1,08	171	351	+ 0,36
142	322	+ 1,20	152	332	+ 1,10	162	342	+ 0,96	172	352	+ 0,47
143	323	+ 1,28	153	333	+ 1,05	163	343	+ 0,93	173	353	+ 0,66
144	324	+ 1,23	154	334	+ 1,11	164	344	+ 1,07	174	354	+ 0,62
145	325	+ 1,15	155	335	+ 1,22	165	345	+ 1,14	175	355	+ 0,59
146	326	+ 1,07	156	336	+ 1,22	166	346	+ 1,02	176	356	+ 0,62
147	327	+ 1,00	157	337	+ 1,19	167	347	+ 0,78	177	357	+ 0,61
148	328	+ 0,93	158	338	+ 1,20	168	348	+ 0,71	178	358	+ 0,54
149	329	+ 0,93	159	339	+ 1,20	169	349	+ 0,63	179	359	+ 0,32
150	330	+ 1,08	160	340	+ 1,17	170	350	+ 0,42	180	360	+ 0,16

Der wahrscheinliche Fehler η einer aus der Tafel IV genommenen Correction, insofern man diese als einen regelmässigen Theilungsfehler ansieht, von dem auf den Theilungsfehler eines nicht unmittelbar untersuchten Strichs geschlossen werden kann, ist zusammengesetzt aus dem wahrscheinlichen Fehler ε, der durch die Messungen entstanden ist, welche zur Bestimmung der Theilungsfehler dienten, und aus dem wahrscheinlichen Fehler ζ, der aus den zufälligen Theilungsfehlern derjenigen 10 Striche hervorgeht, für welche im Mittel jede in Taf. IV gegebene Correction gilt; so dass also $\eta = \sqrt{\varepsilon^2 + \zeta^2}$. Die Werthe von ζ sind für alle Correctionen der Tafel IV von gleicher Grösse, die Werthe von ε dagegen sind verschieden, indem sie für die zuerst bestimmten Theilungsfehler, von 15 zu 15 Grad, kleiner sein müssen, als für diejenigen, welche später eingeschaltet sind. Aus der Vergleichung der Correctionen der Tafel IV mit den arithmetischen Mitteln aus je drei auf einander folgenden Correctionen, auf welchen Tafel V beruht, folgt der wahrscheinliche Fehler η einer aus Taf. IV genommenen Correction im Durchschnitt $= 0'',139$, und der durchschnittliche wahrscheinliche Fehler einer aus Taf. V genommenen Correction $= 0'',113$.

§ 10.

Aus der Tafel V erhält man folgende Werthe für die Theilungsfehler, welche an die arithmetischen Mittel aus den Ablesungen aller vier Mikroskope anzubringen sind.

Tafel VI.

Theilungsfehler des Ertelschen Verticalkreises, wenn alle vier Mikroskope abgelesen werden.

Ablesungen.				Corr. der Ables.	Ablesungen.				Corr. der Ables.	Ablesungen.				Corr. der Ables.
				''					''					''
0°	90°	180°	270°	−0,42	30°	120°	210°	300°	−0,07	60°	150°	240°	330°	+0,29
1	91	181	271	−0,59	31	121	211	301	−0,05	61	151	241	331	+0,25
2	92	182	272	−0,73	32	122	212	302	−0,03	62	152	242	332	+0,16
3	93	183	273	−0,78	33	123	213	303	+0,05	63	153	243	333	+0,17
4	94	184	274	−0,69	34	124	214	304	+0,12	64	154	244	334	+0,21
5	95	185	275	−0,63	35	125	215	305	+0,23	65	155	245	335	+0,26
6	96	186	276	−0,57	36	126	216	306	+0,16	66	156	246	336	+0,24
7	97	187	277	−0,51	37	127	217	307	+0,06	67	157	247	337	+0,21
8	98	188	278	−0,42	38	128	218	308	−0,07	68	158	248	338	+0,28
9	99	189	279	−0,38	39	129	219	309	−0,02	69	159	249	339	+0,30
10	100	190	280	−0,34	40	130	220	310	+0,04	70	160	250	340	+0,35
11	101	191	281	−0,25	41	131	221	311	+0,03	71	161	251	341	+0,38
12	102	192	282	−0,11	42	132	222	312	+0,05	72	162	252	342	+0,30
13	103	193	283	−0,02	43	133	223	313	+0,06	73	163	253	343	+0,17
14	104	194	284	+0,05	44	134	224	314	+0,02	74	164	254	344	+0,10
15	105	195	285	+0,10	45	135	225	315	0,00	75	165	255	345	+0,10
16	106	196	286	+0,18	46	136	226	316	+0,06	76	166	256	346	+0,04
17	107	197	287	+0,15	47	137	227	317	+0,24	77	167	257	347	−0,11
18	108	198	288	−0,03	48	138	228	318	+0,31	78	168	258	348	−0,20
19	109	199	289	−0,16	49	139	229	319	+0,29	79	169	259	349	−0,29
20	110	200	290	−0,19	50	140	230	320	+0,26	80	170	260	350	−0,39
21	111	201	291	−0,11	51	141	231	321	+0,31	81	171	261	351	−0,36
22	112	202	292	−0,10	52	142	232	322	+0,39	82	172	262	352	−0,21
23	113	203	293	−0,11	53	143	233	323	+0,52	83	173	263	353	−0,03
24	114	204	294	−0,09	54	144	234	324	+0,48	84	174	264	354	−0,01
25	115	205	295	−0,14	55	145	235	325	+0,47	85	175	265	355	−0,05
26	116	206	296	−0,24	56	146	236	326	+0,35	86	176	266	356	−0,10
27	117	207	297	−0,27	57	147	237	327	+0,33	87	177	267	357	−0,17
28	118	208	298	−0,23	58	148	238	328	+0,29	88	178	268	358	−0,25
29	119	209	299	−0,09	59	149	239	329	+0,28	89	179	269	359	−0,35
30	120	210	300	−0,07	60	150	240	330	+0,29	90	180	270	360	−0,42

Der wahrscheinliche Fehler η einer aus dieser Tafel genommenen Correction wird $= \frac{0'',113}{\sqrt{2}} = 0'',08$ sein.

§ 11.

Folgende Tafel enthält die Correctionen, welche, der Theilungsfehler wegen, an die mit dem Verticalkreise beobachteten Declinationen anzubringen sind, wenn alle vier Mikroskope abgelesen sind, und in beiden Lagen des Kreises (Ost und West) beobachtet ist.

Tafel VII.

Declination.	Correction.
— 31°	+ 0″,09
— 30	— 0,03
— 29	— 0,15
— 28	— 0,26
— 27	— 0,30
— 26	— 0,29
— 25	— 0,29
— 24	— 0,27
— 23	— 0,21
— 22	— 0,08
— 21	0,00
— 20	+ 0,02
— 19	+ 0,03
— 18	+ 0,05
— 17	+ 0,03
— 16	0,00
— 15	+ 0,01
— 14	+ 0,03
— 13	— 0,05
— 12	— 0,19
— 11	— 0,27
— 10	— 0,25
— 9	— 0,20
— 8	— 0,18
— 7	— 0,16
— 6	— 0,17
— 5	— 0,21
— 4	— 0,22
— 3	— 0,21
— 2	— 0,19
— 1	— 0,17
0	— 0,18
+ 1	— 0,16
2	— 0,15
3	— 0,13
4	— 0,12
5	— 0,13
6	— 0,18
7	— 0,23
8	— 0,21
9	— 0,15
10	— 0,12
11	— 0,13
12	— 0,12
13	— 0,07
14	— 0,02
15	+ 0,01
16	+ 0,04
17	+ 0,10
18	+ 0,13
19	+ 0,13
20	+ 0,12
21	+ 0,18
22	+ 0,23
23	+ 0,21
24	+ 0,15
25	+ 0,12
26	+ 0,12
27	+ 0,14
+ 28	+ 0,16

Decl.	Corr. f. obere Culminationen.	Corr. f. untere Culminationen.
+ 29°	+ 0″,17	+ 0″,15
30	+ 0,18	+ 0,03
31	+ 0,18	— 0,09
32	+ 0,20	— 0,21
33	+ 0,22	— 0,29
34	+ 0,22	— 0,30
35	+ 0,19	— 0,30
36	+ 0,16	— 0,28
37	+ 0,17	— 0,25
38	+ 0,19	— 0,14
39	+ 0,22	— 0,03
40	+ 0,27	+ 0,02
41	+ 0,24	+ 0,03
42	+ 0,13	+ 0,05
43	0,00	+ 0,05
44	— 0,03	+ 0,01
45	0,00	0,00
46	— 0,01	+ 0,02
47	— 0,05	0,00
48	— 0,05	— 0,13
49	— 0,03	— 0,24
50	— 0,02	— 0,27
51	+ 0,03	— 0,22
52	+ 0,14	— 0,20
53	+ 0,25	— 0,17
54	+ 0,28	— 0,16
55	+ 0,30	— 0,19
56	+ 0,30	— 0,21
57	+ 0,29	— 0,22
58	+ 0,21	— 0,19
59	+ 0,09	— 0,17
60	— 0,03	— 0,17
61	— 0,15	— 0,16
62	— 0,26	— 0,16
63	— 0,30	— 0,14
64	— 0,30	— 0,12
65	— 0,29	— 0,12
66	— 0,27	— 0,14
67	— 0,21	— 0,21
68	— 0,08	— 0,23
69	0,00	— 0,18
70	+ 0,03	— 0,12
71	+ 0,04	— 0,12
72	+ 0,05	— 0,13
73	+ 0,03	— 0,10
74	0,00	— 0,04
75	+ 0,01	— 0,01
76	+ 0,02	+ 0,02
77	— 0,05	+ 0,08
78	— 0,19	+ 0,12
79	— 0,27	+ 0,13
80	— 0,25	+ 0,11
81	— 0,21	+ 0,15
82	— 0,19	+ 0,21
83	— 0,16	+ 0,23
84	— 0,17	+ 0,17
85	— 0,20	+ 0,12
86	— 0,22	+ 0,12
87	— 0,21	+ 0,13
88	— 0,18	+ 0,15
89	— 0,17	+ 0,16
90	— 0,17	+ 0,17

Für die Declinationen, welche den Zenithdistanzen 0°,45° und 90° entsprechen, sind sowol die Correctionen wegen Theilungsfehler als auch die wahrscheinlichen Fehler dieser Correctionen $= 0$; für die übrigen Declinationen wird der wahrscheinliche Fehler einer aus der letzten Tafel genommenen Correction $= \frac{0'',113}{2} = 0'',06$ sein.

§ 12.

Um die Polhöhe des Verticalkreises möglichst frei vom Einflusse der Theilungsfehler zu bekommen, wurden die Fehler der Striche auf dem Kreise, welche bei den Beobachtungen des Polarsterns gebraucht worden, auf denen die bisher bestimmte Polhöhe beruht, direct bestimmt.

Die Abstände zwischen den verschiedenen neben einander liegenden Theilstrichen, welche bei den Beobachtungen des Polarsterns eingestellt wurden, sind von mir schon früher, bei Gelegenheit der Ableitung der Aberrations-Constante und der Parallaxe des Polarsterns ermittelt, und ich hatte auch bereits alle Zenithdistanzen dieses Sterns auf das Mittel aus den vier neben einander liegenden Strichen bezogen, die unter jedem Mikroskop bei den verschiedenen Lagen des Kreises und bei obern und untern Culminationen des Polarsterns waren benutzt worden. Es war daher nur noch nöthig den Theilungsfehler für einen einzelnen Strich aus jeder Gruppe zu bestimmen und den jetzt dafür gefundenen Werth mit demjenigen zu vergleichen, welcher früher beim Reduciren auf das Mittel von vier neben einander liegenden Strichen angewandt ist. Ich bestimmte demnach die Theilungsfehler der vier Bogen A, die zwischen den Theilstrichen 331°18′ und 28°42′, 61°18′ und 118°42′, 151°18′ und 208°42′, 241°18′ und 298°42′ liegen, welche bei den Beobachtungen in der obern Culmination gebraucht sind, und die Theilungsfehler der vier Bogen B zwischen den Theilstrichen 328°16′ und 31°44′, 58°16′ und 121°44′, 148°16′ und 211°44′, 238°16′ und 301°44′, welche für die Beobachtungen in der untern Culmination in Betracht kommen. Das von mir bei dieser Untersuchung angewandte Verfahren, welches dem von Bessel angewandten (*Astron. Nachr. No.* 491) sehr ähnlich ist, war folgendes.

Die Mikroskope A und B befestigte ich so, dass ihre Faden, wenn die Trommeln auf Null gebracht waren, nahezu 57°24′ von einander abstanden, und mass dann mit beiden Mikroskopen-Paaren die Längen der vier Bogen A. Um den Collimationsfehler des Mess-Apparats zu bestimmen, mass ich mit demselben die Längen von 10 auf einander folgenden Bogen, deren End-Striche um 57°24′ von einander lagen. (Die Theilungsfehler der Endstriche des ganzen Bogens von 574° wurden nach Tafel V berücksichtigt.) Hierauf wurden die Längen der zwei Bogen A zweimal gemessen, dann wieder der Collimationsfehler bestimmt, indem ich nochmals die Länge von 10 auf einander folgenden Bogen von 57°24′ mass, deren Anfangs-Strich mit dem Endstriche des vorhin durchmessenen Bo-

gens von 574° zusammenfiel. Zum Schlusse wurden wieder die vier Bogen *A* gemessen. Diese Untersuchung wurde dreimal ausgeführt, während die Mikroskope *A* und *B* um 57°24′ von den Mikroskopen I und IV abstanden, und dreimal bei demselben Abstande von den Mikroskopen II und III. Die Bestimmung des Collimationsfehlers des Mess-Apparats beruhte jedesmal auf andern Theilstrichen des Kreises. Auf ganz ähnliche Weise wurden die Theilungsfehler der Endpuncte der vier Bogen *B* untersucht. Aus diesen Messungen ergeben sich folgende Correctionen, welche an die Zenithdistanzen des Polarsterns anzubringen sind, wenn die Ablesungen am Kreise auf die Theilstriche 331°18′ und 28°42′, 328°16′ und 31°44′ und diejenigen, welche um ganze Quadranten davon abliegen, bezogen werden.

Tag der Untersuchung. 1847.	Temperatur.	Corr. der Zenithdist. des Polarsterns in der obern Culminat.	Tag der Untersuchung. 1847.	Temperatur.	Corr. der Zenithdist. des Polarsterns in der untern Culminat.
Nov. 27	− 1°,6	− 0″,064	Dec. 4	+ 0°,6	+ 0″,257
» 27 u. 28	− 1,1	− 0,142	» 4 u. 5	+ 0,6	+ 0,248
» 28	− 1,1	− 0,054	» 5	+ 0,7	+ 0,254
» 28 u. 29	− 1,4	− 0,153	» 6	+ 1,4	+ 0,180
» 29	− 1,0	− 0,102	» 6 u. 7	+ 1,8	+ 0,242
Dec. 2 u. 4	+ 0,3	− 0,078	» 7	+ 2,0	+ 0,275
		Mittel − 0″,099			Mittel + 0″,243.

Aus den Abweichungen der einzelnen Werthe von ihren arithmetischen Mitteln, folgt der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen der obigen Correctionen = 0″,025, und der wahrscheinliche Fehler eines jeden der Mittelwerthe = 0″,010.

Beim Ableiten der Polhöhe des Verticalkreises = 59°46′ 18″,776, und der mittlern Declination des Polarsterns für 1842,0, = 88°28′ 0″,598 (*Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes p.* 121), waren die Zenithdistanzen dieses Sterns, wie erwähnt, auf die Mittel zwischen den jetzt untersuchten Strichen und je drei zunächst dabei liegenden bezogen. Die Reduction der Zenithdistanzen von den jetzt untersuchten Strichen auf das Mittel aus 4 Strichen war

für die obern Culminationen = − 0″,179,
» » untern » = + 0,099.

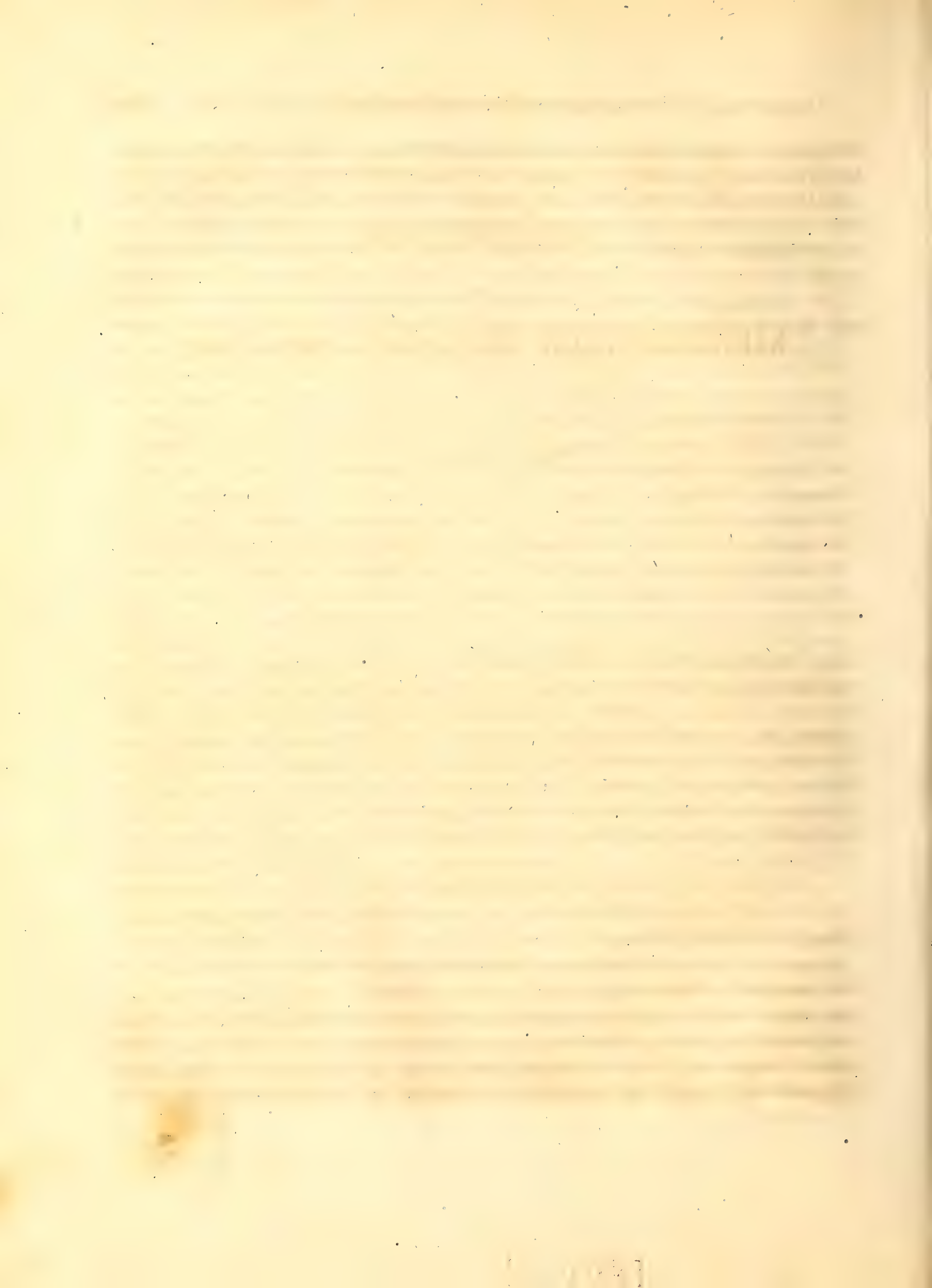
Die an die Zenithdistanzen jetzt noch anzubringenden Verbesserungen sind daher folgende:

$$\left.\begin{array}{ll}\text{für die Zenithdistanzen in der obern Culmination} & = -0'',099 + 0'',179 = +0'',080; \\ \text{» » » » » untern »} & = +0,243 - 0,099 = +0,144.\end{array}\right\} \quad (7)$$

Hiernach ist an die vorhin erwähnte Polhöhe noch die Correction − 0″,112, und an die mittlere Declination des Polarsterns die Correction − 0″,032 anzubringen. Der wahrscheinliche Fehler einer jeden dieser Correctionen ist = 0″,007. Der wahrscheinliche Fehler der Polhöhe sowol als der Declination war, ohne Berücksichtigung der Theilungs-

fehler und der Unsicherheit in der angewandten Refraction, $= 0{,}''017$. Nach Anbringung der Correctionen (7) wird der wahrscheinliche Fehler dieser Elemente $= \sqrt{0{,}017^2 + 0{,}007^2}$ $= 0{,}''018$ sein. Wir haben daher jetzt folgende Werthe für die Polhöhe und die Declination des Polarsterns, die ausser den Unsicherheiten welche den wahrscheinlichen Fehlern entsprechen nur noch mit einem etwaigen Fehler der angewandten Refraction behaftet sind:

Polhöhe des Verticalkreises $= 59°46'\ 18{,}''664$, mit dem wahrsch. Fehler $0{,}''018$
Mittl. Decl. des Polarsterns für 1842,0 = 88.28. 0,566, » » » » 0,018.



NEUE REDUCTION

DER

KÖNIGSBERGER DECLINATIONEN 1820.

VON

W. Döllen.

(Gelesen den 17. Dec. 1847.)

Den Meridiankreis von Reichenbach und Ertel, den die Königsberger Sternwarte seit 1819 besitzt, hat Bessel in Bezug auf die Biegung des Fernrohrs nach zwei ganz verschiedenen Methoden untersucht. Die eine, zuerst angewandte, stützt sich auf die Beobachtung der von einer Horizontalebene reflectirten Bilder der Sterne, und zwar ist dieses Hilfsmittel wieder in doppelter Weise ausgebeutet worden: nehmlich einmal durch Vergleichung der durch Umlegung des Instruments sich ergebenden Zenithdistanzen des Polarsterns mit den durch Reflexion erhaltenen, das andere Mal, und in der That noch vortheilhafter, durch Vergleichung der direct und reflectirt gemessenen Abstände nördlicher Sterne von südlichen. Die Uebereinstimmung der auf diesen beiden Wegen durch eine sehr bedeutende Anzahl von Beobachtungen der Jahre 1820 und 1821 erlangten Resultate ist eine durchaus befriedigende, und in dem Ergebnisse der ganzen Untersuchung, dem Ausdrucke nehmlich:

$$+ 1''{,}11 \sin (u + 1^\circ 33') + 0''{,}26 \cos (u + 1^\circ 33'),$$

als Correction für die Biegung an jede Angabe des Kreises u, schien dieses auf alle Bestimmungen einwirkende Element innerhalb sehr enger Grenzen festgestellt zu sein. Aber die Beobachtungen der nächsten Jahre schon liessen Zweifel hieran aufkommen. Die nächste Veranlassung gab die Bemerkung, dass die aus den Umlegungen des Instruments sich ergebende Polhöhe 1823 und 1824 im Mittel um 0'',36 kleiner gefunden wurde, als

1820 und 1821; eine Erscheinung, die auf eine Veränderlichkeit der Biegung des Rohrs zu deuten schien, und in der That erklärt wäre, sobald man annehmen wollte, dass der Coefficient 1,″11 des obigen Ausdrucks, d. i. die Biegung im Horizonte, sich im Laufe der Zeit bis auf 0,″49 vermindert hätte. Es lag nahe, dieses durch directe Versuche bestätigen zu wollen, und eine andere von Bessel indessen erdachte Methode der Bestimmung der Biegung, durch Beobachtung nehmlich entgegengesetzter Fernröhre, machte die Ausführung verhältnissmässig leicht. Die Versuche wurden angestellt, und 4 Reihen, an 4 verschiedenen Tagen, in beiden Lagen des Instruments, ergaben als unzubezweifelndes Resultat, dass die halbe Summe der Biegungen des Rohrs in entgegengesetzten horizontalen Lagen vollkommen verschwindend sei, nehmlich +0,″005 mit dem w. F. 0,″05. Sollte dies mit der frühern Bestimmung nicht im Widerspruch sein, sondern eben nur einer Veränderung der Biegung zugeschrieben werden dürfen, so hätte die Polhöhe jetzt um noch 0,″28 kleiner ausfallen müssen, eine Quantität, die so klein sie an und für sich ist, doch ausserhalb der in den Polhöhen noch zu fürchtenden Fehler zu liegen schien. Es giebt indessen noch ein anderes Mittel, eine stattgehabte Veränderung der Biegung zu erkennen, und zwar ist dasselbe sicherer als die Vergleichung der Polhöhen, indem es unabhängig ist von den Umlegungen des Instruments. Es besteht dasselbe in der Vergleichung der Mittel der in den verschiedenen Jahren beobachteten, immer auf dieselbe Weise reducirten Polardistanzen südlich vom Zenith culminirender Sterne, oder, was dasselbe ist, in der Vergleichung der durch die Polarsterne gefundenen Oerter des Pols auf dem Kreise mit den aus den Fundamentalsternen abzuleitenden, diese letzteren immer mit denselben Declinationen berechnet. Die Ausführung dieser Vergleichungen widerspricht nun aber auf das entschiedenste der, ja auch *a priori* schon wenig wahrscheinlichen, Hypothese von der Veränderlichkeit der Biegung. Es ist nehmlich im Mittel für die verschiedenen Jahre der Unterschied zwischen den Oertern des Pols aus den Polarsternen und aus den Fundamentalsternen, wie folgt:

1820 + 0,″02
1821 + 0,05
1822 + 0,19
1823 + 0,38
1824 + 0,18

und wenn man beachtet, dass der w. F. einer jeden dieser Bestimmungen nahezu 0,″1 ist, der einer Differenz aus zweien also nahezu 0,″14, so muss man wohl zugeben, dass selbst die Bestimmung des Jahres 1823, die noch die stärkste Andeutung von einer Veränderung der Biegung darbietet, und freilich in demselben Sinne als die Polhöhen, doch zur Entscheidung der Frage kein Gewicht hat, und nun vollends nichts beweist, da ihr die Bestimmung des folgenden Jahres widerspricht. Endlich wäre selbst die Abweichung des Jahres 1823 erklärt durch eine Verminderung der Biegung im Horizonte um nur 0,″3, so dass diese hiernach jetzt 0,″8 betragen müsste, während die Polhöhen 0,″5 verlangen,

und die directen Versuche unzweifelhaft 0,"0 ergeben haben. Es ist also der offenbare Widerspruch vorhanden, dass die Beobachtungen 1820 und 1821 eine Biegung im Horizonte 1,"11 geben, während diese aus den directen Versuchen 1824 0,"00 folgt, und doch durch die dazwischenliegenden Beobachtungen eine solche Veränderung der Biegung entschieden zurückgewiesen wird. Gegen die zuletzt angewandte Methode als solche lässt sich, so scheint es, nichts einwenden; noch weniger aber darf wohl gegen die nach derselben angestellten, hier in Rede stehenden Beobachtungen ein irgend in Betracht kommender Zweifel erhoben werden, da ja sonst Bessel die so leicht auszuführende Wiederholung derselben nicht unterlassen haben würde. Die Biegung 0 im Horizonte steht also fest; dann ist aber auch die Lösung des Widerspruches nur in den Bestimmungen der Jahre 1820 und 1821 zu suchen. Und in der That vereinigt sich Manches, diese zu verdächtigen. Bessel selbst hat zu wiederholten Malen Zweifel ausgesprochen gegen das der Herleitung der Resultate zu Grunde liegende Gesetz über die Abhängigkeit der Biegung des Rohrs von den Zenithdistanzen; mit unzweifelhaft grösserem Rechte lassen sich aber die Ergebnisse der Reflexionsbeobachtungen an und für sich angreifen, zumal wenn der angewandte künstliche Horizont, wie das bei den Beobachtungen 1820 und 1821 der Fall war, eine Wasserfläche ist. Die leichte Beweglichkeit dieser macht nehmlich, dass in der That nie ruhige Bilder von derselben erhalten werden, und wenn nun, wie man dies von den directen Beobachtungen her gewohnt ist, der mittlere Ort, d. i. das Mittel zwischen den Extremen des hin- und herschwankenden Bildchens, in die Mitte zwischen die Fäden gebracht wird, so entsteht die Frage, ob denn wirklich dieser mittlere Ort derjenige ist, den der Reflex von einer ruhigen Horizontalebne ergeben hätte, das heisst, denn darauf allein kommt es an, ob nicht Grund vorhanden ist, ausser dem nothwendiger Weise grösseren w. F. einer solchen Beobachtung auch eine Abweichung immer in demselben Sinne zu fürchten. Ohne hier auf eine weitere Untersuchung dieser gewiss nicht leicht zu beantwortenden Frage einzugehn, glaube ich doch mich entschieden dahin aussprechen zu dürfen, dass eine solche constante Abweichung wirklich vorhanden ist, und stütze mich dabei auf das Argument, dass gleichen Neigungsänderungen der reflectirenden Ebne nach Norden oder Süden nicht auch gleiche Verrückungen des Bildchens im Fernrohre entsprechen. Es sind die hier angeführten Bedenken gegen die Reflexionsbeobachtungen vom Wasserhorizonte zuerst von Struve ausgesprochen worden, *Obs. Dorpat. Vol. VI pag. XXXXIX,* bei Gelegenheit der Untersuchung des dem Königsberger Instrumente durchaus ähnlichen Dorpater Meridiankreises. Auch hier zeigte sich ein entschiedener Widerspruch zwischen der durch entgegengesetzte Fernröhre bestimmten Biegung und der in demselben Jahre aus den Reflexionsbeobachtungen nach Bessel's zweiter Methode gefolgerten, so dass also hier von einer allmählichen Veränderung derselben mit der Zeit gar nicht einmal die Rede sein kann. Dass dagegen der auf dem andern, der Umlegungen wegen gewiss weniger sicheren, Wege aus den Reflexionsbeobachtungen erhaltne Werth nahe genug mit der durch die entgegesetzten

Fernröhre erlangten Bestimmung zusammentrifft, erhöht das Gewicht dieser letzteren durchaus um nichts. Es ist dies meiner Meinung nach ein durchaus zufälliges Zusammentreffen, und auch ohne dasselbe hätte immer die directe Bestimmung allein zur Reduction aller Beobachtungen angewandt werden müssen, ganz ohne Rücksicht auf die Reflexionsbeobachtungen. Wie sehr der Erfolg die Richtigkeit dieser Ansichten bestätigt hat, muss a. a. O. nachgelesen werden; hier genügt es anzuführen, dass die Dorpater Sonnenbeobachtungen als mittleren Fehler der absoluten Declinationen der Sonne — 0,03 mit dem w. F. 0,05 ergeben, und dass also die auf dieselbe Weise reducirten Sterndeclinationen mit vollem Rechte als von jedem constanten Fehler frei angesehn werden dürfen. Ein gleiches ist nun aber bei den Königsberger Beobachtungen nicht der Fall, wie die von Herrn Professor Rosenberger durchgeführte Discussion aller Sonnenbeobachtungen erwiesen hat; und die aus derselben folgende mittlere Correction der Sonnendeclinationen + 0,79 lässt auch für die Declinationen der Fundamentalsterne eine bedeutende positive Correction erwarten, deren Ursache nun wohl kaum anderswo, als in dem fehlerhaften Biegungscoefficienten gesucht werden darf. Fasst man Alles zusammen, so erscheint es in der That als eine ganz nothwendige Arbeit, die Königsberger Declinationen von 1820 und 1821, die auf dem p. 203 mitgetheilten Ausdrucke für die Biegung beruhn, von neuem einer strengen Reduction zu unterwerfen unter Annahme derjenigen Biegung, die die directen Versuche ergeben haben; und das Bemühn, eine Reihe so ganz ausgezeichneter Beobachtungen, als welche die in Rede stehenden allgemein und gewiss mit vollstem Rechte anerkannt sind, von jedem möglichen constanten Fehler zu befrein, ist, meine ich, ein um so zeitgemässeres, als grade jetzt Fragen zur Verhandlung kommen, bei denen den Bruchtheilen der Bogensekunde eine enscheidende Wichtigkeit beigelegt wird.

Die hier zu lösende Aufgabe verlangt, wie so häufig in der praktischen Astronomie, dass aus Beobachtungen, die durch Fehler des Instruments entstellt sind, und vermittelst einer Rechnung, die zu ihrer Durchführung Zahlenwerthe erheischt, welche selbst erst aus eben den Beobachtungen genauer zu bestimmen sind, doch Resultate abgeleitet werden sollen, die durch beiderlei Fehler, die des Instruments sowohl als der Rechnung, nicht beeinträchtigt sind, d. h. Resultate, wie sie ein fehlerfreies Instrument ergeben hätte durch eine fehlerfreie Reduction. Nur sehr selten gewiss wird es ausführbar sein, die directeste Methode der Lösung solcher Aufgaben in Anwendung zu bringen, welche Methode offenbar darin bestände, für jede Beobachtungsgrösse die Gleichung aufzustellen, durch die sie mit den gesuchten Resultaten und den eben besprochenen Fehlern verknüpft ist, und aus der Gesammtheit dieser Gleichungen, die immer in der Ueberzahl vorhanden sein werden, nach dem bekannten Princip der kleinsten Quadratsumme die wahrscheinlichsten Werthe der eigentlich gesuchten Resultate sowohl als auch der numerischen Grösse der in Betracht gezogenen Fehler zu ermitteln. Ich sagte, dass nur selten diese Methode überhaupt ausführbar sein wird, und die Gründe dazu liegen

nicht fern; aber selbst da, wo dies doch möglich wäre, wird häufig, ja in nur einigermaassen verwickelten Fällen gewiss immer, der indirecte Weg der successiven Bestimmung und Elimination der einzelnen Fehlerquellen der bequemere sein. Es kommt hierbei auf eine zweckmässige Zusammenstellung der vorhandenen Beobachtungen an, so dass es möglich wird, die in ihnen vermischt erscheinenden Fehler von einander zu trennen, sie ihrer numerischen Grösse nach zu bestimmen, und dann die Beobachtungen von ihrem Einflusse zu befreien; und natürlich ist von vorn herein, schon bei Anstellung der Beobachtungen selbst, darauf Rücksicht genommen worden. Nach dem Vorgange Bessel's, dem ich mich — kaum brauche ich es zu sagen — bei dieser neuen Reduction seiner Beobachtungen aufs engste anzuschliessen gedenke, ist dies auch der in unserm vorliegenden Falle einzuschlagende Weg, und es zerfällt demzufolge die ganze Rechnung in 3 füglich von einander zu trennende Theile.

Die von Bessel in Betracht gezogenen Fehler des Instruments sind die Theilungsfehler des Kreises und der Einfluss der Schwere auf die Angaben desselben, welches letztere kurzweg Biegung heissen mag. Eine Durchbiegung der horizontalen Fäden, zwischen welche hinein die Einstellung der beobachteten Gestirne geschah, hat nicht Statt gefunden, wie dies wiederholte eigends dazu angestellte Versuche gezeigt haben; eben so wenig hat sich eine von der Temperatur abhängige Veränderlichkeit der Gesichtslinie des Fernrohrs im Sinne der Declination erkennen lassen. Als Fehler der Rechnung betrachtet er die Fehler der bei der Reduction angewandten Refractionstafeln und zwar in doppelter Hinsicht, sowohl in Bezug auf die diesen Tafeln zu Grunde liegende mittlere Refraction, die sogenannte Refractionsconstante, als auch auf den die Abhängigkeit der Refraction von der Temperatur bestimmenden Zahlenwerth, den sogenannten Thermometercoefficienten. Unabhängig hiervon ist noch die Untersuchung der bei den Beobachtungen angewandten meteorologischen Instrumente durchgeführt, namentlich des Thermometers, nach der unter dem Namen der Besselschen seitdem allgemein bekannten und nachgeahmten Methode. Allem voraus nun, weil unabhängig von eigentlich astronomischen Beobachtungen, hat Bessel die Bestimmung der Theilungsfehler ausgeführt, auch hierin das Muster aufstellend für alle ähnlichen Untersuchungen. Da der Kreis durch Nonien abgelesen wird, die einen Raum von $4\frac{1}{2}^0$ auf dem Kreise decken, so konnte es nur auf die einem Gesetze folgenden Theilungsfehler ankommen und die kleine Tafel pag. VIII der VIIten Abtheilung der Königsberger astronomischen Beobachtungen giebt die an das Mittel der Ablesungen aller 4 Nonien anzubringende Correction, geschlossen aus einer Curve, welche die von $3\frac{3}{4}^0$ zu $3\frac{3}{4}^0$ ermittelten wirklichen Theilungsfehler mit möglichster Annäherung darstellt. Hierauf folgt die Bestimmung der Thermometerverbesserung der Refraction, da diese unabhängig von allen andern Bestimmungsstücken, selbst von den schon erkannten Theilungsfehlern, blos aus der Vergleichung der in den verschiedenen Temperaturen angestellten Beobachtungen desselben Sterns unter sich, oder vielmehr aus der Vergleichung der einzelnen Beobachtungen mit ihrem Mittel,

hergeleitet werden kann. Ich habe hierzu nichts zu bemerken, als dass der kleine im Resultate dieser Untersuchung enthaltene Irrthum, von dessen Vorhandensein Bessel Abth. VIII pag. XV spricht, den er aber nicht näher angiebt, so unbedeutend ist, dass er nirgends einen überhaupt bemerkbaren Fehler hervorrufen kann; mindestens habe ich beim Durchrechnen nichts anders finden können, als dass die Finalgleichung:

$$0 = 2007{,}0 + 31745{,}3\, i$$

geändert werden muss in:

$$0 = 2010{,}2 + 31745{,}3\, i,$$

so dass für die zu bestimmende Grösse i statt $-0{,}063222$ der Werth $-0{,}063323$ entsteht, eine Aenderung, die nur $\frac{1}{40}$ des in i noch steckenden w. F. beträgt. Die Resultate dieser Untersuchungen, d. i. Theilungsfehler und Thermometerverbesserung der Refraction, entnehme ich also unverändert der alten Rechnung, und verlasse diese erst da, wo es sich um die Anbringung der von der Biegung abhängigen Correctionen handelt. Doch ehe ich daran gehe, glaube ich einige Worte über die Besselsche Art und Weise des Beobachtens sagen zu müssen, als erforderlich zum Verständniss des Folgenden. Das Wesentliche derselben besteht darin, dass immer nur Abstände vom Pole gemessen sind, abweichend von der in spätern Jahren bei demselben Instrumente befolgten Methode, bei welcher als fester Punkt auf dem Kreise der durch die Beobachtungen des reflectirten Fadennetzes bestimmte Ort des Nadirs benutzt ist. Die Kenntniss des Orts des Pols auf dem Kreise ist durch sehr sorgfältige, so häufig als nur immer möglich angestellte Beobachtungen der beiden Sterne α und δ Ursae min. in ihren beiden Culminationen erhalten worden, und es galt das Gesetz, dass das Instrument nie früher in eine andere Lage gebracht wurde, als bis diese Bestimmung das Gewicht von wenigstens 30 einzelnen Beobachtungen erlangt hatte. «Diese Anzahl der Beobachtungen,» sagt Bessel, «habe ich so gross «genommen, damit die Unsicherheit, welche dieselben noch übrig lassen, die Unsicherheit «jeder einzelnen Beobachtung eines Sterns in den verschiedenen Perioden während zweier «Umlegungen nicht merklich ungleich vermehren sollte, selbst wenn weit mehr als «30 Beobachtungen des Pols in eine Periode fallen.» Und in der That ist bei dieser Anordnung der Werth jeder gemessenen Entfernung eines Sterns von dem festen Punkte blos abhängig von dem Grade der Genauigkeit der Beobachtung des Sterns selbst und von einer Constanten, indem die Ungleichheit, die streng genommen noch in den verschiedenen Bestimmungen des Pols vorhanden ist, nun unbedeutend wirkt und überdies sich kaum in Rechnung ziehn liesse, da sie gewiss nicht blos nach der Zahl der Beobachtungen geschätzt werden darf. Die bei diesen Bestimmungen so wie bei allen andern Beobachtungen angewandten Refractionstafeln sind die in den *Fundamentis* pagg. 45 — 52 gegebenen, der Formel:

$$Refr = \delta\theta \cdot \left(\frac{b}{333{,}28} \cdot \frac{1 + 10 \cdot 0{,}00018484}{1 + \tau' \cdot 0{,}00018484}\right)^{A} \cdot \left(\frac{1 - 1{,}25 \cdot 0{,}0020779}{1 + (\tau - 50) \cdot 0{,}0020779}\right)^{\lambda}$$

entsprechenden, wo b die wahre Barometerhöhe in Pariser Linien bedeutet, τ' die Angabe des sogenannten innern Thermometers in Centesimal Graden und τ die äussere Temperatur in Fahrenheitschen Graden. Die oben angegebne Thermometerverbesserung der Refraction bezieht sich auf den Factor 0,0020779 dieser Formel, der also den Königsberger Beobachtungen zufolge abzuändern ist in $0{,}0020779\,(1+i) = 0{,}0019465$. Bei der pagg. XIV und XV der VIIten Abth. mitgetheilten Tafel der für die Beobachtungen der Jahre 1820 und 1821 in Anwendung kommenden Oerter des Pols ist diese Correction schon berücksichtigt, nicht aber die für Theilungsfehler und noch weniger die für Refractionsconstante und Biegung des Instruments. So wie sie dort angegeben sind, haben sie gedient aus den Ablesungen des Kreises die scheinbaren Polardistanzen jedes einzelnen beobachteten Sterns abzuleiten und die pagg. XIX sqq. mitgetheilte Tafel giebt die Mittel aller auf solche Weise erhaltenen und in mittlere für 1820,00 verwandelten Polardistanzen von 59 Circumpolarsternen. Da in dieser Tafel die Mittel sowohl der in den verschiedenen Lagen des Instruments, als auch der in den entgegengesetzten Culminationen erhaltenen Resultate von einander getrennt aufgeführt sind, so enthält sie der Hauptsache nach das ganze Material für die neue Rechnung, und es ist dadurch diese Arbeit auf einen sehr geringfügigen Theil derjenigen zurückgebracht, die erforderlich gewesen wäre, wenn sie nicht ohne ein neues Hineingehn in die Tagebücher der Beobachtungen selbst hätte ausgeführt werden können. In Betracht einer solchen spätern Revision und Umrechnung, die doch immer einmal sehr wünschenswerth oder selbst nothwendig werden kann, ist es deshalb nicht genug zu loben, dass bei dem Berichte über die Resultate bedeutender Arbeiten, in dem Maasse als sie bedeutend sind, auch mehr Einzelnheiten derselben mitgetheilt werden, so dass eine neue Rechnung nicht immer wieder von vorne an durchgemacht zu werden braucht, sondern eben an jedem beliebigen Punkte sich anknüpfen lässt. Der Gefahr, durch zufällige bedeutende Druckfehler das Resultat beeinträchtigt zu sehn, welche Gefahr beim Rechnen aus den Tagebüchern selbst wohl auch Statt findet, aber in ungleich geringerem Grade, kann in den meisten Fällen mit nicht zu grosser Arbeit dadurch begegnet werden, dass man sich überzeugt, ob mit den angegebenen Zahlen auch wirklich weiter gerechnet ist. Mindestens in unserm Falle vergewisserte ich mich auf diese Weise sehr leicht von der Richtigkeit der Zahlenangaben in jener Tafel, und mit sehr geringer Mühe, durch einfaches Anbringen nehmlich der den unverbesserten Polardistanzen beigesetzten Correctionen für Thermometerverbesserung und Theilungsfehler, bildete ich mir den gewünschten Ausgangspunkt für meine Rechnungen. — Da die Ergebnisse der Reflexionsbeobachtungen, als constanter Fehler verdächtig, hier sammt und sonders verworfen werden sollen, so ist über die Biegung, auf die es uns nun zunächst ankommt, nichts weiter bekannt, als dass sie, nach dem Zeugnisse der entgegengesetzten Fernröhre, für die horizontale Lage des Rohrs $= 0$ ist; und es handelt sich vor Allem um das Gesetz, nach welchem wir sie uns von den verschiedenen Stellungen des Rohrs gegen den Horizont abhängig denken sollen.

Das einfachste wäre dasjenige, welches sie dem *sinus* der Zenithdistanz des beobachteten Sterns proportional setzt, also $= a.\sin z$, in welchem Falle auch die Kenntniss derselben für irgend ein z hinreichte, um sie für alle zu kennen. Bessel hat sie unter der Form dargestellt:

$$a.\sin(u-k) + b.\cos(u-k),$$

wo u die zu corrigirende Ablesung des Kreises ist, und k den Ort des Zeniths bedeutet. Als Correction der Zenithdistanz, was uns bequemer ist, liesse sich dieses schreiben:

$$a.\sin z \pm b.\cos z,$$

wo sich die Zweideutigkeit des Zeichens auf die beiden Lagen des Instruments Kreis Ost und Kreis West bezieht, und auch die Zenithdistanzen selbst südlich und nördlich vom Scheitel mit entgegengesetzten Zeichen genommen werden müssen; um beides ein für allemal zu fixiren, gelte $+$ für Kreis Ost, und die südlichen Zenithdistanzen seien die positiven. Es ist schon erwähnt worden, dass Bessel zu wiederholten Malen gegen die Richtigkeit dieses Gesetzes, also *eo ipso* auch gegen die des einfacheren, von diesem nur den speciellen Fall $b = 0$ bildenden, Zweifel erhoben hat. Er hat jedoch nie ein andres Gesetz für wahrscheinlicher erklärt, und auch nie, meines Wissens, einen andren Grund für seine Zweifel angegeben, als den aus dem Nichtübereinstimmen der Reflexbeobachtungen mit den directen Versuchen hergeleiteten. Diesem Grunde darf aber schon der Consequenz wegen hier kein Gewicht zugestanden werden, und es ist also keine Veranlassung da, nach einem andern, nothwendiger Weise complicirteren, Gesetze zu suchen, und dies um so weniger, als, wenn auch ein solches sich darböte, doch bei den nun einmal vorhandnen, abgeschlossenen Beobachtungen die Mittel fehlen würden, die in ihm enthaltenen Constanten zu bestimmen. Ich wage es nicht, zur ferneren Rechtfertigung dieses Entschlusses weitere theoretische Betrachtungen anzustellen, nur das Eine bemerkend, dass, so lange die ganze Biegung als ein Differential angesehn werden darf, doch immer die beiden in unserm Gesetze enthaltenen Glieder, da sie zugleich die nothwendigen Hauptglieder jedes möglicher Weise aufzustellenden Gesetzes sind, die allein zu berücksichtigenden sein würden. Darauf jedoch glaube ich grösseres Gewicht legen zu dürfen, dass in neuester Zeit auch die Erfahrung sich sehr enschieden zu Gunsten unsres einfachen Gesetzes ausgesprochen hat. Die Fernröhre an den Meridianinstrumenten der Pulkowaer Sternwarte sind nehmlich so eingerichtet, dass das Ocularstück mit dem Objectivstücke vertauscht werden, und also jede Beobachtung eines Sterns in einer um 180° andern Lage des Kreises und Rohrs wiederholt werden kann. Hat dieses nun auch zunächst den Zweck, in dem Mittel aus zweien solchen Beobachtungen ein von der Biegung freies Resultat zu erhalten; so bietet doch die Vergleichung der gesonderten Beobachtungen unter einander grade das geeignetste Mittel dar zur directen Bestimmung der Biegung in verschiedenen Zenithdistanzen, grade als könnte man die beiden auf einander gerichteten Fernröhre, die gewöhnlich doch nur so aufgestellt werden können,

dass sie die Biegung im Horizonte geben, in jeder beliebigen Neigung gegen den Horizont fixiren. Die von Dr. Peters durchgeführte genaue Discussion einer sehr ausgedehnten Reihe von Beobachtungen, die derselbe mit dem grossen Verticalkreise von Ertel und Sohn zur Ermittelung der Parallaxe einiger Sterne angestellt hat, ergab nun neben den eigentlichen Resultaten auch dieses für uns wichtige, dass alle beobachteten Biegungen so genau durch die Formel $0\overset{''}{,}385 . \sin z$ dargestellt werden, dass bis 40° Zenithdistanz hinab der wahrscheinliche Unterschied der Rechnung von der Beobachtung nicht ganz 0,01 Bogensekunde beträgt! Nun ist freilich durch diese nur an einem Instrumente und nur bis zu einer gewissen Zenithdistanz hin gemachte Erfahrung noch nicht bewiesen, dass dasselbe Gesetz auch für ein andres Instrument und bis zu grösseren Zenithdistanzen hinab giltig sei; gewiss ist es aber dadurch sehr wahrscheinlich gemacht: und die innerhalb der Grenzen der Untersuchung so vollkommene Uebereinstimmung berechtigt zu der Annahme, dass, falls auch unser Gesetz nicht das wahre ist, doch erst beträchtlich ausserhalb jener Grenzen die Abweichung von Belang werden wird. Eines andern Ergebnisses jener Untersuchungen, dass nehmlich eine Temperaturänderung von fast 40° R., von + 20° bis — 20°, keine irgend bemerkbare Veränderung in der Biegung hervorrief, erwähne ich hier auch, weil ich darin ein Argument gegen die oben angeführte Hypothese Bessel's von der Veränderlichkeit der Biegung überhaupt zu finden glaube. Das von $\cos z$ abhängige Glied unsres Biegungsausdruckes kann sich in den mit dem Verticalkreise bestimmten Zenithdistanzen nicht aussprechen, wenn, wie es in Pulkowa die Regel ist, bei jeder einzelnen Zenithdistanz auch der zugehörige Ort des Zeniths bestimmt wird, indem man dasselbe Object immer in beiden Lagen des Instruments, Kreis Ost und Kreis West, gleich hinter einander beobachtet; nur die Vergleichung der durch Sterne von verschiedenen Zenithdistanzen erlangten Oerter des Zeniths könnte hierüber etwas lehren. Ich werde deshalb doch die vollere Form

$$a . \sin z \pm b . \cos z$$

beibehalten, und finde mich dazu noch besonders veranlasst durch die den Reichenbachschen Meridiankreisen eigenthümliche Einrichtung der Gegengewichte an den beiden Rohrhälften, die den Zweck haben, die Biegung des Rohrs aufzuheben oder doch zu verringern. Mit solchem Nachhelfenwollen ist es nun aber allemal ein missliches Ding, und man läuft immer mindestens die Gefahr, das einfache Gesetz zu stören, das, einmal erkannt, den Fehler aufhören lässt Fehler zu sein. So kann man namentlich bei dieser Reichenbachschen Hebelvorrichtung, die übrigens schon längst, und gewiss mit allem Fuge, wieder aufgegeben ist, sich sehr wohl vorstellen, wie grade durch sie eine die Zenithdistanzen in den entgegengesetzten Lagen des Instruments auf entgegengesetzte Weise afficirende, im Scheitel nicht verschwindende, Biegung hervorgerufen wird, ganz entsprechend dem Gliede $b . \cos z$. Endlich muss ich noch bemerken, dass die eigentlichen Resultate nur sehr wenig durch das Berücksichtigen oder Vernachlässigen dieses Gliedes

gewinnen oder verlieren können. Es sind nehmlich die Beobachtungen auch jedes einzelnen Sterns nahe gleichmässig auf beide Lagen des Instruments vertheilt, so dass auf das Mittel derselben eine in beiden Lagen mit entgegengesetzten Zeichen wirkende Correction nur geringen Einfluss hat. Man könnte diesen ganz eliminiren, wenn man aus den Mitteln Kreis Ost und Kreis West das arithmetische Mittel bildete, ohne Rücksicht auf die in einer Lage vielleicht etwas grössere Zahl der Beobachtungen; aber gewiss noch besser ist es, das b erst durch die Vergleichung dieser Mittel Kreis Ost und Kreis West selbst zu bestimmen, und diese von seinem Einflusse zu befreien, um dann aus ihnen das Mittel entsprechend ihren von der Anzahl der einzelnen Beobachtungen abhängigen Gewichten nehmen zu können. Man übersieht, wie diese Untersuchung durchaus unabhängig ist von einer möglicher Weise Statt findenden Correction der bei den Reductionen angewandten Refractionsconstante, aber nicht umgekehrt; denn, die Verbesserung der Refractionsconstante zu erlangen, muss ich die in den entgegengesetzten Culminationen erhaltenen Polardistanzen desselben Sterns mit einander vergleichen, nachdem sie von allen sonstigen Fehlern, also auch denen der Biegung, befreit sind. Da ich nun die Bessel sche Biegung verwerfe, so ist auch diese Bestimmung der Refractionsconstante von Neuem vorzunehmen, so dass also im Ganzen vornehmlich 3 Geschäfte zu vollziehen sein werden: die Bestimmung des b, die Bestimmung der Verbesserung der Refractionsconstante, und die Ableitung der definitiven Declinationen.

In die Rechnungen zur Ermittelung des b und der Verbesserung der Refractionsconstante werde ich aber nach Bessel's Beispiel noch 2 andre Grössen einführen, die dazu dienen sollen, die Oerter des Pols, welche nur auf den 2 Sternen α und β Ursæ minoris beruhn, von den deshalb in ihnen möglicher Weise noch steckenden Theilungsfehlern zu befreien. Es sind nehmlich, mit wohlbedachter Absicht, immer nur diese 2 Sterne zur Erfindung des Orts des Pols angewandt worden, um nicht durch das Hinzuziehn mehrerer, und, wie dann gewiss nicht zu vermeiden, in den verschiedenen Perioden nicht immer identischer, in dieser so wichtigen Bestimmung eine Ungleichförmigkeit entstehn zu lassen, die ihren Grund in den zufälligen Theilungsfehlern hätte. Die Bemerkung, dass dieser Uebelstand auch bei der Anwendung nur zweier verschiedener Sterne doch zum Theil vorhanden bleibt, wird hier dadurch entkräftet, dass die Nonien Räume von $4^\circ\ 30'$ auf dem Kreise decken, eine Beobachtung von δ Ursae min. also noch leicht an demselben Striche abgelesen werden kann, als eine von Polaris. Hört aber auf diese Weise die Ungleichförmigkeit in der Bestimmung des Orts des Pols auf, so tritt nun an deren Stelle ein constanter, in jeder Lage des Instruments wahrscheinlich verschiedener, Fehler: der Unterschied nehmlich des an dem Orte des Pols auf dem Kreise stattfindenden wirklichen Theilungsfehlers vom Theilungsfehler der Tafel pag. VIII. Diese constanten Fehler können nun aus dem Complex der Beobachtungen der Circumpolarsterne bestimmt werden. Zuerst nehmlich ist klar, dass ein Vorhandensein derselben, falls sie sich nicht zufällig aufheben, einen constanten Unterschied zwischen den Polar-

distanzen Kreis Ost und Kreis West erzeugt, welcher sich mit dem durch das Glied $\pm b.\cos z$ hervorgebrachten vermischt, und also in die zur Bestimmung des b dienenden Gleichungen als 2te Unbekannte aufgenommen werden muss. Die Tafel pag. VIII bei Bessel giebt den

Theilungsfehler für den Ort des Pols Kreis Ost $+ 0\overset{''}{,}21$
Kreis West $+ 0\overset{''}{,}32$.

Sind aber die diesen Stellen des Kreises entsprechenden wirklichen Theilungsfehler:

$$+ 0\overset{''}{,}21 + x,$$
$$\text{und } + 0\overset{''}{,}32 + y,$$

und bezeichnen wir die Polardistanzen durch O oder durch W, je nachdem sie auf Beobachtungen Kreis Ost oder Kreis West beruhn, und ferner die Zenithdistanz des Sterns durch z, die des Pols dagegen durch ζ; so ist, da

$$O = \text{Angabe des Kreises} - \text{Ort des Pols}$$
$$\text{und } W = \text{Ort des Pols} - \text{Angabe des Kreises},$$

offenbar

$$O + b.\cos z - (b.\cos\zeta + x) = W + (b.\cos\zeta + y) - b.\cos z,$$

das heisst

$$-(x+y) + 2.(\cos z - \cos\zeta).b + (O - W) = O \dots\dots\dots\dots\dots\dots (A)$$

eine Gleichung, die ungeändert auch den Polardistanzen aus unteren Culminationen entspricht, wenn diese, wie immer geschehen soll, negativ gerechnet werden; ich bemerke hierbei gleich, dass alle Bezeichnungen, die sich auf untere Culminationen beziehn, sich von den entsprechenden, für die oberen Culminationen geltenden, nur durch einen Strich unterscheiden sollen. Die Auflösung dieser Gleichungen (A) erfordert nun die Kenntniss des jedem $O - W$ zukommenden wahrscheinlichen Fehlers. Es ist aber dieser nicht blos abhängig von dem, mit den Zenithdistanzen wachsenden, zufälligen Beobachtungsfehler, den wir mit ε bezeichnen wollen, und für den Bessel pag. XIII eine aus einer sehr grossen Menge von Beobachtungen gefolgerte Tafel mittheilt: sondern eben so abhängig von dem *w. F. e*, der in allen Angaben des Kreises zurückbleibt in Folge des nicht vollständig erkannten Theilungsfehlers; und da bei den verschiedenen Beobachtungen desselben Sterns in einer und derselben Lage des Instruments doch immer dieselbe Stelle des Kreises zur Sprache kommt, so bleibt auch der aus diesem e entstehende Theil des *w. F.* für das Mittel genau derselbe, als für jede einzelne Beobachtung. Das heisst, ist für jede einzelne Beobachtung

$$\text{der } w.\ F. = \sqrt{e^2 + \varepsilon^2},$$

so ist er für das Mittel aus α Beobb. in derselben Lage des Instruments $= \sqrt{e^2 + \frac{\varepsilon^2}{a^2}}$, und also für den Unterschied $O - W$ der Mittel aus α Beobb. Kreis Ost und β Beobb. Kreis West:

$$\varphi = \sqrt{2e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{\beta}}.$$

Der zur numerischen Berechnung dieses Ausdrucks erforderliche Werth von e könnte ermittelt werden eben aus einer Vergleichung der Beobachtungen Ost und West, wenn diese frei wären von den Einflüssen des b und $x + y$. Die dann sich zeigenden Unterschiede v sind nehmlich mit e verbunden durch die Gleichung:

$$(0{,}6745)^2 . \Sigma(v^2) = \Sigma(e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha}) + \Sigma(e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\beta}),$$

oder, wenn n die Anzahl der in Rechnung gezogenen v ist,

$$(0{,}6745)^2 . \Sigma(v^2) = 2ne^2 + \Sigma\left(\frac{\varepsilon^2}{\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{\beta}\right)$$

also

$$(B) \ldots\ldots\ldots\ldots e^2 = \frac{1}{2n}\left[(0{,}6745)^2 . \Sigma v^2) - \Sigma(\frac{\varepsilon^2}{\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{\beta})\right]$$

Zur Ermittelung des e brauche ich also die v, und zur Ermittelung dieser die Werthe von b und $x + y$, die wieder nicht ohne Kenntniss des e erlangt werden können — ein Cirkel, der sich durch successive Näherung lösen lässt, indem man zuerst mit einem durch die Annahme $b = 0$ und $x + y = 0$ erhaltenen genäherten Werthe von e rechnet. Die allen meinen Rechnungen zu Grunde liegenden Zahlenwerthe, so wie die hauptsächlichsten durch Rechnung erhaltenen und im weitern Verlauf wieder benutzten, habe ich der Bequemlichkeit wegen in Tafeln zusammengestellt und mit einander an das Ende dieser Blätter verwiesen. Die dort in Tafel I mitgetheilten $O - W$ sind für unsern vorliegenden Zweck nur bis zu α Cygni sub polo, $z = 80°39'$, incl. benutzt, die zu noch grösseren Zenithdistanzen gehörigen dagegen weggelassen, so dass im Ganzen 107 Gleichungen (A) entstanden, 59 über dem Pole, 48 unter. Diese uncorrigirten $O - W$ setzte ich nun an die Stelle von v in die Gleichung (B) und mit dem dadurch erhaltenen vorläufigen $e = 0''{,}249$ berechnete ich den vorläufigen $w. F.$ jedes Unterschiedes $O - W$. Unter der Annahme eines Gewichtes $= 1$ für den $w. F. = 0''{,}249 . \sqrt{2}$ ergab sich hieraus das Gewicht jeder Gleichung (A) $= \left(\frac{0{,}249 . \sqrt{2}}{w.F.}\right)^2$, und auf dem bekannten Wege gelangte ich mit Hilfe dieser zu den Finalgleichungen:

$$53{,}38\,(x + y) + 6{,}64\,b - 2''{,}63 = 0$$
$$6{,}64\,(x + y) + 19{,}15\,b + 2''{,}49 = 0,$$

denen die Werthe entsprechen:

$$x + y = +0\overset{''}{,}068 \qquad w.\,F. = 0\overset{''}{,}049$$
$$b = -0{,}153 \qquad w.\,F. = 0{,}082.$$

Corrigirt man hiermit die $O - W$, und substituirt die so erhaltenen v in die Gleichung (B), so ergiebt sich ein neues $e = 0\overset{''}{,}243$, wie zu erwarten war nur ganz unbedeutend vom ersten verschieden, nothwendiger Weise aber kleiner. Eine 2te Auflösung der Gleichungen (A) mit diesem e statt des früheren wird also für die Grössen $x + y$ und b kaum bemerkbar andre Werthe geben als die schon erhaltenen, und ebenso wird ein mit ihnen dann berechnetes drittes e mit dem zweiten zusammenfallen. Lediglich also zur Bestätigung der früheren Rechnungen und nicht zur Erzielung irgend besserer Resultate berechnete ich mit dem

$$\text{Definitivwerth von } e = 0\overset{''}{,}24$$

die $w.\,F.\,\varphi$. und die in Tafel I mitgetheilten Gewichte:

$$\varphi = \sqrt{2e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{\beta}}$$
$$\gamma = \left(\frac{0{,}339}{\varphi}\right)^2,$$

wo das Gewicht 1 zu dem wahrscheinlichen Fehler $0\overset{''}{,}339 = 0\overset{''}{,}24 . \sqrt{2}$ gehört, und löste damit die 107 Gleichungen (A) von Neuem auf.

Die auf solche Weise entstandenen Finalgleichungen sind:

$$51{,}89\,(x + y) + 6{,}28\,b - 2\overset{''}{,}21 = 0$$
$$6{,}28\,(x + y) + 18{,}54\,b + 2\overset{''}{,}57 = 0$$

und daraus folgt:

$$x + y = +0\overset{''}{,}062 \qquad w.\,F. = 0\overset{''}{,}048$$
$$b = -0\overset{''}{,}160 \qquad w.\,F. = 0\overset{''}{,}080$$

Die starke Abweichung des von Bessel aus den Reflexionsbeobachtungen abgeleiteten $b = +0\overset{''}{,}26$ von dem hier gefundenen ist mir ein neues Argument gegen jene Beobachtungen; denn dass der Gesammtheit der directen Beobachtungen unser b wirklich besser entspricht als jenes, versteht sich von selbst, und wird durch den von Bessel aus denselben directen Beobachtungen gefundenen grösseren Werth von $e = 0\overset{''}{,}28$ gewissermassen in Zahlen ausgedrückt und gemessen.

Nach Anbringung der jetzt erkannten Correction

$$\mp 0{,}16\,(\cos z - \cos \zeta)$$

an die in der bisherigen Rechnung benutzten Polardistanzen O und W, können diese zu Mitteln P vereinigt werden, die nur noch durch die Fehler der Refractionsconstante und

den Einfluss der kleinen Correctionen x und y von den wahren Polardistanzen verschieden sind. Bessel setzt hierbei

$$P = \frac{\alpha . O + \beta . W}{\alpha + \beta},$$

indem er die Gewichte der O und W gradezu den Zahlen der ihnen zu Grunde liegenden einzelnen Beobachtungen α und β proportional nimmt — eine Annahme, die aber offenbar nicht ganz richtig ist, wie aus der oben angestellten Betrachtung des alle Beobachtungen derselben Lage auf dieselbe Weise afficirenden Fehlers e hervorgeht. Nun ist freilich die dadurch in P entstehende Ungenauigkeit meist von keinem Belange, und nur in den Fällen überhaupt merklich, wo α und β und zugleich O und W bedeutend von einander verschieden sind; in einzelnen Fällen, wie 51 Draconis, μ Cephei sub polo etc, steigt sie aber doch bis auf 0,″1 und darüber, und ich habe es demnach für recht gehalten, auch dieses nicht zu vernachlässigen, sondern die O und W genau ihren $w.F.$ entsprechend zur Bildung des Mittels P wirken zu lassen. Es ist demzufolge in aller Strenge:

$$P = \frac{f.O + g.W}{f + g} \text{ mit dem } w.\ F.\ \frac{1}{\sqrt{f+g}},$$

$$\text{wo } f = \frac{1}{e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha}} \text{ und } g = \frac{1}{e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\beta}}.$$

Eine nicht ganz strenge Rechnungsweise muss ich nun aber doch in Bezug auf die kleinen Correctionen x und y mir gefallen lassen. Da ich bisher nur ihre Summe $x + y = + 0,''06$ kenne, so ist es unmöglich, die O und W von ihrem Einflusse zu befreien, und es bleibt also auch das erhaltne P mit ihnen behaftet. Es bedarf aber jedes O der Correction $-x$, jedes W der Correction $+y$, so dass für das Mittel P die Correction entsteht:

$$\frac{-fx + gy}{f + g},$$

eine Grösse, die für $f = g$ in den Ausdruck $\frac{y - x}{2}$ übergeht, für f nicht $= g$ hingegen sich mehr oder weniger hievon unterscheidet. Dieser Unterschied kann aber selbst in den äussersten bei uns vorkommenden Fällen nur eben 0,″01 ausmachen, so dass ich es mir wohl gestatten darf, die beiden Ausdrücke in allen Fällen einander gleich zu setzen. Wenn nun die erlangten P keiner weitern Correction bedürften, so gäbe die Vergleichung eines jeden P mit dem dazu gehörigen P' eine Bestimmung von $y - x$, nehmlich

$$P + P' + y - x = 0.$$

Diese Gleichung kann aber nicht wahr werden, sobald ein Fehler in der mittleren Refraction Statt findet. Ist nehmlich diese zu verbessern durch den Factor $1 + k$, also auch

jede einzelne angewandte Refraction mit diesem Factor zu multipliciren, so ist, wenn ϱ, ϱ' und r der Reihe nach die in Rechnung getragenen Refractionen sind für P, für P' und für den Ort des Pols, die daraus hervorgehende Correction

$$\text{für jedes } P: \quad (r \pm \varrho).k$$
$$P': \quad (r - \varrho').k,$$

so dass die Gleichung entsteht:

$$P + \frac{y-x}{2} + (r \pm \varrho).k = -\left[P' + \frac{y-x}{2} + (r - \varrho').k\right],$$

das heisst

$$\text{(C)} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (x-y) + (\varrho' \mp \varrho - 2r).k - (P + P') = 0,$$

wobei die Refractionen an und für sich immer positiv genommen sind, und in dem doppelten Zeichen das obere den südlich, das untere den nördlich vom Scheitel culminirenden Sternen entspricht. — Dem oben Auseinandergesetzten zufolge hat der den Beobachtungen zu entnehmende Zahlenwerth $P + P'$ den *w. F.*

$$\sqrt{\frac{1}{f+g} + \frac{1}{f'+g'}} = \pi.$$

Solcher Gleichungen (C) ergeben die Beobachtungen 52, wenn, wie auch Bessel gethan hat, die über $z = 85°$ hinausliegenden nicht mitgenommen werden.

In dem Tableau pag. XXIII theilt Bessel die Werthe des Coefficienten $\varrho' \mp \varrho - 2r$ für die einzelnen Sterne mit, und die Lösung unsrer Aufgabe ist dadurch bedeutend erleichtert; denn ein Blick auf diese in unsrer Tafel II wiedergegebenen Coefficienten lehrt, dass bei ihrer Berechnung nicht die mittleren Refractionen für die entsprechenden Zenithdistanzen in Betracht gezogen worden, sondern die jedes Mal wirklich angewandten, so wie sie in dem Abdrucke der Beobachtungen verzeichnet sind. Ich hatte aber doch den Wunsch, mich davon zu überzeugen, dass nicht bedeutende Druckfehler diese mir wichtigen Zahlenangaben entstellten, und erreichte dies dadurch, dass ich von den definitiven Polardistanzen des Tableau's pag. XXIV sq. zu den pag. XIX sq. mitgetheilten zurückrechnete, und so die von Bessel angewandten $r \pm \varrho$ und $r - \varrho'$ ermittelte. Diese Werthe selbst sind mir später auch noch von Nutzen gewesen. Bei der Auflösung der 52 Gleichungen (C) nach der Methode der kleinsten Quadrate setzte ich $100k = K$, und indem ich das Gewicht 1 annahm für den *w. F.* $\frac{1''}{\sqrt{8}}$, wodurch ich bezweckte, dass das jeder Gleichung zukommende Gewicht

$$q = \frac{1}{8.\pi^2}$$

bei der Mehrzahl der Gleichungen sehr nahe 1 wurde, gelangte ich zu folgenden Finalgleichungen:

$$52{,}38\,(x-y) + 45{,}''97\,K - 8{,}''42 = 0$$
$$45{,}97\,(x-y) + 78{,}49\,K - 21{,}95 = 0$$

und aus ihnen zu folgenden Werthen:

$$x - y = -0'',174 \qquad w.F. \; 0'',076$$
$$K = +0,382 \qquad 0,062$$
$$\text{also} \qquad k = +0,00382 \qquad 0,00062.$$

Verbindet man diese Bestimmung von $x - y$ mit der oben erhaltenen von $x + y$, so ergiebt sich

$$x = -0'',056 \qquad y = +0'',118,$$

wofür Bessel hat $x = -0,033$ $y = +0,005$; jedoch auch die hier gefundenen sind beträchtlich kleiner, als der zu erwarten gewesene $w.F.$ 0'',24. Ganz besondere Aufmerksamkeit verdient aber das wider alle Erwartung nahe Uebereinstimmen des jetzt gefundenen Werthes von k mit dem von Bessel erhaltenen $+0,004624$. Ich erblicke darin das Hauptergebniss der ganzen bisherigen Rechnung und werde später eine sehr wichtige Anwendung davon machen. Aber auch abgesehn von dieser, ist es von Bedeutung, jetzt die Ueberzeugung gewonnen zu haben, dass die so allgemein verbreitete Königsberger Strahlenbrechungstafel bis auf eine fast ganz verschwindende Grösse hin unabhängig ist von der über die Biegung des angewandten Instruments schwebenden Unsicherheit. Dieses konnte aber nicht wohl vorhergesehn werden, und eben deswegen bleibt auch der hier ausgeführten Rechnung ihr ganzer Werth, wenn gleich, wie die Sache jetzt steht, der ursprünglich nächste Zweck derselben, die Ableitung der dem neuen Biegungscoefficienten entsprechenden Declinationen der Fundamentalsterne, wie es scheint mit sehr viel geringerer Mühe hätte erlangt werden können. Eine Correction nehmlich blos von der Form

$$+1'',11 \, (\sin z - \sin \zeta)$$

an die von Bessel gegebnen Declinationen hätte sehr nahezu dieselben Werthe ergeben, die wir jetzt erhalten werden; denn das von $\cos z$ abhängige Glied hat, wie oben bemerkt ist, auf das Mittel aus nahe gleich viel Beobachtungen Kreis Ost und Kreis West keinen Einfluss, und aus der Refraction entsteht, wie wir jetzt gesehen haben, auch nur eine ganz unbedeutende Veränderung. — Der für die Verbesserung der Refractionsconstante gefundene Factor $1 + k = 1,00382$ ist so zu verstehn, dass $\varrho . 1,00382$ die Strahlenbrechung für 48°,75 des bei den Beobachtungen angewandten Schafrinskyschen Thermometers ist, wenn ϱ die Angabe der Tafel in den Fundamentis bedeutet. Die oben erwähnte Untersuchung dieses Thermometers hat aber für die Reduction seiner Angaben x auf wahre Fahrenheitsche F die Formel gegeben

$$0,997039 . x^\circ - 0^\circ,538 = F^\circ,$$
so dass 48°,75 Schafrinsky = 48°,068 F.

Für die Reduction nun der Refractionen von dieser Temperatur auf 48°,75 F. bedürfen wir der Kenntniss der Veränderung der Strahlenbrechung mit der Temperatur, und zwar muss die darauf bezügliche Constante aus den astronomischen Beobachtungen selbst ermittelt

werden, da sie abhängig ist von der mittleren Quantität des in der Atmosphäre enthaltenen Wasserdampfes, und wir über diese keine Data von anderswoher besitzen. Das Resultat der von Bessel in dieser Beziehung angestellten Untersuchung beruht auf der Vergleichung der bei verschiedenen Temperaturen erhaltenen Polardistanzen desselben Sterns, und kann also, als gänzlich unabhängig von jeder Annahme über die Biegung, hier ohne weiteres benutzt werden. Ist $\frac{1}{1+g}$ der Factor, mit dem die Refraction beim Eispunkte multiplicirt werden muss, um die beim Siedpunkte zu geben, so findet Bessel pag. XXVI

$$g = 0{,}36438,$$

und für die Ableitung der Refraction bei $48^\circ{,}75$ *F.* aus der bei $48^\circ{,}068$ *F.* stattfindenden ergiebt sich hieraus der Factor

$$\frac{180 + g \cdot 16{,}068}{180 + g \cdot 16{,}75} = 0{,}99866,$$

so dass

$$1{,}00382 \times 0{,}99866 = 1{,}00248$$

der Factor ist, womit alle Strahlenbrechungen der Tafel in den Fundamentis multiplicirt werden müssen, um sie den Königsberger Beobachtungen nach unsrer Reduction entsprechend zu machen.

In Bezug auf den von Bessel für g gefundenen Werth 0,36438 will ich hier doch die Bemerkung mittheilen, dass derselbe auffallend genau, weit innerhalb des ihm zukommenden *w. F.*, zusammenfällt mit dem jetzt geltenden Ausdehnungscoefficienten der vollständig ausgetrockneten atmosphärischen Luft. Die neuesten Untersuchungen über diesen Gegenstand von Rudberg, Magnus und Regnault ergeben nehmlich für denselben 0,3665, mit einem *w. F.* von kaum einigen Einheiten der letzten Decimale, statt des bis noch vor Kurzem allgemein angenommenen, von Gay-Lussac herrührenden, 0,375. Es scheint hieraus hervorzugehn, dass entweder die Luft bei heiterem Himmel dem vollkommen trockenen Zustande viel näher ist, als man bisher anzunehmen berechtigt war, oder dass die Data, aus welchen Laplace den Einfluss des in der Luft enthaltenen Wasserdampfes auf die strahlenbrechende Kraft derselben berechnete, einer ähnlichen Modification bedürfen, als das Gay-Lussacsche 0,375.

Wir sind jetzt im Stande, an die allmälig von den verschiedenen Fehlern befreiten O und W nun die letzten Correctionen anzubringen. Tafel II enthält in ihren letzten Columnen die Werthe von $(r \pm \varrho)k$ und $(r - \varrho')k$ für jeden Stern, zu denen nur noch die allen Sternen gemeinschaftlichen kleinen Correctionen

$$-x = +0{,}''06 \text{ an jedes } O$$
$$\text{und } +y = +0{,}12 \text{ an jedes } W$$

hinzuzufügen sind. In Tafel III endlich sind der Uebersicht wegen die Abweichungen

der definitiven O, W, O', W' von dem aus ihnen, genau den *w. F.* entsprechend, gebildeten Mittel zugleich mit diesem Mittel selbst gegeben.

Fasst man die hier einzeln aufgeführten, auf die Reduction der Polardistanzen bezüglichen Zahlenangaben zusammen, und vergleicht sie mit den analogen von Bessel gebrauchten, so ergiebt sich die an jede Besselsche Polardistanz anzubringende Correction, damit sie der neuen Untersuchung entsprechend werde. Es ist uns dies überall da von Nutzen, wo uns nur die Besselschen Resultate und nicht die unverbesserten Angaben zugänglich sind. Es erhält aber jede Polardistanz, nachdem sie für Theilungsfehler und Thermometercoefficient, welche beide Correctionen den beiden Reductionen gemeinschaftlich sind, verbessert worden, noch folgende:

	1820	1847
bei Kreis Ost	$+ 1''{,}11 (\sin z - \sin \zeta)$	0
	$+ 0''{,}26 (\cos z - \cos \zeta)$	$- 0''{,}16 (\cos z - \cos \zeta)$
	$+ 0''{,}033$	$+ 0''{,}056$
	$+ (r \pm \varrho) . 0{,}00328$	$+ (r \pm \varrho) . 0{,}00248$
bei Kreis West	$+ 1''{,}11 (\sin z - \sin \zeta)$	0
	$- 0''{,}26 (\cos z - \cos \zeta)$	$+ 0''{,}16 (\cos z - \cos \zeta)$
	$+ 0''{,}005$	$+ 0''{,}118$
	$+ (r \pm \varrho) . 0{,}00328$	$+ (r \pm \varrho) . 0{,}00248,$

so dass eine neue Polardistanz aus einer alten abgeleitet wird durch die Correctionen:

$$O : - 1''{,}11 (\sin z - \sin \zeta) - 0''{,}42 (\cos z - \cos \zeta) + 0''{,}023 - 0{,}00080 (r \pm \varrho)$$
$$W : - 1''{,}11 (\sin z - \sin \zeta) + 0''{,}42 (\cos z - \cos \zeta) + 0''{,}113 - 0{,}00080 (r \pm \varrho).$$

Setzt man in diesen Ausdrücken

$$\zeta = - 35^\circ 17'$$
$$\varrho = 57''{,}5 . \operatorname{tg} z$$
$$\text{also} \quad r = 40''{,}7,$$

und kehrt ferner alle Zeichen um, so erhält man als Endresultat für die Correction einer Königsberger Declination 1820:

$$\begin{aligned} O &: + 0''{,}308 + 1''{,}11 \sin z + 0''{,}42 \cos z + 0''{,}0460 \operatorname{tg} z \\ W &: + 0''{,}904 + 1''{,}11 \sin z - 0''{,}42 \cos z + 0''{,}0460 \operatorname{tg} z \end{aligned} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (D)$$

und in Tafel IV giebt die mit B_1 überschriebene Columne die nach diesen Formeln berechneten neuen Declinationen der Fundamentalsterne.

Es ist jetzt übrig, die hier gewonnenen Correctionen durch Anwendung auf die Sonne zu prüfen; denn nächst dem Widerspruche der beiden nach den verschiedenen Methoden erhaltenen Bestimmungen über die Biegung ist die bedeutende mittlere Correction der

Sonnendeclinationen, wie sie sich aus der Discussion sämmtlicher Sonnenbeobachtungen ergeben hat, als dringende Aufforderung zu den hier mitgetheilten Rechnungen erkannt worden. Leider bin ich nun aber nicht im Stande, diese Untersuchung mit aller der Schärfe anzustellen, die sie erheischte, ich müsste denn die dazu erforderlichen Data aus den Besselschen Beobachtungen selbst mir zusammen suchen wollen. Denn von der Arbeit des Herrn Professor Rosenberger über diesen Gegenstand ist, so viel ich weiss, nie etwas anderes veröffentlicht worden, als die Resultate derselben: eine Tafel der absoluten Rectascensionen der Fundamentalsterne, die Schiefe der Ekliptik, und die mittlere Correction der Sonnendeclinationen $+0''\!,79$. Es bleibt mir demnach nichts übrig, als diese Correction $+0''\!,79$ als zu der Declination 0° gehörig zu betrachten, obgleich höchst wahrscheinlich, wegen der häufigeren Beobachtungen im Sommer, das Mittel aller beobachteten Declinationen der Sonne ein wenig positiv gewesen sein wird. Nun giebt aber die Formel (D) für $\delta = 0$, also $z = 54^\circ 43'$ die Correctionen:

Kreis Ost	$+1''\!,522$
Kreis West	$+1''\!,632$
im Mittel	$+1''\!,58$,

d. i. genau das doppelte der von den Sonnenbeobachtungen geforderten, so dass die nach den hier mitgetheilten Angaben reducirten Sonnendeclinationen die Correction $-0''\!,79$ erheischen würden, — ein in der That sehr wenig zufriedenstellendes Resultat. Denn sind einmal die Sonnenbeobachtungen — und dies steht, denke ich, unbestreitbar fest — ein vollkommen sicheres, um nicht zu sagen das einzige, Kriterium für die Richtigkeit der absoluten Declinationen, so sind ja nun die neuen um grade ebenso viel fehlerhaft, als es die alten waren, nur im entgegengesetzten Sinne. Und wo sollen wir die Ursache dieser Erscheinung suchen? Nun gewiss nirgends anders, als immer wieder in der Biegung. Um es nur endlich herauszusagen: die so sicher erscheinende Methode des Erkennens der Biegung durch die entgegengesetzten Fernröhre ist in der Ausführung um nichts besser, als die andre mit dem künstlichen Horizonte. Es ist diese Ueberzeugung das Ergebniss mehrjähriger Erfahrungen, gewonnen durch eine sehr häufige Anwendung des in Rede stehenden Princips. Gelegenheit dazu gaben mir die bei den Beobachtungen mit dem Pulkowaer Meridiankreise zur Bestimmung des Orts des Zeniths auf dem Instrumente dienenden beiden Collimatoren. Es genügt für unsern Zweck das Anführen der Thatsache, dass die sehr häufig, an jedem Beobachtungsabende gewöhnlich mehrmals, gemessene Amplitude zwischen den beiden horizontalen Gesichtslinien um bedeutende Grössen, das heisst um mehrere ganze Secunden, variirt, während doch die Sicherheit der Beobachtungen durch die ganz bewundernswerthe Constanz des aus denselben abgeleiteten Ortes des Zeniths auf dem Kreise bis auf viel kleinere Grössen hin hinlänglich verbürgt ist. Die gewiss richtige Erklärung dieser anfangs räthselhaften Erscheinung bietet sich dem, der solche Beobachtungen eine Zeit lang angestellt hat, gewissermassen von selbst dar. Er wird nehmlich häufig genug das Bild des im Collimator befindlichen Fadens ganz

beträchtliche Schwankungen machen sehn, und so die Ueberzeugung gewinnen, dass selbst auf dem kurzen Wege von einem Fernrohr zum andern die Refraction den Lichtstrahl sehr merklich afficirt. Und dies braucht in der That uns gar nicht Wunder zu nehmen, da hinlänglich bekannt ist, welch bedeutenden Ablenkungen ein an der Grenze zweier Medien, hier zweier ungleich dichter Luftschichten, hingehender Lichtstrahl unterworfen ist. Dass aber nach einer solchen Erfahrung die Messung jener Amplitude nicht länger mehr für eine Bestimmung der Biegung gelten kann, liegt auf der Hand, und ebenso leuchtet ein, dass alle Vervielfältigung der Beobachtungen nicht weiter führen kann, als bis zum Ermitteln der bei einer gewissen mittleren Ablenkung des Lichtstrahls stattfindenden Amplitude. Hierbei muss zugegeben werden, dass die Bessel'sche Methode, bei der die beiden Hilfsfernröhre wirklich auf einander gerichtet werden, bei sonst gleichen Umständen eine der Wahrheit nähere Bestimmung der Biegung ergeben muss, als die beim Meridiankreise in Pulkowa angewandte Beobachtungsart, wo die Gesichtslinie jedes einzelnen Collimators horizontal gestellt, oder vielmehr die Abweichung derselben von der Horizontalität gemessen und in Rechnung getragen wird. Gewiss kann aber weder auf diese noch auf jene Weise über Bruchtheile der Secunde irgend etwas entschieden werden, und es drängt sich somit die Frage auf, auf welche Weise sonst die zur Ableitung der Declinationen doch durchaus nothwendige Kenntniss des Biegungscoefficienten erlangt werden soll. Hat man nun aber erst die Ueberzeugung gewonnen, dass wirklich keine die erforderliche Sicherheit besitzende directe Bestimmung vorhanden ist, so bietet sich sehr ungezwungen der Ausweg dar, eben die Sonnenbeobachtungen, die das Verwerfen der früheren Annahmen $+1\overset{''}{,}11$ und $0\overset{''}{,}00$ geboten haben, zur Auffindung des allein richtigen Werthes zu benutzen. Mit andern Worten: bei einem Instrumente, das in Bezug auf alle sonstigen Fehlerquellen so sorgfältig untersucht worden, als es mit dem Königsberger Meridiankreise der Fall ist, entscheidet die von den Sonnenbeobachtungen geforderte mittlere Correction der Declinationen ganz unzweifelhaft über die Richtigkeit der den Reductionen zu Grunde liegenden Annahme des Biegungscoefficienten, und es ist derjenige der allein zulässige, der jene Correction $= 0$ macht. Es ist vielleicht die Anmerkung nicht unnütz, dass dies nur von Sonnenbeobachtungen gilt, bei denen das Instrument äusserlich und innerlich, in allen seinen Theilen, die nicht nothwendig von den Strahlen der Sonne getroffen werden müssen, vor denselben geschützt ist — eine Bedingung, die die heutige beobachtende Astronomie mit dem ganzen Aufwande der ihr zu Gebote stehenden Mittel zu erreichen weiss, deren Wichtigkeit aber wohl auch zuerst Bessel so ganz empfunden hat. Man wird jetzt einsehn, dass nicht mit Unrecht das oben gefundene Resultat der Unabhängigkeit der Refractionsconstante von dem Biegungscoefficienten als ein sehr wichtiges hervorgehoben wurde; denn es könnte demselben zufolge jetzt eine ganz exacte Bestimmung der Correction da der angewandten Biegung a erlangt werden, wenn man in die zur Auffindung der Verbesserungen der absoluten Rectascensionen und der Schiefe der Ekliptik gebildeten Gleichungen statt des constanten

Gliedes $d\delta$ ein Glied sin $z.da$ einführen wollte — eine Arbeit, die ich gewiss nicht unterlassen haben würde, wenn mir jene Gleichungen zugänglich gewesen wären. Aber auch ohne dies glaube ich zu einem hinreichend genauen Resultate gelangen zu können, wenn ich aus den beiden, den Rechnungen 1820 und jetzt zu Grunde liegenden Biegungscoefficienten $+1\overset{''}{,}11$ und $0\overset{''}{,}00$ nach Anleitung der zu ihnen gehörigen $d\delta = +0\overset{''}{,}79$ und $-0\overset{''}{,}79$ durch einfache Interpolation für $d\delta = 0$ einen neuen Werth ableite. Er findet sich $+0\overset{''}{,}56$, und es ist meiner Ansicht nach diese Bestimmung die allein richtige, dem Complexe aller Beobachtungen am besten entsprechende, und ihre Zuverlässigkeit ist allein beeinträchtigt durch die Unbestimmtheit, die in Bezug auf die Declination stattfindet, zu der eigentlich das von Professor Rosenberger gefundene $d\delta = +0\overset{''}{,}79$ gehört.

Bis auf kleine Grössen, die aber durch die in dem definitiven Biegungscoefficienten aus dem eben angeführten Grunde noch steckende Unsicherheit gewiss übertroffen werden, verändert sich hiernach das Mittel der beiden Formeln (D):

$$+0\overset{''}{,}606 + 1\overset{''}{,}11 \sin z + 0\overset{''}{,}0460 \operatorname{tg} z$$

in folgenden definitiven Ausdruck der

Correction einer Königsberger Declination 1820:

$$+0\overset{''}{,}30 + 0\overset{''}{,}56 \sin z + 0\overset{''}{,}023 \operatorname{tg} z \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (E)$$

Die Columne B_2 Tafel IV giebt die dieser Formel entsprechenden Declinationen der Fundamentalsterne, und ich kann nicht umhin, dieselben auf das bestimmteste im Vergleich sowohl mit den ursprünglich von Bessel gegebenen, als auch mit den auf der Formel (D) beruhenden, für die unzweifelhaft besseren zu erklären. Eine schöne Bestätigung, auf die ich übrigens als auf etwas Nothwendiges mit Zuversicht gerechnet habe, erhält diese Behauptung durch das nun vollständige Verschwinden des constanten Unterschiedes unseres Cataloges gegen den das grösste Zutrauen in Anspruch nehmenden, ja, nach den hier aufgestellten Grundsätzen in Bezug auf absolute Declinationen, einzig dastehenden Dorpater Catalog für 1824. Und kaum brauche ich darauf hinzuweisen, welch bedeutenden Werth diese Uebereinstimmung hat; lässt sie nun doch keinen Zweifel mehr übrig, welche Bestimmungen für jene, schon um ein Vierteljahrhundert von uns getrennte, Epoche zu wählen sind, wenn es sich um die Herleitung von Resultaten handelt, bei denen eben von den constanten Fehlern der Cataloge die grösste Gefahr droht.

Ueber das Einzelne in den diesen Blättern angehängten 4 Tafeln findet sich am Ende einer jeden die genaue Auskunft; deshalb hier nur einige Worte über die Anordnung derselben im Allgemeinen. Bei ihrer Zusammenstellung leitete mich der Wunsch, sie so einzurichten, dass die ganze Rechnung, selbst bis in Einzelnheiten hinein, mit Leichtigkeit verfolgt werden könne, und es schien zu diesem Zwecke das natürlichste, die in der Arbeit selbst hervortretenden Abschnitte auch in den Tafeln erkennen zu lassen. Demgemäss enthält vor Allem Tafel I in den Columnen O, W, α, β, ε den Ausgangs-

punkt meiner Rechnung, d. h. die von Bessel entlehnten Zahlenangaben, und diesem zunächst in den Columnen $O - W$, 2λ, γ die Coefficienten und Gewichte der 107 Gleichungen (A) pag. 213, deren Auflösung zur Kenntniss des Coefficienten b des Biegungsausdruckes $a.\sin z + b.\cos z$ führt; die Columne $b.\lambda$ giebt sodann die hieraus entstehende Correction der einzelnen Bestimmungen. Durch Anbringung dieser gehn die O und W der Tafel I in die 𝔒 und 𝔚 der Tafel II über, aus denen die Mittel P entsprechend den daneben befindlichen Gewichten μ und ν gebildet sind. Die darauf folgenden 3 Columnen $P + P'$, $\varrho' \mp \varrho - 2r$, q enthalten die Coefficienten und Gewichte der Gleichungen (C) pag. 217, und der durch die Auflösung dieser sich ergebende Werth von k in dem die Refractionen verbessernden Factor $1 + k$ führt zu den in den beiden letzten Columnen der Tafel II befindlichen Correctionen $(r \pm \varrho).k$ und $(r - \varrho').k$. Die Tafel III bietet sodann als Resultat der bisherigen Rechnung die nach Anbringung aller erkannten Correctionen entstehenden Polardistanzen der Circumpolarsterne, im Mittel aus sämmtlichen vorhandenen Beobachtungen, und daneben in den 4 Columnen o, ϖ, o', ϖ', nach Anleitung des Tableau pag. XXIV sq. bei Bessel, die Abweichungen dieser Gesammtmittel von den einzelnen zu ihrer Bildung benutzten Mitteln der in den verschiedenen Lagen des Instruments und den entgegengesetzten Culminationen der Gestirne erhaltenen Bestimmungen. Die beiden darauf folgenden Columnen p und p' enthalten die Mittel der in den entsprechenden Columnen o und ϖ befindlichen Zahlen, d. h. die Abweichungen des Gesammtmittels von den Mitteln der nur nach den Culminationen gesonderten Bestimmungen, und es sollte dies die Vergleichung erleichtern mit dem sich daran schliessenden Tableau der definitiven, auf dem definitiven Biegungscoefficienten $a = 0\overset{''}{,}56$ beruhenden, Polardistanzen, bei denen eine Sonderung der Bestimmungen nach den beiden Lagen des Instruments Kreis Ost und Kreis West nicht mehr möglich war. In Bezug auf *c Draconis* muss ich erwähnen, dass erst, als die Rechnungen schon vorgeschritten waren, das Nichtvorhandensein von Beobachtungen in der untern Culmination bemerkt wurde; ich hätte diesen Stern füglich ganz ausschliessen sollen, musste ihn aber jetzt überall mit aufführen, weil ich bei der Ermittelung des b und $x + y$ die in der obern Culmination vorhandenen Bestimmungen desselben benutzt hatte. Tafel IV endlich giebt in den Columnen B_1 und B_2 die Declinationen der sogenannten Fundamentalsterne, oder sie genau zu bezeichnen der Hauptsterne des Berliner Jahrbuchs, und zwar zweimal, nehmlich für jeden der beiden Werthe des Biegungscoefficienten $a = 0\overset{''}{,}00$ und $a = 0\overset{''}{,}56$, also den Formeln (D) pag. 220 und (E) pag. 223 entsprechend. Die ersten 12 dieser Sterne finden sich schon Tafel III unter den Circumpolarsternen, sind aber hier wieder aufgeführt behufs einer vollständigeren Vergleichung mit dem Dorpater Catalog. Consequenter Weise ist weiter kein Catalog zur Vergleichung herangezogen, weil eben meiner Ansicht nach kein andrer von den auf eine nicht zu ferne Epoche sich beziehenden, selbst der ausgezeichnete Argelandersche nicht, absolute Declinationen giebt. Zur Reduction von 1824 auf 1820 benutzte ich die von Bessel in N° 422 der astronomischen Nachrichten, Band XVIII

pag. 235 sq. gegebnen Elemente, und die Columne $B_2 - S$ enthält die damit gefundenen Unterschiede der Struveschen Bestimmungen S von den Besselschen B_2, auf dem Biegungscoefficienten $a = 0\overset{''}{,}56$ beruhenden. Die Uebereinstimmung nun ist eine wirklich überraschende. Die in der Tafel aufgeführten *w. F.* nehmlich sind die aus der Uebereinstimmung der einzelnen Beobachtungen desselben Sterns abgeleiteten; sie sind mithin entschieden zu klein aus vielfachen Ursachen, und dies bestätigen auch die wirklich stattfindenden $B_2 - S$, die grösser sind, als sie diesen *w. F.* zufolge sein sollten. Die genaue Rechnung zeigt aber, dass eine Vergrösserung der beiderseitigen *w. F.* im Verhältniss von 1 : 1,236, also um noch nicht $\frac{1}{4}$ ihrer Grösse, hinreicht, um sie den gefundenen Unterschieden beider Cataloge — diese als ganz zufällige, keinem Gesetze unterworfene betrachtet — entsprechen zu machen. Dass nun kein irgend in Betracht kommender constanter Unterschied mehr vorhanden sein kann, bedarf kaum der Erwähnung; in der That ergiebt auch die Rechnung im Mittel aus allen 44 Sternen $B_2 - S = -0\overset{''}{,}042$.

Die der hier geführten Untersuchung entsprechende Refractionstafel theile ich nicht besonders mit; man erhält sie, wenn man an log. α auf pag. 538 sq. der Tabb. Regiomont. die constante Correction — 0,00017 anbringt, das ist beiläufig soviel, als eine Aenderung des Barometers um $\frac{1}{9}$ Pariser Linie oder eine Aenderung des Thermometers um $\frac{1}{17}$ Grad Réaumur hervorbringen würde.

Tafel I.

	O	W	α	β	ε	$O-W$	2λ	γ	$b.\lambda$	O'	W'	α'	β'	ε'	$O'-W'$	$2\lambda'$	γ'	$b.\lambda'$
α Ursae min.	1°39′ 5″,77	5″,61	—	—	0″,75	+ 0″,16	+ 0,03	1,00	— 0″,00	— 1°39′ 5″,81	5″,61	—	—	0″,75	— 0″,20	— 0,03	1,00	+ 0″,00
δ —	3 25 18,28	18,22	—	—	0,75	+ 0,06	0,06	1,00	0,00	— 3 25 18,36	18,23	—	—	0,75	— 0,13	0,07	1,00	0,01
ξ —	11 39 24,83	24,15	6	11	0,74	+ 0,68	0,20	0,45	0,02	— 11 39 25,48	24,94	12	9	0,76	— 0,54	0,27	0,50	0,02
γ Cephei	13 22 17,68	18,17	23	18	0,74	— 0,49	0,22	0,68	0,02	— 13 22 19,06	19,04	13	22	0,77	— 0,02	0,31	0,61	0,02
β Ursae min.	15 6 31,36	31,21	9	11	0,73	+ 0,15	0,24	0,52	0,02	— 15 6 31,49	32,14	7	5	0,77	+ 0,65	0,36	0,36	0,03
γ —	17 31 31,54	31,30	10	12	0,73	+ 0,24	0,27	0,54	0,02	— 17 31 32,12	31,83	10	9	0,77	— 0,29	0,42	0,33	0,03
$\varkappa$ Draconis	19 13 6,54	5,54	7	14	0,73	+ 1,00	0,29	0,50	0,02	— 19 13 5,98	6,12	10	11	0,78	+ 0,14	0,47	0,35	0,04
λ —	19 40 36,78	36,79	8	11	0,73	— 0,01	0,29	0,50	0,02	— 19 40 37,10	37,05	13	6	0,78	— 0,05	0,48	0,44	0,04
β Cephei	20 13 40,88	41,20	11	13	0,73	— 0,32	0,30	0,54	0,02	— 20 13 40,55	41,74	8	11	0,78	+ 1,19	0,50	0,47	0,04
α Ursae maj.	27 16 46,15	46,64	11	9	0,72	— 0,49	0,35	0,52	0,03	— 27 16 46,35	46,39	12	10	0,79	+ 0,04	0,71	0,50	0,06
η Draconis	28 4 34,56	34,31	9	11	0,72	+ 0,25	0,35	0,52	0,03	— 28 4 33,77	34,19	10	6	0,79	+ 0,42	0,74	0,41	0,06
α Cephei	28 10 28,59	28,27	9	15	0,72	+ 0,32	0,35	0,56	0,03	— 28 10 27,84	27,98	10	13	0,79	+ 0,14	0,74	0,51	0,06
66 Draconis	28 31 30,00	29,73	9	9	0,72	+ 0,27	0,35	0,50	0,03	— 28 31 28,56	27,99	11	8	0,80	— 0,57	0,75	0,46	0,06
η Cephei	28 51 28,27	29,26	11	11	0,72	— 0,99	0,36	0,55	0,03	— 28 51 28,82	28,49	9	11	0,80	— 0,33	0,76	0,47	0,06
10 —	29 42 26,84	26,46	5	12	0,72	+ 0,38	0,36	0,44	0,03	— 29 42 25,57	24,96	11	8	0,80	— 0,61	0,79	0,46	0,06
XX. 222	30 11 5,33	4,20	10	9	0,72	+ 1,13	0,36	0,51	0,03	— 30 11 4,26	3,45	8	8	0,80	— 0,81	0,80	0,42	0,06
o Draconis	30 49 45,04	44,96	6	12	0,72	+ 0,08	0,36	0,47	0,03	— 30 49 46,47	45,08	10	10	0,81	— 1,39	0,82	0,47	0,07
θ —	30 57 4,54	5,00	11	9	0,72	— 0,46	0,36	0,52	0,03	— 30 57 4,68	4,15	11	7	0,81	— 0,53	0,83	0,43	0,07
2 Cephei Hev.	31 37 55,57	55,24	9	10	0,72	+ 0,33	0,36	0,51	0,03	— 31 37 55,85	54,79	9	9	0,83	— 1,06	0,85	0,43	0,07
48 Draconis	32 25 17,05	16,10	6	12	0,72	+ 0,95	0,36	0,47	0,03	— 32 25 16,92	16,19	10	10	0,85	— 0,73	0,87	0,44	0,07
δ Cephei	32 30 13,42	13,65	8	12	0,72	— 0,23	0,37	0,52	0,03	— 32 30 13,52	13,30	13	6	0,85	— 0,22	0,88	0,55	0,07
ξ —	32 41 0,67	0,43	12	14	0,72	+ 0,24	0,37	0,59	0,03	— 32 41 0,64	0,26	13	10	0,86	— 0,38	0,88	0,47	0,07
53 Draconis	33 26 40,44	39,42	6	12	0,71	+ 1,02	0,37	0,48	0,03	— 33 26 39,93	39,89	10	10	0,86	— 0,04	0,89	0,44	0,07
ε Cephei	33 51 4,86	4,12	10	10	0,71	+ 0,74	0,37	0,53	0,03	— 33 51 4,74	4,39	14	6	0,86	— 0,35	0,92	0,40	0,07
33 Cygni	33 58 47,82	46,58	8	6	0,71	+ 1,24	0,37	0,44	0,03	— 33 58 46,35	46,61	10	8	0,86	+ 0,26	0,92	0,41	0,07
μ Cephei	34 14 18,88	18,37	3	7	0,71	+ 0,51	0,37	0,32	0,03	— 34 14 17,88	16,08	9	3	0,86	— 1,80	0,93	0,26	0,08
α Cassiopejae	34 27 4,23	4,42	12	15	0,71	— 0,19	0,37	0,60	0,03	— 34 27 5,93	4,79	10	19	0,86	— 1,14	0,94	0,51	0,08
49 Draconis	34 35 46,38	46,46	6	12	0,71	— 0,08	0,37	0,48	0,03	— 34 35 46,47	46,98	10	10	0,86	+ 0,51	0,94	0,44	0,08
XXI. 336	34 37 60,71	59,05	6	7	0,71	+ 1,66	0,37	0,42	0,03	— 34 37 57,86	59,90	5	5	0,86	+ 2,04	0,95	0,28	0,08
c Draconis	34 38 22,32	22,09	6	11	0,71	+ 0,23	0,37	0,47	0,03									
γ Ursae maj.	35 18 15,72	16,56	11	19	0,71	— 0,84	0,37	0,62	0,03	— 35 18 16,43	15,72	11	15	0,87	— 0,71	0,97	0,49	0,08
XX. 391	36 10 12,83	12,16	10	10	0,71	+ 0,67	0,37	0,53	0,03	— 36 10 13,83	13,78	7	10	0,89	— 0,05	1,00	0,40	0,08
51 Draconis	36 52 34,13	33,09	6	12	0,71	+ 1,04	0,37	0,48	0,03	— 36 52 33,74	34,12	10	10	0,90	+ 0,38	1,02	0,42	0,08
$\varkappa$ Cygni	36 57 35,09	35,37	6	13	0,71	— 0,28	0,37	0,48	0,03	— 36 57 34,02	35,54	10	10	0,90	+ 1,52	1,02	0,42	0,08
XXI. 32	37 10 6,00	6,41	6	10	0,71	— 0,41	0,37	0,46	0,03	— 37 10 4,45	5,86	8	7	0,90	+ 1,41	1,03	0,35	0,08

	O	W	α	β	ε	O—W	2λ	γ	b.λ	O′	W′	α′	β′	ε′	O′—W′	2λ′	γ′	b.λ′
20 Cygni	37 27 54,21	54,41	7	12	0,71	— 0,20	0,37	0,50	0,03	— 37 27 54,69	54,71	9	9	0,91	+ 0,02	1,04	0,38	0,08
β Draconis	37 33 40,02	41,53	11	8	0,72	— 1,51	0,37	0,51	0,03	— 37 33 40,83	40,99	15	6	0,91	+ 0,16	1,04	0,37	0,08
γ —	38 29 9,78	9,13	14	14	0,72	+ 0,65	0,36	0,61	0,03	— 38 29 9,31	9,03	15	7	0,93	— 0,28	1,07	0,38	0,09
ι Cygni	38 38 58,49	59,42	7	13	0,72	— 0,93	0,36	0,50	0,03	— 38 38 59,55	57,75	11	8	0,94	— 1,80	1,08	0,38	0,09
3 Lacertae	38 40 11,50	12,10	10	10	0,72	— 0,60	0,36	0,53	0,03	— 38 40 12,25	12,25	13	5	0,94	0,00	1,08	0,32	0,09
1 π Cygni	39 37 43,90	42,76	5	9	0,72	+ 1,14	0,36	0,42	0,03	— 39 37 42,00	42,41	9	8	0,96	+ 0,41	1,11	0,35	0,09
η Ursae maj.	39 47 5,76	5,71	11	10	0,72	+ 0,05	0,36	0,54	0,03	— 39 47 3,88	5,58	9	12	0,97	+ 1,70	1,12	0,39	0,09
c Cygni pr.	39 53 18,57	18,30	7	9	0,72	+ 0,27	0,36	0,47	0,03	— 39 53 18,27	17,05	6	4	0,97	— 1,22	1,12	0,23	0,09
— sq.	39 53 45,22	45,41	3	6	0,72	— 0,19	0,36	0,31	0,03	— 39 53 45,58	46,14	6	4	0,97	+ 0,56	1,12	0,23	0,09
θ —	40 11 28,47	28,74	7	13	0,72	— 0,27	0,36	0,50	0,03	— 40 11 29,11	28,51	12	8	0,97	— 0,60	1,13	0,37	0,09
α Persei	40 47 18,28	18,55	11	9	0,72	— 0,27	0,36	0,52	0,03	— 40 47 18,46	19,17	10	12	1,00	+ 0,71	1,15	0,38	0,09
1 ω Cygni	41 12 34,46	34,46	10	9	0,72	0,00	0,36	0,51	0,03	— 41 12 33,64	33,10	9	8	1,01	— 0,54	1,17	0,32	0,09
α Aurigae	44 11 49,62	50,36	24	18	0,72	— 0,74	0,34	0,70	0,03	— 44 11 48,54	49,37	14	20	1,13	+ 0,83	1,27	0,43	0,10
α Cygni	45 21 30,31	30,93	23	22	0,72	— 0,62	0,34	0,72	0,03	— 45 21 29,49	29,26	14	16	1,20	— 0,23	1,31	0,37	0,10
ε Aurigae	46 27 15,69	15,72	10	5	0,73	— 0,03	0,33	0,42	0,03	— 46 27 14,20	15,24	10	10	1,27	+ 1,04	1,34	0,26	0,11
γ Andromed.	48 32 20,72	20,63	9	12	0,73	+ 0,09	0,31	0,53	0,03	— 48 32 19,62	20,09	9	9	1,53	+ 0,47	1,41	0,18	0,11
η Aurigae	49 1 13,06	13,29	14	6	0,73	— 0,23	0,31	0,48	0,03	— 49 1 11,98	11,67	10	9	1,64	— 0,31	1,43	0,18	0,12
β Persei	49 44 44,06	43,65	11	9	0,73	+ 0,41	0,30	0,52	0,02	— 49 44 41,76	42,61	9	11	1,80	+ 0,85	1,45	0,15	0,12
γ Cygni	50 18 52,58	52,06	9	9	0,73	+ 0,52	0,30	0,49	0,02	— 50 18 51,21	52,85	9	6	2,08	+ 1,64	1,47	0,09	0,12
ε Persei	50 31 11,89	12,16	11	9	0,73	— 0,27	0,30	0,52	0,92	— 50 31 9,02	8,05	9	6	2,20	— 0,97	1,48	0,08	0,12
η Herculis	50 43 47,91	45,76	12	8	0,73	+ 2,15	0,30	0,51	0,02	— 50 43 44,43	46,47	7	5	2,32	+ 2,04	1,49	0,06	0,12
Bootis	50 53 58,56	58,06	12	8	0,73	+ 0,50	0,29	0,51	0,02	— 50 53 54,63	56,30	2	5	2,5	+ 1,67	1,49	0,03	0,12
Cygni	51 21 21,06	19,71	7	9	0,73	+ 1,35	0,29	0,46	0,02	— 51 21 16,58	20,52	6	5	3,6	+ 3,94	1,51	0,02	0,12
α Lyrae	51 22 41,27	40,79	10	20	0,73	+ 0,48	+ 0,29	0,59	— 0,02	— 51 22 39,36	42,39	8	7	3,7	+ 3,03	+ 1,51	0,03	+ 0,12

Alle Bezeichnungen mit einem Strich beziehen sich auf untre Culminationen.

O ist die bei Bessel pag. XIX sqq. gegebene, für Kreis Ost obre Culmination geltende:
berechnete P. D. 1820 + *Thermom.* + *Theilung.*

α ist die ebenda gegebene *Anzahl* der zur Bildung des Mittels O benutzten einzelnen Bestimmungen.

W und β gelten auf gleiche Weise für die Lage des Instruments Kreis West.

ε ist der aus der Tafel bei Bessel pag. XIII genommene *w. F.*

$\lambda = \cos z - \cos \zeta$, wo z die Zenithdistanz des Sterns, ζ die des Pols ist.

$$\gamma = \left(\frac{e\sqrt{2}}{\varphi}\right)^2, \text{ wo } \varphi = \sqrt{2e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha} + \frac{\varepsilon^2}{\beta}} \text{ und } e = 0{,}''24.$$

$b = 0{,}''16.$

Tafel II.

	𝔇	𝔚	μ	ν	P	𝔇′	𝔚′	μ'	ν'	P'	$P + P'$	$\frac{\rho' \mp \rho}{-2r}$	q	$(r \pm \rho)k$	$(r - \rho')k$
														+	—
α Ursae min.	1°39′ 5″,77	5″,61	2,17	2,17	5″,69	— 1°39′ 5″,81	5″,61	2,17	2,17	5″,71	— 0″,02	0″,2	2,17	0″,01	0″,01
δ —	3 25 18,28	18,22	2,17	2,17	18,25	— 3 25 18,35	18,24	2,17	2,17	18,30	— 0,05	0,5	2,17	0,02	0,02
ξ —	11 39 24,81	24,17	0,84	1,16	24,44	— 11 39 25,46	24,96	1,18	1,03	25,23	— 0,79	5,9	1,05	0,06	0,07
γ Cephei	13 22 17,66	18,19	1,54	1,43	17,91	— 13 22 19,04	19,06	1,22	1,50	19,05	— 1,14	7,0	1,42	0,07	0,09
β Ursae min.	15 6 31,34	31,23	1,18	1,08	31,29	— 15 6 31,46	32,17	0,88	0,71	31,78	— 0,49	8,2	0,93	0,07	0,10
γ —	17 31 31,52	31,32	1,12	1,25	31,41	— 17 31 32,09	31,86	1,08	1,01	31,98	— 0,57	13,0	1,11	0,08	0,13
ϰ Draconis	19 13 6,52	5,56	0,93	1,30	5,96	— 19 13 5,94	6,16	1,05	1,11	6,05	— 0,09	15,1	1,10	0,09	0,15
λ —	19 40 36,76	36,81	1,01	1,18	36,79	— 19 40 37,06	37,09	1,19	0,79	37,07	— 0,28	16,4	1,04	0,10	0,16
β Cephei	20 13 40,86	41,22	1,18	1,27	41,05	— 20 13 40,51	41,78	0,93	1,11	41,20	— 0,15	20 1	1,11	0,10	0,17
α Ursae maj.	27 16 46,12	46,67	1,19	1,09	46,38	— 27 16 46,29	46,45	1,14	1,04	46,37	+ 0,01	36,0	1,11	0,13	0,27
· Draconis	28 4 34,53	34,34	1,09	1,19	34,43	— 28 4 33,71	34,25	1,04	0,78	33,94	+ 0,49	40,0	1,01	0,13	0,28
α Cephei	28 10 28,56	28,30	1,09	1,35	28,42	— 28 10 27,78	28,04	1,04	1,19	27,92	+ 0,50	43,9	1,16	0,13	0,29
66 Draconis	28 31 29,97	29,76	1,09	1,09	29,86	— 28 31 28,50	28,05	1,08	0,91	28,29	+ 1,57	47,5	1,04	0,13	0,31
η Cephei	28 51 28,24	29,29	1,19	1,19	28,76	— 28 51 28,76	28,55	0,97	1,08	28,65	+ 0,11	48,2	1,10	0,13	0,31
10 —	29 42 26,81	26,49	0,78	1,23	26,62	— 29 42 25,51	25,01	1,08	0,91	25,28	+ 1,34	51,4	1,00	0,13	0,32
XX. 222	30 11 5,30	4,23	1,15	1,09	4,78	— 30 11 4,20	3,51	0,91	0,91	3,86	+ 0,92	54,7	1,00	0,13	0,34
ο Draconis	30 49 45,01	44,99	0,87	1,23	45,00	— 30 49 46,40	45,15	1,01	1,01	45,78	— 0,78	60,3	1,03	0,13	0,36
θ —	30 57 4,51	5,03	1,19	1,09	4,76	— 30 57 4,61	4,22	1,04	0,82	4,44	+ 0,32	54,8	1,03	0,14	0,35
2 CepheiHev.	31 37 55,54	55,27	1,09	1,15	55,40	— 31 37 55,78	54,86	0,93	0,93	55,32	+ 0,08	63,9	1,01	0,14	0,38
48 Draconis	32 25 17,02	16,13	0,87	1,23	16,50	— 32 25 16,85	16,26	0,96	0,96	16,56	— 0,06	69,4	1,00	0,14	0,40
δ Cephei	32 30 13,39	13,68	1,02	1,23	13,55	— 32 30 13,45	13,37	1,10	0,70	13,42	+ 0,13	65,9	1,01	0,14	0 39
ξ —	32 41 0,64	0,46	1,23	1,33	0,55	— 32 41 0,57	0,33	1,09	0,95	0,46	+ 0,09	65,4	1,14	0,14	0.39
53 Draconis	33 26 40,41	39,45	0,88	1,25	39,85	— 33 26 39,86	39,96	0,95	0,95	39,91	— 0,06	75,9	1,00	0,15	0,43
ε Cephei	33 51 4,83	4,15	1,16	1,16	4,49	— 33 51 4,67	4,46	1,14	0,69	4,59	— 0,10	74,9	1,02	0,15	0,43
33 Cygni	33 58 47,79	46,61	1,04	0,88	47,25	— 33 58 46,28	46,68	0,95	0,83	46,47	+ 0,78	78,3	0,92	0,15	0,44
μ Cephei	34 14 18,85	18,40	0,55	0,96	18,56	— 34 14 17,80	16,16	0,89	0,41	17,28	+ 1,28	77,8	0,70	0,15	0,44
α Cassiopejae	34 27 4,20	4,45	1,25	1,37	4,32	— 34 27 5,85	4 87	0,95	1,30	5,28	— 0,96	75,5	1,21	0,16	0,44
49 Draconis	34 35 46,35	46,49	0,88	1,25	46,43	— 34 35 46,39	47,06	0,95	0,95	46,72	— 0,29	74,1	1,00	0,15	0,46
XXI. 336	34 37 60,68	59,08	0,88	0,96	59,85	— 34 37 57,78	59,98	0,61	0,61	58,88	+ 0,97	81,8	0,73	0,15	0,45
c Draconis	34 38 22,29	22,12	0,88	1,20	22,19									0,15	
γ Ursae maj.	35 18 15,69	16,59	1,20	1,50	16,19	— 35 18 16,35	15,80	0,99	1,16	16,05	+ 0,14	79,6	1,20	0,16	0,45
XX. 391	36 10 12,80	12,19	1,16	1,16	12,50	— 36 10 13,75	13,86	0,73	0,92	13,81	— 1,31	96,4	0,96	0,16	0,52
51 Draconis	36 52 34,10	33,12	0,88	1,25	33,53	— 36 52 33,66	34,20	0,90	0,90	33.93	— 0,40	104,2	0,98	0,16	0,55
ϰ Cygni	36 57 35,06	35,40	0,88	1,30	35,26	— 36 57 33,94	35,62	0,90	0,90	34,78	+ 0,48	106,4	0,99	0,16	0,56
XXI. 32	37 10 5,97	6,44	0,88	1,16	6,24	— 37 10 4,37	5,94	0,79	0,72	5,12	+ 1,12	105,3	0,87	0,17	0,56

.	$\mathfrak{O}$	$\mathfrak{W}$	μ	ν	P	$\mathfrak{O}'$	$\mathfrak{W}'$	μ'	ν'	P'	$P+P'$	$\varrho' \mp \varrho - 2r$	q	$(r \pm \varrho)k$	$(r-\varrho')k$
20 Cygni	37 27 54,18	54,44	0,96	1,25	54,33	— 37 27 54,61	54,79	0,83	0,83	54,70	— 0,37	109,7	0,95	0,16	0,57
β Draconis	37 33 39,99	41,56	1,20	1,04	40,72	— 37 33 40,75	41,07	1,11	0,64	40,87	— 0,15	104,5	0 98	0,17	0,56
γ —	38 29 9,75	9,16	1,32	1,32	9,46	— 38 29 9,22	9,12	1,09	0,69	9,18	+ 0,28	114,3	1,06	0,17	0,60
ι Cygni	38 38 58,46	59,45	0,95	1,28	59,03	— 38 38 59,46	57,84	0,91	0,74	58,73	+ 0,30	123,4	0,95	0,17	0,63
3 Lacertae	38 40 11,47	12,13	1,15	1,15	11,80	— 38 40 12,16	12,34	0,99	0,54	12,23	— 0,43	118,8	0,92	0,17	0,62
1 π Cygni	39 37 43,87	42,79	0,77	1,09	43,24	— 39 34 41,91	42,50	0,78	0,73	42,20	+ 1,04	132,4	0,83	0,18	0,68
η Ursae maj.	39 47 5,73	5,74	1,19	1,15	5,73	— 39 47 3,79	5,67	0,77	0,92	4,81	+ 0,92	125,6	0,99	0,18	0,65
c Cygni pr.	39 53 18,54	18,33	0,95	1,09	18,43	— 39 53 18,18	17,14	0,57	0,43	17,73	+ 0,70	142,3	0,67	0,18	0,71
— sq.	39 53 45,19	45,44	0,54	0,87	45,35	— 39 53 45,49	46,23	0,57	0,43	45,81	— 0,46	140,0	0,59	0,18	0,70
θ —	40 11 28,44	28,77	0,95	1,28	28,63	— 40 11 29,02	28,60	0,92	0,71	28,84	— 0,21	145,1	0,94	0,18	0,69
α Persei	40 47 18,25	18,58	1,19	1,09	18,41	— 40 47 18,37	19,26	0,80	0,88	18,84	— 0,43	142,1	0,97	0,18	0,72
1 ω Cygni	41 12 34,43	34,49	1,15	1,09	34,46	— 41 12 33,55	33,19	0,73	0,68	33,38	+ 1,08	159,1	0,86	0,18	0,78
α Aurigae	44 11 49,59	50,39	1,59	1,45	49,97	— 44 11 48,44	49,47	0,84	1,03	49,01	+ 0,96	216,8	1,16	0,19	1,01
α Cygni	45 21 30,28	30,96	1,56	1,54	30,62	— 45 21 29,39	29,36	0,78	0,85	29,37	+ 1,25	254,8	1,07	0,20	1,17
ε Aurigae	46 27 15,66	15,75	1,15	0,77	15,70	— 46 27 14,09	15,35	0,54	0,54	14,72	+ 0,98	280,2	0,69	0,21	1,27
γ Andromed.	48 32 20,69	20,66	1,08	1,22	20,67	— 48 32 19,51	20,20	0,39	0,39	19,86	+ 0,81	393,5	0,58	0,21	1,75
η Aurigae	49 1 13,03	13,32	1,28	0,86	13,15	— 49 1 11,86	11,79	0,37	0,35	11,83	+ 1,32	419,6	0,54	0,22	1,81
β Persei	49 44 44,04	43,67	1,18	1,08	43,86	— 49 44 41,64	42 73	0,30	0,35	42,23	+ 1,63	481,2	0,51	0,22	2,05
Cygni	50 18 52,56	52,08	1,08	1,08	52,32	— 50 18 51,09	52,97	0.23	0,16	51,86	+ 0,46	579,6	0,33	0,21	2,42
ε Persei	50 31 11,87	12,18	1,18	1,08	12,02	— 50 31 8,90	8,17	0,22	0,14	8,62	+ 3,40	560,4	0,31	0,22	2,36
η Herculis	50 43 47,89	45,78	1,22	1,01	46,93	— 50 43 44,31	46,59	0,15	0,11	45,32	+ 1,61	649,7	0,24	0,22	2,69
γ Bootis	50 53 58,54	58,08	1,22	1,01	58,33	— 50 53 54,51	56,42	0,04	0,10	55,86	+ 2,47	682,5	0,13	0,22	2,82
σ Cygni	51 21 21,04	19,73	0,93	1,08	20,34	— 51 21 16,46	20,64	0 06	0,05	18,36	+ 1,98	724,5	0,10	0,22	2,98
α Lyrae	51 22 41,25	40,81	1,12	1,50	41,00	— 51 22 39,24	42,51	0,07	0,06	40,77	+ 0,23	723,7	0,13	0,22	2,98

$\mathfrak{O} = O + b.\lambda$; $\mathfrak{W} = W - b.\lambda$

$\mu = \frac{1}{8} f$, wo $f = \frac{1}{e^2 + \frac{\varepsilon^2}{\alpha}}$; $\nu = \frac{1}{8} g$, wo $g = \frac{1}{e^2 + \frac{2}{\beta}}$

$$P = \frac{\mu . \mathfrak{O} + \nu . \mathfrak{W}}{\mu + \nu}$$

$\varrho' \mp \varrho - 2r$ aus der Tafel pag. XXIII bei Bessel, und es bedeuten r, ϱ, ϱ' die von Bessel bei seiner Reduction angewandten Refractionen resp. für den Ort des Pols und für den Stern in oberer und unterer Culmination.

$$q = \frac{1}{\frac{1}{\mu+\nu} + \frac{1}{\mu'+\nu'}} = \frac{(\mu+\nu) \cdot (\mu'+\nu')}{(\mu+\nu)+(\mu'+\nu')}$$

$k = 0{,}00382.$

Tafel III.

	B_1	w.F.	o	w	o'	w'	p	p'	B_2	p_2	p'_2
α Ursae min.	1°39′ 5″,71	0″,12	+0″,13	+0″,03	+0″,05	−0″,21	+0″,08	−0″,08	1°39′ 5″,72	+ 0″,03	− 0″,04
δ —	3 25 18,29	0,12	+0,07	+0,07	+0.02	−0,15	+0,07	−0,07	3 25 18,32	+ 0,04	− 0,03
ζ —	11 39 24,92	0,17	+0,01	−0,57	+0,55	−0,01	−0,33	+0,28	11 39 25,01	− 0,38	+ 0.33
γ Cephei	13 22 18,53	0,15	−0,76	−0,15	+0,54	+0,50	−0,47	+0,52	13 22 18,66	− 0,50	+ 0,54
β Ursae min.	15 6 31,59	0,18	−0,12	−0,17	−0,09	+0,56	−0,14	+0,20	15 6 31,72	− 0,17	+ 0,23
γ —	17 31 31,79	0,17	−0,13	−0,27	+0,37	+0,08	−0,20	+0,23	17 31 31,95	− 0,22	+ 0,25
κ Draconis	19 13 6,13	0,17	+0,54	−0,36	−0,10	+0,06	+0,02	−0,02	19 13 6,28	− 0,01	+ 0,01
λ —	19 40 37,06	0.17	−0,14	−0,03	+0.10	+0,07	−0,08	+0,09	19 40 37,22	− 0,11	+ 0,12
β Cephei	20 13 41,26	0,17	−0,24	+0,18	−0,64	+0,57	−0,02	+0,02	20 13 41,42	− 0,04	+ 0,05
α Ursae maj.	27 16 46,58	0,17	−0,27	+0,34	−0 08	+0,02	+0,02	−0,03	27 16 46,81	+ 0,02	− 0,03
η Draconis	28 4 34,42	0,17	+0,30	+0,17	−0,49	−0,01	+0,23	−0,28	28 4 34,65	+ 0,21	− 0,25
α Cephei	28 10 28,39	0,16	+0,36	+0,16	−0.38	−0,18	+0,25	−0,27	28 10 28,61	+ 0,24	− 0,25
66 Draconis	28 31 29,34	0,17	+0,82	+0,67	−0,59	−1,10	+0,74	−0,82	28 31 29,57	+ 0,73	− 0,79
η Cephei	28 51 28,93	0,17	−0,50	+0,61	+0,08	−0,19	+0,05	−0,06	28 51 29,16	+ 0,04	− 0,04
10 —	29 42 26,19	0,17	+0,81	+0,55	−0,40	−0,98	+0,65	−0,66	29 42 26,37	+ 0,63	− 0,64
XX. 222	30 11 4,60	0,18	+0,89	−0,12	−0,12	−0,87	+0,40	−0,49	30 11 4,85	+ 0.39	+ 0,49
o Draconis	30 49 45,63	0,18	−0,43	−0,39	+1,07	−0,24	−0,41	+0,42	30 49 45,86	− 0,42	+ 0,44
θ —	30 57 4,86	0,17	−0,15	+0,43	+0,04	−0,41	+0,13	−0,16	30 57 5,12	+ 0,12	− 0,14
2 Cephei Hev.	31 37 55,62	0,17	+0,12	−0,09	+0,48	−0.50	+0,01	−0,01	31 37 55,87	0,00	− 0,01
48 Draconis	32 25 16,80	0,17	+0,42	−0,41	+0,39	−0,26	−0,07	+0,07	32 25 17,05	− 0,08	+ 0,09
δ Cephei	32 30 13,76	0.18	−0,17	+0,18	+0,02	−0,12	+0,02	−0,03	32 30 14,03	+ 0,01	− 0.01
ζ —	32 41 0,77	0.17	+0,07	−0,05	+0,13	−0,17	+0,01	−0,01	32 41 1,04	0,00	0,00
53 Draconis	33 26 40,17	0,18	+0,45	−0,45	+0,06	+0,10	−0,08	+0,08	33 26 40,43	− 0,09	+ 0,10
ε Cephei	33 51 4,82	0.17	+0,22	−0,40	+0,22	−0,05	−0,09	+0,12	33 51 5,11	− 0,11	+ 0,15
33 Cygni	33 58 47,17	0,18	+0,83	−0,29	−0,51	−0,17	+0,32	−0,35	33 58 47,46	+ 0,32	− 0,34
μ Cephei	34 14 18,27	0,21	+0,79	+0,40	−0,09	−1,79	+0,54	−0,63	34 14 18,54	+ 0,48	− 0,55
α Cassiopejae	34 27 5,07	0,16	−0,65	−0,34	+1,16	+0.12	−0,49	+0,56	34 27 5,33	− 0,48	+ 0,56
49 Draconis	34 35 46,87	0,18	−0,31	−0,11	−0,08	+0,53	−0,19	+0,22	34 35 47,15	− 0,21	+ 0,23
XXI. 336	34 37 59,75	0,20	+1,14	−0,40	−1,58	+0,56	+0,34	−0,51	34 37 60,03	+ 0,34	− 0,51
c Draconis	34 38 22,44	0,25	+0,06	−0,05					34 38 22,71		
γ Ursae maj.	35 18 16,43	0,16	−0,52	+0,44	+0,31	−0,30	+0,01	−0,02	35 18 16,70	+ 0,01	− 0,01
XX. 391	36 10 13,36	0,18	−0,34	−0,89	+0,85	+0,89	−0,62	+0,87	36 10 13,69	− 0,62	+ 0,86
51 Draconis	36 52 34,06	0,18	+0,26	−0,66	+0,09	+0,57	−0,28	+0,32	36 52 34,35	− 0.29	+ 0,35
κ Cygni	36 57 35,40	0,18	−0,12	+0,28	−0,96	+0,66	+0,12	−0,15	36 57 35,71	+ 0,08	− 0,15
XXI. 32	37 10 6,11	0,19	+0,09	+0,62	−1,24	+0,27	+0,39	−0,52	37 10 6,42	+ 0,37	− 0,51

	B_1	w.F.	o	w	o'	w'	p	p'	B_2	p_2	p'_2
20 Cygni	37°27′54″,84	0″,18	− 0″,44	− 0″,12	+ 0″,28	+ 0″,39	− 0″,26	+ 0″,34	37°27′5″,514	− 0″,26	+ 0″,35
β Draconis	37 33 41,14	0,18	− 0,92	+ 0,71	+ 0,11	+ 0,37	− 0,16	+ 0,20	37 33 41,53	− 0,13	+ 0,17
γ —	38 29 9,71	0,17	+ 0,27	− 0,26	+ 0,05	− 0,11	+ 0,01	− 0,01	38 29 10,04	0,00	0,00
ι Cygni	38 38 59,29	0,18	− 0 60	+ 0,45	+ 0,74	− 0,94	0,00	− 0,01	38 38 59,59	− 0,01	+ 0,01
3 Lacertae	38 40 12,34	0,18	− 0,64	+ 0,08	+ 0,38	+ 0,50	− 0,28	− 0,42	38 40 12,68	− 0,30	+ 0,46
1 π Cygni	39 37 43,19	0,19	+ 0,92	− 0,10	− 0,66	− 0,13	+ 0,32	− 0,40	39 37 43,50	+ 0,32	− 0,39
η Ursae maj.	39 47 5,73	0,18	+ 0,24	+ 0,31	− 1,35	+ 0,47	+ 0,27	− 0,36	39 47 6,06	+ 0,28	− 0,39
c Cygni pr.	39 53 18,59	0,20	+ 0,19	+ 0,04	+ 0.24	− 0,86	+ 0,11	− 0,23	39 53 18,93	+ 0,10	− 0,22
— sq.	39 53 45,95	0,23	− 0,52	− 0,21	+ 0,18	+ 0.86	− 0,33	+ 0,47	39 53 46,29	− 0,06	+ 0,09
θ —	40 11 29,13	0,18	− 0,45	− 0.06	+ 0,52	+ 0,04	− 0,23	+ 0,31	40 11 29,46	− 0,24	+ 0,32
α Persei	40 47 19,01	0,18	− 0,52	− 0,13	+ 0,02	+ 0,85	− 0,33	+ 0,45	40 47 19,35	− 0,33	+ 0,44
1 ω Cygni	41 12 34,47	0,19	+ 0,20	+ 0,32	− 0,20	− 0,62	+ 0,26	− 0,40	41 12 34,82	+ 0,25	− 0,41
α Aurigae	44 11 50,13	0,16	− 0,29	+ 0,57	− 0,74	+ 0,23	+ 0,12	− 0,21	44 11 50 51	+ 0,14	− 0,24
α Cygni	45 21 30,75	0,16	− 0,21	+ 0,53	− 0,25	− 0,34	+ 0,16	− 0,30	45 21 31,13	+ 0,17	− 0,32
ε Aurigae	46 27 15,96	0,20	− 0,03	+ 0,12	− 0,66	+ 0,54	+ 0,03	− 0,06	46 27 16,37	+ 0,03	− 0,06
γ Andromed.	48 32 21,11	0,20	− 0,15	− 0,12	+ 0,09	+ 0,72	− 0,13	+ 0,40	48 32 21,51	− 0,12	+ 0,38
η Aurigae	49 1 13,48	0,21	− 0,17	+ 0,18	+ 0,13	0,00	− 0,03	+ 0,07	49 1 13,92	− 0,02	+ 0,05
β Persei	49 44 44,17	0,21	+ 0,15	− 0,16	− 0,54	0,49	0,00	+ 0,01	49 44 44,60	0,00	− 0,01
γ Cygni	50 18 52.86	0,22	− 0,03	− 0,45	+ 0,59	+ 2,41	− 0,24	+ 1,33	50 18 53,31	− 0,26	+ 1,44
ε Persei	50 31 12,13	0,22	+ 0,02	+ 0,39	− 0,93	− 1,72	+ 0,20	− 1,23	50 31 12,23	+ 0,14	− 0,83
b Herculis	50 43 47,31	0,22	+ 0,86	− 1,19	− 0,37	+ 1,85	−0,07	+ 0,57	50 43 47,77	− 0,08	+ 0,64
γ Bootis	50 53 58,64	0,23	+ 0,18	− 0.22	− 1,37	+ 0,48	0,00	− 0,06	50 53 59,07	+ 0,01	− 0,09
σ Cygni	51 21 20,68	0,24	+ 0,64	− 0,61	− 1,30	+ 2,82	−0,03	+ 0,58	51 21 21,09	− 0,02	+ 0,38
α Lyrae	51 22 41,43	0,21	+ 0,10	− 0,28	+ 0,73	+ 3,94	−0,12	+ 2,23	51 22 41,83	− 0,09	+ 1,80

Man mache $(O) = \mathfrak{O} + (r \pm \rho)k + 0'',06$; $\quad (O') = -\ [\mathfrak{O}' + (r - \rho')k + 0'',06]$

$(W) = \mathfrak{W} + (r \pm \rho)k + 0'',12$; $\quad (W') = -\ [\mathfrak{W}' - (r - \rho')k + 0'',12]$

ferner $(P) = \dfrac{\mu.(O) + \nu.(W)}{\mu + \nu}$; $\quad (P') = \dfrac{\mu'.(O') + \nu'.(W)}{\mu' + \nu'}$

so ist $B_1 = \dfrac{(\mu + \nu).(P) + (\mu' + \nu').(P')}{(\mu + \nu) + (\mu' + \nu')}$; $w.F = \dfrac{1''}{\sqrt{8(\mu + \nu + \mu' + \nu')}}$

$o = B_1 - (O)$; $\quad o' = B_1 - (O')$

$w = B_1 - (w)$; $\quad w' = B_1 - (W')$

$p = B_1 - (P)$; $\quad p' = B_1 - (P')$

Die Columne B_2 endlich enthält die *definitiven Polardistanzen*, der Biegung $a = 0'',56$ entsprechend und abgeleitet aus den von Bessel gegebenen Polardistanzen mit Hilfe der Formel (E) pag. 223; p_2 und p'_2 sind die Abweichungen dieses Gesammtmittels von den den zwei entgegengesetzten Culminationen entsprechenden Mitteln.

Tafel IV.

	B_2 Biegung a = 0″,56	B_1 a = 0″,00	w.F	S	w.F.	$B_2 - S$
β Ursae min.	+ 74° 53′ 28″,28	28″,41	0″,17	27″,51	0″,15	+ 0″,77
β Cephei	69 46 18,58	18,74	0,17	18,86	0,15	— 0,28
α Ursae maj.	62 43 13,19	13,42	0,17	12,53	0,16	+ 0,66
α Cephei	61 49 31,39	31,61	0,16	31,55	0,15	— 0,16
α Cassiopejae	55 32 54,67	54,93	0,16	55,12	0,16	— 0,45
γ Ursae maj.	54 41 43,30	43,57	0,16	43,45	0,16	— 0,15
γ Draconis	51 30 49,96	50,29	0,17	50,42	0,17	— 0,46
η Ursae maj.	50 12 53,94	54,27	0,18	53,30	0,16	+ 0,64
α Persei	49 12 40,65	40,99	0,18	40,43	0,17	+ 0,22
α Aurigae	45 48 9,49	9,87	0,16	9,39	0,16	+ 0,10
α Cygni	44 38 28,87	29,25	0,16	29,19	0,15	— 0,32
α Lyrae	38 37 18,17	18,57	0,21	18,42	0,18	— 0,25
α Geminor.	32 16 21,58	22,09	0,23	21,35	0,19	+ 0,23
β —	28 27 6,11	6,65	0,22	5,48	0,19	+ 0,63
β Tauri	28 26 40,97	41,52	0,23	40,43	0,20	+ 0,54
α Andromed.	28 5 47,16	47,72	0,22	47,01	0,20	+ 0,15
α Coronae	27 19 35,02	35,58	0,22	35,18	0,20	— 0,16
α Arietis	22 36 22,95	23,55	0,23	22,24	0,20	+ 0,71
α Bootis	20 7 26,08	26,70	0,21	25,50	0,20	+ 0,58
α Tauri	16 8 17,84	18,50	0,22	17,50	0,20	+ 0,34
β Leonis	15 34 40,72	41,38	0,24	39,88	0,20	+ 0,84
α Herculis	14 36 11,14	11,81	0,24	11,92	0,20	— 0,78
α Pegasi	14 14 19,74	20,41	0,24	19,47	0,20	+ 0,27
γ —	14 10 56,91	57,59	0,33	56,89	0,20	+ 0,02
α Leonis	12 50 34,28	34,97	0,22	33,61	0,20	+ 0,67
α Ophiuchi	12 41 56,36	57,06	0,24	56,62	0,20	— 0,26
γ Aquilae	10 10 54,69	55,39	0,23	54,79	0,20	— 0,10
α —	8 24 1,43	2,16	0,21	1,89	0,19	— 0,46
α Orionis	7 21 51,44	52,16	0,22	51,05	0,20	+ 0,39
α Serpentis	6 59 55,59	56,32	0,23	56,50	0,20	— 0,91
β Aquilae	5 57 51,60	52,34	0,23	52,61	0,20	— 1,01
α Canis min.	5 40 41,08	41,82	0,21	41,34	0,20	— 0,26
α Ceti	3 22 38,45	39,20	0,24	38,86	0,22	— 0,41
β Virginis	+ 2 46 43,59	44,37	0,29	44,20	0,22	— 0,61
α Aquarii	— 1 11 24,67	23,88	0,23	23,88	0,21	— 0,79
α Hydrae	7 52 60,82	59,99	0,23	60,88	0,22	+ 0,06
β Orionis	8 25 3,36	2,52	0,24	3,22	0,22	— 0,14
α Virginis	10 13 6,82	5,98	0,22	6,29	0,23	— 0,53
1 α Capricor.	13 3 24,71	23,82	0,35	23,39	0,34	— 1,32
2 α —	13 5 42,61	41,73	0,35	41,14	0,26	— 1,47
1 α Librae	15 14 32,36	31,49	0,25	32,42	0,33	+ 0,06
2 α —	15 17 14,14	13,28	0,25	14,13	0,30	— 0,01
α Canis maj.	16 28 36,24	35,36	0,23	36,88	0,24	+ 0,64
α Scorpii	26 1 21,98	21,02	0,26	20,51	0,58	— 1,47
α Piscis aust.	30 34 27,55	26,42	0,37			

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES

SUR

L'ÉLASTICITÉ DES MÉTAUX

PAR

A. Kupffer.

PREMIÈRE PARTIE.

(Lu le 1. Décembre 1848.)

Les expériences, dont je communique ici les résultats, ont été faites au dépôt des poids et mesures confié à ma surveillance. Ce nouvel établissement a été créé par le ministère des finances, non seulement pour y déposer les étalons des poids et des mesures de Russie et les copies de ceux de tous les états de l'Europe (*), mais aussi pour fournir un local convenable à l'étude des métaux, dont les étalons des mesures linéaires sont confectionnés, relativement à celles de leurs propriétés, qui peuvent avoir une influence sur l'exactitude de ces unités. Les plus importantes de ces propriétés des métaux sont indubitablement leur dilatation par la chaleur et leur élasticité; j'ai commencé par l'étude de la dernière, c'est-à-dire de l'élasticité.

1. Il existe plusieurs méthodes, pour étudier l'élasticité des métaux. Celle, qui conduit aux résultats les plus exacts, est sans contredit celle qui a été employée par Coulomb (voyez Histoire de l'Académie royale des sciences année 1794); elle consiste à suspendre à l'extrémité inférieure du fil métallique, dont on veut étudier l'élasticité, un poids, dont le moment d'inertie est connu, et à le faire osciller. Soit l la longueur du fil, J le moment d'inertie du poids (**), et t la durée des oscillations tournantes du fil, on aura

$$n = \frac{\pi^2}{g.t^2} J \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

(*) Voyez: Travaux de la Commission pour fixer les poids et mesures de Russie etc.

(**) Ou, pour parler plus exactement, la somme des momens d'inertie du poids et du fil; mais ce dernier, étant très faible en comparaison du premier, peut être négligé.

où n désigne la force élastique du fil, c'est-à-dire, le poids qu'il faut faire agir sur un levier $= 1$, pour tordre le fil d'un arc égal à l'unité.

Si le fil est un cylindre à base circulaire et r son rayon, on aura aussi

$$n = \frac{\mu r^4}{l}$$

de sorte que $\mu = n$ pour $l = 1$ et $r = 1$.

On voit que μ est le poids qu'il faudrait appliquer à la circonférence d'un fil(*) ou d'un cylindre à base circulaire dont la longueur et le rayon sont égaux à l'unité, pour le tordre d'un arc égal à l'unité. On sait aussi que, lorsqu'on désigne par δ l'allongement que le même cylindre éprouve par la traction d'une livre, on a

$$\delta = \frac{1}{5\mu}.$$

Une deuxième méthode nous est fournie par la flexion des verges métalliques, fixées a une extrémité et dont l'autre est dérivée par une force connue, une troisième par la durée des oscillations transversales de cette même verge. Enfin une quatrième méthode, employée dernièrement avec tant de succès par M. Wertheim, consiste à observer directement l'allongement des fils métalliques par des tractions connues. Dans la première partie de ce mémoire, nous nous occuperons seulement de la première méthode; nous étudierons la deuxième et troisième dans la seconde partie; quant à la quatrième, je ne m'en suis pas occupé, parce quelle me paraît avoir été épuisée par M. Wertheim.

2. Lorsque le poids, qu'on a suspendu à l'extrémité inférieure du fil, a une forme plus ou moins irrégulière, il serait impossible de déterminer la valeur exacte de son moment d'inertie par le calcul; il faut avoir recours à l'expérience. L'appareil, dont je me suis servi, est en état de donner avec un extrême précision cet élément important de nos recherches: voici comment il est construit (**):

La fig. 1 représente cet instrument dans son ensemble; les fig. 2 à 6 ses détails.

La fig. 1 est un trépied de bois de chêne, très solidement construit et de 15 pieds de hauteur environ; *aa'* est le fil métallique, dont on veut connaître l'élasticité; *bb* est une planche de bois d'un pouce et demi d'épaisseur suspendue horizontalement à l'extrémité inférieure du fil, nous l'appellerons le levier; *cc* est une règle de fer, de 60 pouces de longueur, un pouce de largeur et un demi pouce d'épaisseur, assujettie sur la face supérieur du levier. Cette planche est représentée séparément fig. 2; on la voit d'en haut; il y a sur la règle quatorze petits enfoncemens coniques situés sur une même ligne parallèle à l'axe de la règle; ces petites cavités, distantes l'une de l'autre de 4 pouces, sont destinées à recevoir les pointes *d* des appareils de suspension pour les poids *P*. Pour assujettir la règle sur le levier, il y a au milieu de la règle un trou, par lequel

(*) C'est-à-dire à l'une de ses extrémités, l'autre étant invariablement fixée.

(**) On reconnaîtra facilement, dans ce qui suit, la méthode que M. Gauss a employée pour déterminer le moment d'inertie des barreaux aimantés.

on fait passer une vis, qui s'enfonce dans le bois du levier. La tête de cette vis ne dépasse pas la surface de la règle, et on peut y placer un niveau pour s'assurer de l'horizontalité de la règle et du levier.

L'extrémité supérieure du fil est assujettie entre deux moitiés d'un parallélépipède de cuivre jaune, vissées avec force l'une contre l'autre, voyez *a* fig. 1. Ce parallélépipède est placé tout simplement sur la planche supérieure *D* du trépied (fig. 1), au milieu de laquelle il y a un trou pour laisser passer le fil; le poids du levier est suffisant pour que le parallélépipède ne puisse sortir de place; la planche est assez exactement plane, pour que le parallélépipède s'y applique sous pouvoir remuer.

L'extrémité inférieure du fil se trouve liée au levier par un appareil représenté fig. 4; *f* est un parallélépipède semblable à celui qui est représenté fig. 1. *a*, mais plus petit; il est terminé des deux côtés par des cylindres, auxquels on suspend le double crochet *g*, *g*. Celui-ci est muni de deux vis *h*, *h*, entre lesquelles la pièce *f* se trouve placée de sorte qu'on peut la déplacer un peu, pour pouvoir obtenir, que l'axe du fil passe exactement par le centre de la règle *cc*. La pièce *gg* est liée à la pièce *ll* (le porte-miroir) par un cône g' de sorte qu'on peut donner au levier une direction quelconque, sans tordre le fil. *ll* est un anneau quadrangulaire, au milieu duquel on a placé un miroir, qui peut tourner autour des deux axes *mm*. Ce miroir est double: ce sont deux miroirs placés l'un sur l'autre par leurs surfaces étamées, de sorte qu'on a deux surfaces réfléchissantes parallèles et tournées en sens opposé.

nn enfin est une autre pièce très forte, à laquelle on suspend immédiatement le levier, par le moyen des crochets de fer *o*, *o*.

Le tout est recouvert d'une caisse de bois octogone, avec un couvercle composé de deux moitiés, (voyez fig. 1), et ayant un trou au milieu, pour laisser passer le fil. La caisse a une telle hauteur, que le miroir se trouve en dehors de la caisse et le levier avec ses crochets *o*, *o* en dedans.

Pour pouvoir mesurer avec exactitude l'amplitude des oscillations du levier ainsi suspendu, on a placé sur le couvercle de la caisse octogone un cercle de bois *qqqq* dont le contour intérieur est divisé, et dont le centre se trouve dans le prolongement du fil. Cette division, réfléchie par le miroir, est vue par une lunette solidement établie à une distance de 12 pieds environ, comme cela est représenté fig. 1. Lorsque le fil oscille, l'image réfléchie de la division passe par la lunette, et en notant le plus grand et le plus petit chiffre, coupé successivement par le fil vertical tendu au foyer de la lunette, il est facile de calculer la véritable amplitude, égale à la moitié de l'amplitude observée par réflexion.

Si le prolongement du fil ne passe pas exactement par le centre du cercle, l'amplitude observée sera plus ou moins grande, que la véritable. Pour éliminer cette erreur, on emploie, comme il est déjà dit plus haut, deux miroirs au lieu d'un, et les amplitudes sont observées par deux lunettes diamétralement opposées, comme cela est représenté

fig. 1; il est clair que la moyenne des deux amplitudes observées donne le véritable angle au centre.

Les mêmes lunettes servent aussi pour observer la durée des oscillations. On observe le trait de la division, par lequel passe le fil vertical de la lunette, lorsque l'appareil est en repos, ensuite on le fait osciller, et on observe le moment précis, où ce trait passe par le fil de la lunette; on observe ainsi un grand nombre de passages consécutifs; les différences des momens observés donnent les durées des oscillations. Lorsque l'appareil oscille très rapidement, on marque le trait de repère de sorte, qu'il soit très visible, par exemple en faisant passer un fil noir par ce trait; si l'image réfléchie de la division passe si rapidement, que ce fil noir même ne peut être distingué, on le remplace par une bande noire plus ou moins large. Très souvent, on est obligé de commencer par une bande assez large et de finir, lorsque les amplitudes ont diminué, par un fil assez fin; pour ce cas, on fait bien de se munir d'avance de plusieurs carrés de papier ou de carton dont chacun porte une bande noire plus ou moins large, ou un disque noir plus ou moins grand, ou un trait ou un point de la même couleur, et qu'on peut placer devant la division pour servir de trait ou de point de repère.

Lorsque le point de repère ne répond pas exactement au point de repos de l'appareil, l'intervalle de temps compris entre deux passages consécutifs ne donnera pas exactement la durée d'une oscillation; on détruit cette erreur, en prenant toujours la moyenne entre deux passages consécutifs, qui répond évidemment au moment de la plus grande élongation du levier; de sorte que la différence entre deux moyennes consécutives donne toujours exactement la durée d'une oscillation.

On voit que cet appareil permet d'observer en même temps la durée et l'amplitude de chaque oscillation.

Lorsque l'amplitude s'approche de la valeur de 180°, la division cesse d'être visible par les lunettes *A* et *B* (fig. 1); pour ce cas, on a encore fixé deux autres lunettes en *C* et *D*, qui servent à observer toutes les amplitudes, pour lesquelles les lunettes *A* et *B* sont hors de portée.

Il est inutile de dire, qu'on fait bien de placer les lunettes *A* et *B*, *C* et *D* dans le même plan vertical passant par le fil oscillant.

Pour vérifier cette position, on dirige chacune des deux lunettes successivement sur le fil et sur l'objectif de l'autre lunette; le fil vertical de chaque lunette doit couper non seulement le fil métallique mais en même temps passer par le milieu de l'objectif de l'autre lunette.

Avant de commencer l'observation, on a toujours eu soin de donner au miroir une position perpendiculaire au prolongement de l'axe optique des lunettes; on peut obtenir cela en fixant le miroir de sorte, que le fil vertical de la lunette passe par le centre (ou bien, si cela est impossible, par un fil à plomb passant par le centre) de l'objectif de la lunette, vu par réflexion.

Je me suis dispensé, dans ce qui suit, de communiquer tous les détails de mes observations; je donne seulement les valeurs moyennes que j'ai obtenues. Cependant, pour que le lecteur puisse se faire une idée exacte de ma méthode, je transcris ici le tableau d'une observation complète: les autres ont été faites sur le même modèle.

No. des passages	Instants observés des passages	Moyennes, ou instants de la plus grande élongation	Amplitudes observées entre cette élongation et l'élong. suivante et exprimées en parties de la division du cercle		
			1re lunette	2de lunette	moyennes
1	0^h 18′ 17″,0				
2	43,5	0^h 18′ 30″,3	1111,5	1134,5	1123,0
3	19 9,5	56,5	1107,0	1129,5	1118,3
4	36,0	22,8	1102,5	1124,0	1113,3
5	20 2,5	49,3	1097,5	1119,0	1108,3
6	28,5	15,5	1093,0	1114,0	1103,5
7	55,0	41,8	1088,0	1109,0	1098,5
8	21 20,7	7,9	1082,5	1104,8	1093,7
9	47,5	34,1	1077,5	1100,8	1089,2
10	22 14,0	0,8	1073,0	1096,0	1084,5
11	40,0	27,0	1069,0	1091,0	1080,0
	......	......	......	......	......
	......	......	......	......	......
	......	......	......	......	......
71	0 48 57,5				
72	49 23,5	0 49 10,5	836,0	854,0	845,0
73	50,0	36,8	833,0	851,0	842,0
74	50 16,5	50 3,3	829,5	848,0	838,8
75	42,5	29,5	826,5	845,0	835,8
76	51 9,0	55,8	824,0	842,0	833,0
77	35,0	51 22,0	821,0	838,5	829,8
78	52 1,5	48,3	817,8	835,0	826,4
79	27,5	52 14,5	814,7	832,3	823,5
80	54,0	40,8	811,4	829,8	820,6
81	53 20,0	53 7,0	808,5	826,5	817,5
	......	......	......	......	......
	......	......	......	......	......
	......	......	......	......	......

*

No. des passages	Instants observés des passages	Moyennes, ou instants de la plus grande élongation	Amplitudes observées entre cette élongation et l'élong. suivante et exprimées en parties de la division du cercle		
			1re lunette	2de lunette	moyennes
141	1ʰ 19′ 36″,5				
142	20 3,0	19′ 49,8	655,5	670,0	662,8
143	29,0	20 16,0	653,0	668,0	660,5
144	55,5	42,3	651,0	666,0	659,0
145	21 21,5	21 8,5	649,0	663,5	656,3
146	48,0	34,8	646,7	661,5	654,1
147	22 14,5	22 1,3	644,7	659,5	652,1
148	41,0	27,8	642,7	657,0	649,9
149	23 7,0	54,0	640,7	655,0	647,9
150	33,5	23 20,3	638,5	653,0	645,8
151	59,5	46,5	636,5	651,0	643,8
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
211	1 50 15,5				
212	42,0	1ʰ 50′ 28″,8	528,5	540,2	534,4
213	51 8,0	55,0	527,0	539,0	533,0
214	34,5	51 21,3	525,5	538,0	531,8
215	52 0,5	47,5	523,7	536,0	529,9
216	27,0	52 13,8	522,2	534,0	528,1
217	53,0	40,0	521,0	533,0	527,0
218	53 19,5	53 6,3	519,5	532,0	525,8
219	45,5	32,5	518,0	530,0	524,0
220	54 12,0	58,8	516,5	528,0	522,3
221	38,0	54 25,0	515,0	529,0	522,0
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
	.....	.....	.....	.....	.....
281	2 20 53,5				
282	21 20,0	21 6,8	436,0	446,0	441,0
283	46,0	33,0	435,0	445,0	440,0
284	22 12,5	59,3	434,0	444,0	439,0
285	38,5	22 25,5	432,5	443,0	437,8

No. des passages	Instants observés des passages	Moyennes, ou instants de la plus grande élongation	Amplitudes observées entre cette élongation et l'élong. suivante et exprimées en parties de la division du cercle		
			1re lunette	2de lunette	moyennes
286	2h 23′ 5″,0	22′ 51″,8	431,5	441,5	436,5
287	31,0	23 18,0	430,2	440,5	435,4
288	57,5	44,3	428,4	439,5	434,0
289	24 23,5	24 10,5	427,4	438,0	432,7
290	50,0	36,8	426,2	436,7	431,5
291	25 96,0	25 3,0	425,0	435,2	430,1

Les amplitudes, exprimées en parties de la division, sont aisément converties en degrés, en les multipliant par la valeur d'une division, qui est égale à 0°,0506. Pour trouver la valeur moyenne d'une oscillation, on retranche la moyenne entre les passages no. 1 et no. 2, de la moyenne entre les passages no. 71 et 72 et ainsi de suite pour les dix autres passages qui suivent; cela donne 10 différences, dont chacune est la durée de 70 oscillations; on prend leur moyenne. On opère de même avec les no. 71, 72... et 141, 142 ... et ainsi de suite pour les autres intervalles, chacun de 10 oscillations. Pour avoir les amplitudes moyennes correspondantes, on prend la moyenne des amplitudes pour les no. 1 à 11, et 71 à 81, et on prend la moyenne géométrique de ces deux moyennes, qu'on n'a ensuite qu'à convertir en degrés; on opère de la même façon pour les autres intervalles. On trouve de cette manière pour les 11 intervalles

durée d'une oscillation	amplitude correspondante
26″,2893	48°,458
26,2754	37,321
26,2681	29,739
26,2571	24,291

Dans toutes les observations qui suivent, les intervalles ont toujours été à peu près les mêmes, c'est à dire de près d'une demi-heure, quelles qu'aient été les durées des oscillations.

Soit maintenant J le moment d'inertie du levier, avec toutes ses pièces(*), hormis les poids P, P et les étriers, qui les portent; soit p(**) le poids de ces masses (avec

(*) Le moment d'inertie du fil même est évidemment compris dans la valeur de J.

(**) On a eu soin de rendre les poids des deux masses, avec leurs étriers, parfaitement égaux, de sorte que chacune de ces masses pesait $\frac{1}{2}p$.

leurs étriers) et i leur moment d'inertie, relativement aux axes verticaux, qui passe par leurs centres de gravité et les points de suspension; soit t_1 la durée d'une oscillation du levier, lorsqu'il est chargé du poids p, les pointes d se trouvant placés à une distance r_1 du centre de rotation (ou bien du prolongement de l'axe du fil), des deux côtés du fil; soit t_2 la durée d'une oscillation du levier lorsqu'il est chargé des mêmes poids, les pointes d se trouvant placées à une distance r_2 du centre de rotation; on aura d'après la formule (1)

$$\frac{ngt_1^2}{\pi^2} = J + i + r_1^2 . p$$

$$\frac{ngt_2^2}{\pi^2} = J + i + r_2^2 . p$$

et, en retranchant une équation de l'autre

$$n = \frac{p\pi^2}{g} \cdot \frac{(r_1^2 - r_2^2)}{(t_1^2 - t_2^2)} \ldots\ldots\ldots (2).$$

Réduction à des arcs infiniment petits, et calcul de l'effet de la résistance de l'air.

Les premières observations ont fait voir, que la durée des oscillations augmente avec leur amplitude, il fallait donc avant tout trouver la relation qui existe entre cette durée et l'amplitude. Comme dans nos expériences la force accélératrice est proportionelle à l'angle de torsion, et non pas au sinus de cet angle, il ne peut pas être question ici d'une correction proportionelle au carré du sinus de la demi-amplitude, comme dans les expériences de pendule; il faut chercher la cause du retard, que les durées éprouvent par de grandes amplitudes, ou dans la résistance de l'air, ou dans quelque propriété particulière des corps élastiques.

Muni de tout ce qu'il faut, pour éclaircir cette question, j'ai cru devoir avant tout entre prendre une série de recherches, dirigées dans ce but.

Pour avoir une mesure directe de la résistance de l'air, et de son influence sur l'amplitude et sur la durée des oscillations, j'ai fait clouer sur le levier un rectangle de carton de 61,0 pouces de longueur et 21,775 pouces de hauteur, comme la fig. 5 le représente. Ce carton était coupé en deux moitiés par la ligne horizontale *aa*, et la moitié inférieure pouvait être ployée sur la moitié supérieure, de sorte qu'on pouvait, à volonté, réduire à la moitié la surface résistante, sans altérer le moment d'inertie de l'appareil.

Voici les résultats des observations, qui ont été faites avec cet appareil.

I. La moitié du carton est relevée. Surface résistante = 664,14 *pouces carrés.*

N. 1.

Hauteur barom. réd. à $13^{\circ}\frac{1}{3}$.........29,960 pouc.
Température de l'air...............11°,0 R.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante
32″,7275	75°,14
6746	36,12
6513	20,70
6316	12,84
6235	8,37
6077	5,64

Il est facile de se convaincre, que la réduction à des arcs infiniment petits ne saurait être ici proportionelle au carré des amplitudes, mais elle est proportionelle à leur racine carrée. Nous aurons de cette manière les 6 équations suivantes:

$$A = 32''7275 - \alpha\sqrt{(75,14)}$$
$$A = 32,6746 - \alpha\sqrt{(36,12)}$$
etc.

où A désigne la durée d'une oscillation, lorsque les arcs sont devenus infiniment petits, et α la constante de la réduction; ces équations, combinées selon la méthode des moindres carrés, donnent

$$A = 32''5662$$
$$\alpha = 0,018491.$$

Avec ces valeurs, substituées dans les équations précédentes, on trouve:

Valeur calculée	Valeur observée	Différences
32″,7264	32″,7275	— 0,0011
6773	6746	+ 0,0027
6503	6513	— 0,0010
6324	6316	+ 0,0008
6197	6235	— 0,0038
6101	6077	+ 0,0024

On voit que les différences sont petites, elles sont d'ailleurs alternativement positives et négatives, ce qui tient sans doute à la méthode, que nous avons suivie dans le calcul des moyennes; nous les avons calculées de 55 en 55 oscillations, de sorte que, si le 55ème, ou le 11ème etc. passage est affecté d'une erreur quelconque, cette erreur exerce une influence opposée sur les deux moyennes, sur celle qui précède, et sur celle qui suit le passage.

N. 2.

Hauteur barom. réd. à 13° $\frac{1}{3}$..........29^p,785
Température de l'air................11°,2.

Durée d'une oscillation	Amplitude
32",7660	112°,63
6985	49,13
6619	26,88
6442	15,05

Ces valeurs, combinées de la même manière, donnent:

$$A = 32'',5698$$
$$\alpha = 0{,}018415.$$

Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
32",7660	32",7653	— 0,0007
6985	6989	+ 0,0004
6619	6653	+ 0,0034
6642	6412	— 0,0030

N. 3.

Hauteur bar. réd. à 13° $\frac{1}{3}$..........29,743
Température de l'air..............15°,5 R.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante		Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
32",9667	310°,00	De là	32",9667	32",9617	— 0,0050
8596	170,40	$A = 32'',5944$	8596	8667	+ 0,0071
7681	70,46	$\alpha = 0{,}020859$	7681	7695	+ 0,0014
7172	33,93		7172	7159	— 0,0013
6886	19,40		6886	6863	— 0,0023

N. 4.

Barom. réd. 13° $\frac{1}{3}$..........29,815
Temp. de l'air.............15°,2.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante		Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
32",9688	315°,50	De là	32",9688	32",9693	+ 0,0006
8717	174,00	$A = 32{,}5909$	8717	8719	+ 0,0002
7755	73,18	$\alpha = 0{,}021302$	7756	7731	— 0,0009
7155	34,72		7155	7164	+ 0,0009
6839	19,35		6839	6846	+ 0,0007

On voit qu'il y a une différence notable entre les résultats des no. 1 et 2 et des no. 3 et 4. Nous avons effectivement

$$A = 32'',5680 \quad \text{et} \quad \alpha = 0{,}01845$$

comme termes moyens des no. 1 et 2, et

$$A = 32'',5927 \quad \text{et} \quad \alpha = 0{,}02108$$

comme termes moyens des no. 3 et 4,

par le no. 1....	$A = 32{,}5662$,	$\alpha = 0{,}018491$,	Bar. = 29,960,	Therm. = 11°,0
no. 2....	$A = 32{,}5698$,	$\alpha = 0{,}018415$,	Bar. = 29,785,	Therm. = 11,2
moy.	$A = 32{,}5680$,	$\alpha = 0{,}018453$,	Bar. = 29,873,	Therm. = 11,1,
par le no. 3....	$A = 32{,}5944$,	$\alpha = 0{,}020859$,	Bar. = 20,743,	Therm. = 15,5
no. 4....	$A = 32{,}5909$,	$\alpha = 0{,}021302$,	Bar. = 29,815,	Therm. = 15,2
moy.	$A = 32{,}5927$,	$\alpha = 0{,}021080$,	Bar. = 29,779,	Therm. = 15,35.

Il est facile de voir, qu'une si grande différence entre les deux résultats n'a pu être amenée par celle des pressions: il n'y a que les variations de la température, qui pouvaient être la cause de ce phénomène.

Mais ce qui est assurément démontré par ces expériences, c'est que la réduction à des arcs infiniment petits est proportionelle à la *racine carrée* des amplitudes.

II. Le carton résiste avec toute sa surface. Surface résistante = 1328,28 *pouces carrés.*

N. 5.

Hauteur barom. réd. à 13° $\frac{1}{3}$ .... 30^p,700
Température de l'air................ 14°,3.

Durée d'une oscillation	Amplitude
32'',9818	63°,920
7951	11,360
7764	3,565
7600	0,358

On voit facilement, que la réduction à des arcs infiniment petits n'est plus proportionelle aux racines carrées des amplitudes, mais aux amplitudes mêmes. On trouve dans cette hypothèse, et en combinant les valeurs ci-dessus énoncées d'après la méthode des moindres carrés:

$$A = 32'',7597, \quad \alpha = 0{,}003486.$$

Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
32'',9818	32'',9814	— 0,0004
7951	7991	+ 0,0036
7764	7721	— 0,0043
7600	7609	+ 0,0009

N. 6.

Barom. réd. 13° ⅓..........29,570
Temp. de l'air............12°,2.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante		Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
32″,9024	41°,89	De là	32″,9024	32″,9015	— 0,0000
7804	11,96	$A = 32{,}7374$	7804	7842	+ 0,0038
7579	5,35	$\alpha = 0{,}003918$	7579	7584	+ 0,0005
7521	2,88		7521	7487	— 0,0034

N. 7.

Hauteur bar. réd. à 13° ⅓..........30,025
Température de l'air..............12°,2 R.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante
33″,1886	170°,960
32,9531	53,840
32,7939	13,470
32,7634	5,848
32,7574	3,049

La combinaison des quatre dernières valeurs donne:

$$A = 32''{,}7427, \quad \alpha = 0{,}003898.$$

Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
33″,1886	33″,4091	+ 0,2205
32,9531	32,9526	— 0,0005
32,7939	32,7952	+ 0,0013
32,7634	32,7655	+ 0,0021
32,7574	32,7546	— 0,0028

On voit, que la loi, que je viens d'énoncer (c'est-à-dire, que la réduction à des arcs infiniment petits est proportionelle aux amplitudes) n'est plus vraie pour des amplitudes très grandes.

N. 8.

Bar. réd. à 13° ⅓...........29,860
Therm...................12°,35 R.

Durée d'une oscill.	Amplitude sing. corresp.		Valeurs observées	Valeurs calculées	Différences
32″,9557	76°,430	De là	32″,9557	32″,9550	+ 0,0007
32,7831	14,130	$A = 32''{,}7385$	7831	7787	— 0,0044
32,7540	6,241	$\alpha = 0{,}0028434.$	7540	7563	+ 0,0027
32,7455	3,217		7455	7476	+ 0,0021

N. 9.

Hauteur barom. réd. à 13° $\frac{1}{3}$.........28,994 pouc.
Température de l'air...............15°,3 R.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante
33'',3256	305°,800
33,1980	168,100
32,9417	45,010
32,8110	13,830
32,7809	6,219
32,7773	3,275

La combinaison des quatre dernières valeurs donne:

$$A = 32,7583$$
$$a = 0,004041.$$

D'où l'on trouve:

Valeur calculée	Valeur observée	Différences
33'',3256	33'',9947	
33,1980	33,4381	
32,9417	32,9406	— 0,0011
32,8110	32,8146	+ 0,0036
32,7809	32,7838	+ 0,0029
32,7773	32,7719	— 0,0054

On voit par ce tableau, que pour de très grandes amplitudes, la loi, que nous avons admise pour la réduction à des arcs infiniment petits, est loin d'être exacte; et que cette réduction est plus forte, que ne l'exige cette loi.

Voici maintenant le résumé de toutes les observations faites avec une surface résistante double de celle, que nous avons employée d'abord:

No.	A	a	Barom.	Therm.
5	32,7597	0,003468	30,700	14,3
6	7374	0,003918	29,570	12,2
7	7427	0,003898	30,025	12,2
8	7385	0,002843	29,860	12,35
9	7583	0,003041	28,994	15,3

Ici, ce n'est pas la plus haute pression barométrique, qui produit la plus grande valeur de A; elle est même identique pour la plus grande et la plus petite pression; mais c'est encore évidemment la chaleur qui augmente la durée les oscillations.

Lorsqu'on prend la moyenne de toutes les observations, on trouve

I. Surface résistante = 1328,28 pouc. carr.

$A = 32{,}7473$, $\alpha = 0{,}003634$, Barom. = 29,83, Therm. = 13,27.

II. Surface résistante = 664,14

$A = 32{,}5804$, $\alpha = 0{,}01977$, Barom. = 29,83, Therm. = 13,23.

Ce qui fait voir, qu'une surface résistante rectangulaire de 10,89 pouces de hauteur et 61,0 pouces de longueur horizontale augmente la durée d'une oscillation de 0″,1669.

J'ai encore fait quelques observations avec la même surface résistante, mais avec une vitesse trois fois plus grande, ce qui était facile d'obtenir en substituant au levier un autre levier beaucoup plus léger. Voici les résultats des observations faites avec ce levier.

I. Surface résistante 1328,28 *pouces carrés.*

N. 10.

Barom. réd. à $13^0\frac{1}{3}$ = 30,00, Therm. = 11°,8.

Durée d'une oscillation	Amplit. moyenne correspondante
11″,4643	26°,080
11,2571	6,367
11,2228	2,132

Ces observations, calculées d'après la formule $A = A' - \alpha . a$, A étant la durée réduite, A' la durée observée, α le coefficient de réduction et a l'amplitude donnent:

$$A = 11{,}1948$$
$$\alpha = 0{,}01041.$$

D'où l'on trouve:

Valeurs observées	Valeurs calculées	Différence
11,4643	11,4662	— 0″,0019
11,2571	2607	— 0,0036
11,2228	2170	+ 0,0058

N. 11.

Barom. = 29,63, Therm. = 13,6.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Durée calculée	Différence
11,2574	7,071	11,2569	+ 0,0005
11,1969	1,613	11,2002	— 0,0033
11,1919	0,568	11,1891	+ 0,0028

$$A = 11{,}1832$$
$$\alpha = 0{,}010417.$$

N. 12.

Baromètre et thermomètre comme dans l'observation précédente.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Durée calculée	Différence
11,2481	5,915	11,2456	+ 0,0025
11,2000	1,497	11,2037	— 0,0037
11,1959	0,519	11,1945	+ 0,0014

$A = 11,1896$, $\alpha = 0,009473$.

N. 13.

Barom. à $13^0 \frac{1}{3} = 29,59$, Therm. $= 12,1$.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Durée d'une oscillation	Différence
11,2514	7,610	11,2516	— 0,0002
11,1941	1,653	11,1926	+ 0,0015
11,1816	0,653	11,1828	— 0,0012

$A = 11,1763$, $\alpha = 0,009896$.

II. Surface résistante = 664,14 *pouces carrés.*

N. 14.

Barom. à $13^0 \frac{1}{3} = 29,75$, Therm. $= 12,2$.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Durée calculée	Différence
11,0676	21,210	11,0691	— 0,0015
11,0417	7,259	11,0361	+ 0,0056
11,0246	3,209	11,0266	— 0,0020
11,0198	1,221	11,0219	— 0,0021

Ces valeurs, calculées d'après la même formule, donnent (*)

$A = 11,0190$, $\alpha = 0,002361$.

N. 15.

Barom. à $13^0 \frac{1}{3} = 29,33$, Therm. $= 13,2$.

Durée d'une oscill.	Amplit.	Diff. d. dur., calc. et obs.
11,0168	9°,462	— 0,0007
10,9985	4,918	+ 0,0016
10,9919	2,597	+ 0,0001
10,9897	1,266	— 0,0024
10,9842	0,753	+ 0,0013

$A = 10,9829$, $\alpha = 0,003511$.

N. 16.

Bar. à $13^0 \frac{1}{3} = 29,33$, Therm. $= 13,2$.

Durée d'une oscill.	Amplit.	Diff. d. dur., calc. et obs.
11,0485	19°,162	+ 0,0022
11,0042	7,285	— 0,0090
11,0000	4,282	— 0,0018
10,9858	2,813	+ 0,0088

$A = 10,9793$, $\alpha = 0,003618$.

(*) Il est facile de se convaincre, que la formule $A = A' - \alpha\sqrt{\alpha}$ n'est pas applicable ici.

N. 17.

Barom. à $13^0 \frac{1}{3}$ = 29,59, Therm. = 12,7.

Durée d'une oscillation	Amplitude	Diff. des durées, observ. et calc.
11,0097	20,560	+ 0,0026
10,9869	6,977	— 0,0089
10,9705	3,797	— 0,0005
10,9642	2,290	+ 0,0020
10,9591	1,438	+ 0,0049

$A = 10{,}9604$, $\alpha = 0{,}002523$.

Résumé: *A*) Surface résistante = 1328,3.

No.	*A*	*α*	Barom.	Therm.
10	11,1948	0,01041	30,00	11,8
11	11,1832	0,01042	29,63	13,6
12	11,1896	0,00947	29,63	13,6
13	11,1763	0,009896	29,59	12,1
moy.	11,1860	0,009815	29,71	12,8

B) Surface résistante réduite à la moitié.

No.	*A*	*α*	Barom.	Therm.
14	11,0190	0,002361	29,75	12,2
15	10,9829	0,003511	29,33	13,2
16	10,9793	0,003618	29,33	13,2
17	10,9604	0,002523	29,59	12,7
moy.	10,9854	0,003003	29,50	12,8

Lorsqu'on retranche l'une de l'autre les deux valeurs moyennes de *A*, on a 0",2006 pour le retard dans la durée d'une oscillation, produit par une augmentation de surface de 664,2 pouces carrés.

Pour trouver la relation, qui existe entre les effets de la résistance de l'air à différentes distances de l'axe de rotation, j'ai fixé au levier, et au dessous de lui deux planches rectangulaires de bois de 14,0 pouces de hauteur, de 8,9 de largeur et 0,24 d'épaisseur, et d'un poids de 0,8256 à deux distances différentes des deux côtés de l'axe de rotation (voyez fig. 6); ces planches pouvaient tourner autour d'un axe vertical, de sorte qu'on pouvait leur donner à volonté une position perpendiculaire ou parallèle au levier. On a observé trois fois, d'heure un heure, onze passages consécutifs du levier par le fil vertical de la lunette; ces onze observations ont donné dix moyennes, dont la moyenne a été

retranchée de la moyenne trouvée une heure plus tard; cette différence, divisée par le nombre des oscillations, a été regardée comme la durée des oscillations correspondant à l'amplitude moyenne qui eut lieu pendant l'intervalle d'une heure, qui sépare les deux moyennes.

I. Les planches sont parallèles au levier, les distances à l'axe de rotation est de 25,75 *pouces.*

N. 18.

		avant	après
Barom. à $13^{\circ}\frac{1}{3}$ = 29,78,	Therm. inf.	12,7	12,7
	„ sup.	13,2	13,2
	moy.	12°,97	

Durée d'une oscillation	Amplitude
54″,3639	22,864
54,2871	10,030

$A = 54{,}1832, \quad \alpha = 0{,}03778.$

II. Les planches sont perpendiculaires au levier.

N. 19.

		avant	après
Barom. 593,1,	Therm. inf.	13,9	14,1
	„ sup.	14,8	14,6
	moy.	14,35	

Durée d'une oscillation	Amplitude
54,3411	30,842
54,2826	18,826

$A = 54{,}0736, \quad \alpha = 0{,}04817.$

III. Les planches sont parallèles au levier, les distances à l'axe de rotation est de 8,8 *pouces.*

N. 20.

		avant	après
Barom. 30,02.	Therm. inf.	12,4	12,4
	sup.	12,8	12,8
	moy.	12,60	

Durée d'une oscillation	Amplitude
53,3601	13,905
53,3297	10,153

$A = 53{,}1509, \quad \alpha = 0{,}05612.$

IV. Les planches sont perpendiculaires au levier.

N. 21.

Bar. 30,06,	Therm. inf.	13,3	13,3
	„ sup.	14,0	14,0
		moy.	13,65

Durée d'une oscillation	Amplitude
53,3562	13,205
53,3229	9,493

$A = 53,1198$, $\alpha = 0,06024$.

Nous verrons plus tard, que la durée des oscillations d'un fil de cuivre augmente avec la température de 0,0002843 par 1° R. et 1″; ce qui donne 0,01538 pour 1° et 54″,1 et 0,01510 par 1° et 53″,1. De là, on trouve les valeurs suivantes des oscillations, réduites à 13°,33 R.

Distances des planches à l'axe de rotation	La planche est parallèle au levier	La planche est perpendiculaire au levier	Différence
25,75	(*a*) 54,1890	(*a*) 54,0579	0,1311
8,80	(*b*) 53,1621	(*b*) 53,1149	0,0472

On voit que les résistances sont proportionelles aux distances des surfaces résistantes à l'axe de rotation.

De là il suit, que la résistance totale d'un rectangle qui oscille autour d'un axe vertical, passant par son centre de gravité, et dont la hauteur est a et la demi longueur b, est égale à $m.a.b^2$, où m est une constante, qu'il faut déterminer par l'expérience.

Pour nos expériences, nous avons

$$m.a\,[(8,80 + 4,45)^2 - (8,80 - 4,45)^2] = 0,047$$

et $$m.a\,[(25,75 + 4,45)^2 - (25,75 - 4,45)^2] = 0,1311,$$

Ces deux équations donnent: $m.a = 0,0002937$

et comme $a = 14,00$

$m = 0'',00002098$

Dans nos expériences précédentes, où la surface résistante courait tout le long du levier, nous avoir eu $b = 30,50$ et $a = 10,89$.

De là on trouve $m.a.b^2 = 0'',2125$.

Cette valeur diffère fort peu de celle, que nous avons trouvée précédemment, pour une durée de 11″,9854; mais elle diffère assez considérablement de celle, que nous avons été obligé d'admettre pour une durée d'oscillation de 32″,5804; et ce n'est que l'exiguïté de cette correction, qui m'a déterminé à abandonner les recherches pour le moment, pour y revenir plus tard.

La moyenne des trois données de l'expérience est

$$m.ab^2 = 0'',1933,$$

$$m = 0,00001908.$$

On voit que, dans les limites de nos observations, la résistance de l'air augmente la durée des oscillations d'une grandeur constante, quelle que soit cette durée, ce qui prouve qu'elle est proportionelle à la vitesse.

Résumé.

1) Pour des durées d'oscillation aussi grandes, et pour des surfaces résistantes aussi petites, que celles, qui ont eu lieu dans les expériences suivantes, la réduction à des arcs infiniment petits est proportionelle à la racine carrée des amplitudes; c'est à dire, si l'on appelle t la durée d'une oscillation correspondante à l'amplitude s, et A cette durée réduite à des arcs infiniment petits, on a

$$A = t - \alpha\sqrt{s}, \quad \text{ou bien} \quad A = t\left(1 - \frac{\alpha}{t}\sqrt{s}\right).$$

La valeur de α a été déterminée par l'expérience pour chaque cas particulier. On verra plus tard, que la valeur de $\frac{\alpha}{t}$ n'est pas la même pour des fils de métaux différens, ce qui prouve, que cette valeur ne dépend pas seulement de la résistance de l'air, mais en même temps d'une propriété particulière des corps élastiques, à laquelle nous reviendrons plus tard.

2) Lorsque la résistance de l'air dépasse une certaine limite, la réduction à des arcs infiniment petits n'est plus proportionelle à la racine carrée des amplitudes, mais aux amplitudes mêmes; cette limite peut être dépassée de deux manières, ou en augmentant la surface de résistance, on en augmentant la vitesse des oscillations.

3) Après avoir réduit la durée des oscillations à des arcs infiniment petits, il faut encore tenir compte de l'augmentation de cette durée par la résistance de l'air, qui, pour des leviers rectangulaires, est égale à

$$0'',00001908.ab^2,$$

où a est la hauteur et b la demi-longueur de la surface résistante.

Diamètres des fils.

Comme les formules relatives à l'élasticité des fils contiennent la quatrième puissance du rayon, il est indispensable de déterminer celui-ci très exactement.

On peut déterminer le rayon d'un fil directement, en mesurant son diamètre avec un appareil micrométrique, ou indirectement en déterminant le volume d'eau deplacé par une longueur déterminée du fil.

Pour déterminer le diamètre de nos fils directement, je me suis servi d'un excellent microscope de Schiek (à Berlin) à trois objectifs achromatiques, ayant un grossissement de 95 fois, et une excellente vis micrométrique, établie solidement sous le microscope: cette vis fait marcher un support, sur lequel on fixe le fil, dont il s'agit de mesurer

l'épaisseur. Au foyer du microscope il y a un fil très fin; on fait avancer un côté du fil métallique, jusqu'à ce qu'il touche exactement le fil du microscope, et on fait la lecture de la division du micromètre; on fait passer le fil métallique par le champ du microscope, jusqu'à ce que l'autre côté de ce fil est touché par le fil du microscope: on fait de nouveau la lecture du micromètre: la différence des deux lectures donne le diamètre du fil métallique exprimé en parties du micromètre.

On a soin de placer un morceau de papier blanc sous le fil dont on veut déterminer le diamètre, pour qu'il tranche bien sur un fond blânc: on verra alors paraître le long du côté du fil une ligne noire, qui désigne très nettement la limite du fil, et avec laquelle il sera facile de faire coïncider exactement le fil du microscope: c'est, je suppose, un phénomène d'interférence. La ligne noire est trés déliée et on peut faire de sorte, qu'elle se confonde complètement avec le fil du microscope, dont l'épaisseur peut être regardée comme nulle, puisqu'elle porte sur une image qui a éprouvé un grossissement si fort.

Quoique le micromètre soit excellent, et n'ait pas de marche morte, j'ai cependant pris la précaution de le faire marcher dans les deux sens opposés (de droite à gauche et ensuite de gauche à droite), et de prendre la moyenne entre les deux résultats.

Pour déterminer la valeur des divisions du micromètre, j'ai d'abord fixé sur le support une règle divisée en dixièmes de lignes, la même, qui m'a servi pour la mesure des dimensions du cylindre, dans mes expériences sur le poids d'un pouce cube d'eau (voyez Travaux de la commission pour fixer les poids et mesures de Russie Tome II page 218). Voici ce que cette opération a donné:

En avançant		En reculant	
Division micrométrique	Règle divisée en 10mes de ligne	Division micrométrique	Règle divisée en 10mes de ligne.
1872,8	1,25	17,6	1,05
1780,0	1,24	481,5	1,10
1686,6	1,23	945,9	1,15
1594,1	1,22	1108,4	1,20
1500,7	1,21	1872,7	1,25
1409,5	1,20		
946,2	1,15		
481,9	1,10		
18,0	1,05		

La première série donne $0^p,20 = 1854,8$ parties micrométriques
La deuxième „ $= 1855,1$ „ „
moyenne $= 1855,0.$

Or, nous trouvons dans l'ouvrage cité, que les $0^p,2$ de la règle employée dans nos expériences sont égaux à 0,2001105 du pouce anglais ou russe; nous aurons donc

1 partie micrométrique $= 0{,}000107876$ du pouce anglais.

Pour vérifier ce résultat, une seconde règle divisée en millimètres fut fixée sur le support du micromètre; cette règle à été divisée par Gambey à Paris et mérite toute confiance. Elle a donné $5^{mm}{,}25 = 1916{,}4$ parties micrométriques, ou bien

1 partie micrométrique $= 0^{mm}{,}0027395 = 0{,}000107857$ du pouce anglais.

La moyenne des deux valeurs est 0,000107867 dont le log. $= 6.0328888 - 10$.

La détermination indirecte du diamètre des fils a été faite de la manière suivante:

Après avoir coupé le fil, dont la longueur était très exactement connue par les mesures précédentes, aussi près que possible des points où il est engagé dans les pièces, dont l'une assujettit son extrémité supérieure et dont l'autre le lie invariablement au grand levier, on le ploie en trois ou quatre parties, et on le suspend ainsi ployé au plateau d'une balance, en le faisant plonger dans de l'eau pure. On détermine exactement la perte qu'il fait, étant plongé dans l'eau; on note en même temps la température de l'air et la hauteur barométrique.

Soit p le poids du fil dans l'air, déterminé avec des poids de cuivre jaune, et p' le véritable poids du fil dans le vide, soit q le poids qu'il faut ajouter, lorsqu'il est plongé dans l'eau, ce poids étant pris avec les mêmes poids de cuivre jaune; soient α et β les pesanteurs spécifiques de l'air relativement au cuivre jaune et au métal, dont le fil est fait, soit enfin A le contre-poids, placé sur l'autre plateau de la balance, pour établir l'équilibre, et q' le véritable poids du volume d'eau déplacée par le fil, on aura évidemment

$$p - p\alpha = p' - p'.\beta \text{ en pesant le fil dans l'air,}$$

$$A = p' - p'.\beta \text{ lorsque le fil est suspendu dans l'air,}$$

$$A = p' - q' + q - q\alpha \text{ lorsque le fil est suspendu dans l'eau,}$$

d'où l'on trouve

$$p' = p \cdot \frac{1-\alpha}{1-\beta},$$

$$0 = q' - q\,(1-\alpha) - p'\beta$$

et enfin

$$q' = q\,(1-\alpha) + p\,\frac{(1-\alpha)}{(1-\beta)} \cdot \beta.$$

On peut ici, sans erreur sensible, supposer $\frac{1-\alpha}{1-\beta} = 1$; on obtient alors, en mettant $\alpha = 0{,}00015$

$$q' = 0{,}99985\,.q + p\beta.$$

Les pesées, dont nous donnerons tout-à-l'heure les détails, ont été faites à une température fort peu différente de la température normale ($13^0\frac{1}{3}$ R.); nous n'aurons donc pas besoin d'avoir égard aux différences, que les valeurs de α et β présentent à des températures différentes; mais il faudra avoir égard à la température de l'eau. Nous savons, qu'un pouce cube d'eau pèse à la température normale: 368,361 doli.

Avec cette donnée, il est facile de composer la table suivante, qui donne le poids d'un pouce cube d'eau à différentes températures.

*

Temp. R.	Poids γ d'un pouce cube d'eau	Temp. R.	Poids γ d'un pouce cube d'eau
	Doli		Doli
8	368,668	16	368,134
9	625	17	- 038
10	576	18	367,935
11	519	19	827
12	456	20	714
13	385	21	593
14	308	22	469
15	224	23	339
		24	174

Soit γ le poids d'un pouce cube d'eau à la température, à laquelle on a observé, on aura évidemment le volume v du fil

$$v = \frac{q'}{\gamma}.$$

Mais on a aussi, en désignant par l la longueur du fil et par r son diamètre:

$$v = \pi r^2 . l.$$

De là
$$r = \sqrt{\left(\frac{v}{\pi l}\right)} = \sqrt{\left(\frac{q'}{\gamma \pi l}\right)} = \sqrt{\left(\frac{0{,}99985 . q + p\beta}{\gamma \pi l}\right)}.$$

Nous avons $\beta = 0{,}00015$ pour le cuivre jaune et le fer,
$= 0{,}00006$ pour le platine,
$= 0{,}00013$ pour le cuivre rouge,
$= 0{,}00012$ pour l'argent,
$= 0{,}00007$ pour l'or.

Il ne sera pas inutile de calculer en même temps la densité du fil, qui est égale à:

$$\frac{p' . \gamma}{q'} = \frac{p . \gamma}{(0{,}99985\, q + p\beta)},$$

où γ doit être exprimé en parties de la livre.
Voici maintenant les expériences:

Fil de fer.

Première sorte. Poids dans l'air..........2560,88 doli russes
„ dans l'eau de 10°,8 2222,97 „
Différence 337,91 „
Longueur du fil = ...126,76
De là $r = 0{,}0480076$, log. $r = 8{,}6813101 - 10$.
Densité = 0,302757 (*)

(*) La densité du fer forgé est de 0,310964. On appelle ici „densité" le poids d'un pouce cube, (poids et mesure russe.)

Pesanteur spéc. = 7,5747 (*)

La mesure directe a donné $r = 0,0478391$.

Il est à remarquer, que le diamètre des fils n'est pas toujours exactement égal dans toute leur longueur, et que la coupe des fils n'est pas même toujours exactement circulaire; de sorte que la valeur du rayon trouvée par une pesée, doit être préférée.

Seconde sorte.

Poids dans l'air (Bar. 584,4 à 13° ⅓ R. temp. 13°,3) 7239,06 doli russes
„ dans l'eau (d'une temp. de 12°,9).......... 6278,18 „
Différence 960,18 „

Longueur du fil = 126,600

De là $r = 0,080992$ dont le log. = 8,9084424 — 10.

La mesure directe a donné pour une extrémité....0,080880
pour l'autre extrémité..0,080713
moy. 0,080797.

Densité = 0,301072, Pesanteur spécifique = 7,5326.

Fil de cuivre jaune.

Poids dans l'air (Bar. 604,8 à 11°,5 temp. de l'air 9°,8)...11254,625 doli
„ dans l'eau (d'une temp. d. 9°,9 R.)................ 9927,500 „
Diff. 2327,125

Longueur du fil = 126,654.

De là $r = 0,0951813$ dont le log. 8,9785515 — 10.

Densité = 0,338784, Pesanteur spécifique = 8,47601.

Fil de Platine.

Poids dans l'air (Bar. 592,1 à 12°,5, Therm. 12°,0 28496,375 doli
„ dans l'eau (Temp. 9°,0 R.).................27137,500 „
1358,875 „

Longueur du fil = 127,325.

De là $r = 0,096052$, dont le log. 8,9825061 — 10.

Densité = 0,83786, Pesanteur spécifique = 20,9624.

Fil d'argent.

Poids dans l'air (Bar. 580,6 à 12°,5, temp. de l'air 11°,1) 14309,3
„ dans l'eau de 10°,0............................ 12945,2
Diff. 1364,1

$l = 126,715$.

De là $r = 0,0964738$ dont le log. 8,9844095 — 10,

Densité = 0,419063, Pesanteur spécifique = 10,4845.

(*) On appelle ici pesanteur spécifique la densité rapportée à celle de l'eau de 13° ⅓ R.

Fil d'or.

Poids dans l'air (Bar. 595,0 à 13°,5 temp. de l'air 11°,5...21636,25
„ dans l'eau (temp. 16°,6 —)....................20509,25
Diff. 1127,00

$l = 126{,}735.$

De là $r = 0{,}0877447$, dont le log. 8,9432210 — 10,
Densité $= 0{,}765863$, Pesanteur spécifique 19,1611.

Détermination expérimentale du coefficient d'élasticité.

Je vais maintenant exposer les expériences, qui ont été faites, pour déterminer par des oscillations le coefficient d'élasticité du fer, du cuivre jaune, du platine, de l'argent et de l'or.

Fer doux passé à la filière.

Remarque. Pour mieux évaluer la température du fil, on a suspendu à une petite distance du fil trois thermomètres, l'un au niveau de son extrémité supérieure, l'autre au niveau de son milieu, et le troisième au niveau de son extrémité inférieure. Les hauteurs barométriques indiquées dans les tableaux suivans ont déjà été réduites à la température normale de $13^0 \frac{1}{3}$ R.

Pour toutes les observations communiquées dans les tableaux suivans, les calculs pour déterminer les valeurs de α et A ont été faits par M. Napiersky, prof. de math. au gymnase de Mitau, auquel je m'empresse de témoigner ici publiquement ma reconnaissance.

I. Fil de fer N. 1.

Longueur du fil 126,79 pouces à la température moyenne de 14°,4.
Rayon du fil $= 0{,}00480076$.

A. Expériences faites avec le levier seul.

N. 22.

		avant l'observation	après l'observation
Barom. 29,68.	Therm. sup.	13,3	13,5
	au milieu	13,2	13,0
	inf.	12,2	12,2
	moy.	12,9	12,9.

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées, calc. et observées
32,3005	101°,070	— 0,0003
2754	68,196	+ 0,0009
2607	49,640	— 0,0005

$\alpha = 0{,}01327, \quad A = 32{,}1667.$

N. 23.

Barom. = 30,01.

	avant	après
	l'observation	
Therm. supérieur	12,7	12,7
au milieu	14,8	14,7
Therm. inférieur	13,2	13,2
moy.	14,6	14,6

Durée d'une oscillation	Amplitude	Diff. des durées observ. et calc.
32,2893	81,62	+ 0,0011
2732	57,71	— 0,0003
2638	43,04	— 0,0024
2527	33,16	— 0,0007
2438	26,13	+ 0,0006
2366	20,91	+ 0,0014

$\alpha = 0{,}01173$, $A = 32{,}1844$.

N. 24.

Barom. = 29,40.

	avant	après
	l'observation	
Therm. supérieur	15,7	16,1
au milieu	15,4	15,8
Therm. inférieur	15,2	15,3
moy.	15,4	15,7
	15,55	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées, observ. et calculées
32,2711	58°,271	+ 0,0020
2641	44,680	— 0,0019
2550	35,180	— 0,0016
2455	28,098	+ 0,0008
2411	22,797	— 0,0009
2334	18,685	+ 0,0016

$\alpha = 0{,}011518$, $A = 32{,}1852$.

N. 25.

Barom. = 29,76.

	avant	après
	l'observation	
Therm. supérieur	15,5	15,2
au milieu	15,4	14,9
Therm. inférieur	15,0	14,6
moy.	15,3	14,9
	15,1	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées, observ. et calculées
32,2213	19,203	+ 0,0003
2161	15,543	— 0,0002
2121	12,926	— 0,0008
2066	10,740	+ 0,0006

$\alpha = 0{,}01305$, $A = 32{,}1644$.

N. 26.

Barom. = 29,96.

	avant	après
	l'observation	
Therm. supérieur	13,0	13,0
au milieu	12,8	12,8
Therm. inférieur	12,6	12,6
moy.	12,8	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées, observ. et calculées
32,2332	30,287	— 0,0002
2250	24,172	+ 0,0006
2196	19,502	— 0,0005
2134	15,873	+ 0,0001

$\alpha = 0{,}01281$, $A = 32{,}1625$.

Désignons par t la température du fil, et par A' la durée d'une oscillation réduite à la température normale de $13^0\frac{1}{3}$, nous aurons évidemment

$$A' = A - \beta\,(t - 13{,}3)$$

où β exprime l'influence de la température sur la force élastique du fil.

De cette manière, nous obtiendrons les équations de condition suivantes:

$$A' = 32{,}1677 + \beta . 0{,}4$$
$$A' = 32{,}1844 - \beta . 1{,}3$$
$$A' = 32{,}1852 - \beta . 2{,}3$$
$$A' = 32{,}1625 + \beta . 0{,}5$$

La quatrième observation diffère beaucoup des autres; lorsqu'on la rejette, on trouve

$$A' = 32{,}1695, \quad \beta = 0{,}008115,$$
$$\alpha \text{ moyen} = 0{,}01248, \quad \frac{\alpha}{A'} = 0{,}0003880.$$

Observation	Calcul	Différences
32,1677	,1665	+ 0,0012
1844	,1800	+ 0,0044
1852	,1882	— 0,0030
1625	,1655	— 0,0030

Nous aurons donc pour la réduction à la température normale de $13^0\frac{1}{3}$

$$A' = A\,(1 - (t - 13{,}3)\;0{,}0002523).$$

Pour la réduction au vide, nous avons par ce qui précède, la hauteur du levier étant de 4,9, et sa longueur de 30,5 pouces, 0″,0912 et de là, pour la valeur finale de A', réduite au vide: 32,0783.

II. Expériences faites avec le levier chargé de poids.

Tout était resté dans la même position, seulement on avait placé les poids P (voyez fig. 1) à égale distance du fil, des deux côtés.

Les poids étaient enfermés dans des boîtes de carton de figure parallélépipèdique, de 12,3 pouces de hauteur sur une base quadrangulaire, dont les côtés étaient de 5,0 et de 12,3 pouces; c'était le côté le plus étroit, qui présentait sa face à la résistance de l'air. Chacun des poids, avec le carton et les crochets, pesait 49,6573 livres russes.

Dans ce poids, il y avait 41,9291 de plomb, et 1,9234 de carton; le reste, c'est à dire 5,8048 livres, étant de cuivre jaune. Les poids ont été évalués avec des poids de cuivre jaune, qui donnaient dans le vide le poids exact qu'ils représentaient. Lorsqu'on suppose la pesanteur spécifique du carton égale à peu près à celle de l'eau, celle du plomb étant égale à 11,3, on trouvera, que la correction, qu'il faut faire au poids indiqué, pour le réduire au vide, est environ de 0,0004, qu'il faut ajouter au poids observé, de sorte que celui-ci devient égal 49,6577. Par l'addition des poids, le fil s'est allongé de 0,055, de sorte, que sa longueur est, dans ces expériences, égale à 126,845 à $11^0{,}3$ ou bien 126,8488 à $13^0{,}3$.

Toutes les observations suivantes ont été calculées d'après la supposition, que la réduction à des arcs infiniment petits est proportionelle à la racine carrée des amplitudes.

A. Distance des poids à l'axe du fil $= 26{,}0333$.

N. 27.

Barom. $= 30{,}30$.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. supérieur	14,6	14,2
au milieu	14,4	14,0
Therm. inférieur	14,3	13,8
moy.	14,22	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
57,7000	$34^\circ{,}477$	+ 0,0029
6969	30,281	— 0,0022
6894	26,680	— 0,0022
6800	23,597	+ 0,0003
6744	20,938	— 0,0004
6666	18,645	+ 0,0017

$A = 57{,}5720$, $\alpha = 0{,}02230$, $A' = 57{,}5585$.

N. 28.

Barom. $= 29{,}83$.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. supérieur	13,3	13,2
au milieu	13,0	13,0
Therm. inférieur	12,8	12,8
moy.	13,0	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
57,8300	116,640	+ 0,0009
8065	93,558	— 0,0008
7870	76,915	— 0,0015
7678	64,612	+ 0,0014

$A = 57{,}5898$ $\alpha = 0{,}02232$, $A' = 57{,}5939$.

On voit, que les fortes amplitudes donnent une durée un peu plus grande malgré la réduction à des arcs infiniment petits. La moyenne des deux résultats est $A = 57{,}5809$ à $13^\circ{,}6$ de temp. et 30,07 de pression, ou bien, si l'on désigne par A' la durée réduite à $13^\circ{,}3$ $A' = 57{,}5765$. Comme $\beta = \frac{57{,}6}{32{,}2} \cdot 0{,}00865 = 0{,}01548$, nous aurons $A' = 57{,}4834$.

B. Distance des poids à l'axe du fil $= 14{,}0133$.

N. 29.

Barom. $= 30{,}03$.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. supérieur	13,8	13,7
au milieu	13,6	13,6
Therm. inférieur	13,4	13,3
moy.	13,6	

Durée d'une oscillation	Amplitude
41,5732	33,609
5675	28,270
5607	23,940
5559	20,412
5495	17,502
5425	15,063

$A = 41{,}4831$, $\alpha = 0{,}01576$.

Ce qui donne $A' = 41{,}4800$.

C. Distance des poids à l'axe du fil $= 6,0111$.

N. 30.

Barom. = 29,59.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. sup.	14,2	14,2
au milieu	14,0	14,0
inf.	13,7	13,7
moy.	14,0	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées calc. et observées
34,5760	23°,543	— 0,0016
5707	19,525	— 0,0007
5650	16,293	+ 0,0011

$A = 34,5106$, $\alpha = 0,01354$,

ou bien rapporté à la température de 13°,3: $A' = 34,5045$.

La valeur de α a été calculée d'après les observations précédentes, dans la supposition, qu'elle est proportionelle à la durée des oscillations.

D. Distance des poids à l'axe du fil $= 4,0070$.

N. 31.

Barom. = 29,56.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. supérieur	12,8	12,8
au milieu	12,7	12,6
Therm. inférieur	12,5	12,4
moy.	12,6	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
33,5828	21,403	+ 0,0001
5770	17,831	+ 0,0005
5741	14,970	— 0,0012
5681	12,668	+ 0,0007

$A = 33,5218$, $\alpha = 0,01320$, $A' = 33,5277$.

N. 32.

Barom. = 29,71

	avant l'observation	après l'observation
Therm. supérieur	13,4	13,4
au milieu	13,2	13,2
Therm. inférieur	13,1	13,1
moy.	13,2	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
33,6731	98,630	+ 0,0007
6543	68,423	— 0,0014
6389	50,795	— 0,0003
6269	39,176	+ 0,0008

$A = 33,5490$, $\alpha = 0,01257$, $A' = 33,5498$.

Ici encore, les grandes amplitudes donnent un durée plus forte, ce qu'on ne saurait attribuer à la différence des températures. Nous prendrons la plus petite pour la véritable valeur de A'.

II. Fil de fer N. 2.

Rayon du fil $= 0,080992$.

A. Expériences faites avec le levier seul.

Longueur du fil, chargé du levier seul (c'est à dire de 69,5 livres environ) = 126,360 pouces à 13°,3 R.

N. 33.

Barom. = 29,885.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inférieur	14,7	14,5
„ supérieur	14,9	14,6
moy.	14,68	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,63403	26°,851	+ 0,00105
63022	16,569	— 0,00203
62396	11,410	— 0,00007
61987	8,392	+ 0,00104

$A = 11,60294, \quad \alpha = 0,0062034.$

N. 34.

Barom. = 29,655.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inférieur	14,4	14,2
„ supérieur	14,4	14,1
moy.	14,37	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,63312	27,143	+ 0,00010
62617	16,645	— 0,00002
62221	11,426	— 0,00056
61838	8,387	+ 0,00036

$A = 11,60062, \quad \alpha = 0,0062573.$

N. 35.

Barom. = 29,936.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inférieur	17,6	17,55
„ supérieur	17,7	17,65
moy.	17,63	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,62933	14,414	— 0,00007
62513	9,846	+ 0,00015
62287	7,429	— 0,00008

$A = 11,60630, \quad \alpha = 0,0060479.$

N. 36.

Barom. = 29,725.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inférieur	16,25	15,50
Therm. supérieur	16.40	15,65
moy.	15,95	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,63071	20,635	— 0,00011
62500	13,220	+ 0,00019
62156	9,289	+ 0,00012
61942	6,972	— 0,00017

$A = 11,60349, \quad \alpha = 0,0059672.$

N. 37.

Barom. = 30,061.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inférieur	19,9	19,9
„ supérieur	20,1	20,1
moy.	20,0	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,63799	18,828	— 0,00001
63344	12,808	+ 0,00021
63109	9,291	— 0,00047
62812	7,050	+ 0,00026

$A = 11,61324, \quad \alpha = 0,005702.$

*

N. 38.

Remarque. Les observations suivantes ont été faites après les no. 39 à 53, après avoir de nouveau déchargé le levier.

Barom. = 29,167.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inférieur	10,6	10,6
Therm. supérieur	10,7	10,7
moy.	10,65	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées, observ. et calculées
11,61455	21,765	— 0,00001
60884	13,597	— 0,00003
60500	9,302	+ 0,00007
60256	6,839	— 0,00004

$A = 11{,}58718, \quad \alpha = 0{,}005865.$

Résumé.

No.	Temp.	Pression	A	α
33	14,68	29,885	11,60294	0,0062034
34	14,37	29,665	11,60062	0,0062573
35	17,63	29,936	11,60630	0,0060479
36	15,95	29,725	11,60349	0,0059672
37	20,00	30,061	11,61324	0,0057020
38	10,65	29,167	11,58718	0,005865

Nous aurons, pour déterminer l'influence de la température sur la durée des oscillations, les équations de condition suivantes:

$(1)..A' = 11{,}60294 - \beta.1{,}4,$ $\quad (4)..A' = 11{,}60349 - \beta.2{,}6,$

$(2)..A' = 11{,}60062 - \beta.1{,}0,$ $\quad (5)..A' = 11{,}61324 - \beta.6{,}7,$

$(3)..A' = 11{,}60630 - \beta.4{,}3,$ $\quad (6)..A' = 11{,}58718 + \beta.2{,}7.$

Lorsqu'on calcule la valeur de β en combinant ces équations par la méthode des moindres carrés, on trouve

$$A' = 11{,}59647,$$
$$\beta = 0{,}0026263,$$
$$\alpha \text{ moyen} = 0{,}006007,$$
$$\frac{\alpha}{A'} = 0{,}0005179.$$

La réduction au vide est, comme nous avons vu, de 0,″0912; nous aurons donc pour la durée d'une oscillation dans le vide 11,5053.

B. Expériences faites avec des charges.

N. 39.

I. Charge de 94,5338 livres de chaque côté renfermée dans les mêmes boîtes de carton, comme dans les expériences avec le fil de fer no. 1; la surface résistante est formée par le plus petit côté de la boîte (*).

(*) C'est à dire le plus petit côté de la boîte est parallèle au levier, ou perpendiculaire à la direction du mouvement.

Longueur du fil = 126,357 à 13°,3 (?)
Distance des charges au centre des oscillations, ou à l'axe du fil = 26,0333.

Barom. = 29,805.

	avant	après
Therm. inf.	12,0	12,0
moy.	12,2	12,0
Therm. sup.	12,2	12,1
moy.	12,08	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
26,2893	48,458	0,0000
2754	37,321	+ 0,0008
2681	29,739	— 0,0019
2571	24,291	+ 0,0011

$A = 26,1828$, $\alpha = 0,01530$, $A' = 26,1899$.

N. 40.

Même charge, et même distance des charges à l'axe du fil.

Barom. = 29,801.

	avant	après
Therm. inf.	13,0	13,0
moy.	13,0	13,0
Therm. sup.	13,3	13,1
moy.	13,07	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
26,2689	34,275	— 0,0003
2617	28,031	+ 0,0007
2576	23,270	— 0,0004

$A = 26,2040$, $\alpha = 0,01104$, $A' = 26,2052$.

N. 41.

Même charge; distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 30,135.

	avant	après
Therm. inf.	12,8	12,4
„ sup.	13,0	12,8
moy.	12,75	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
23,0962	35,437	— 0,0000
0872	27,742	+ 0,0007
0827	22,320	— 0,0014
0753	18,330	+ 0,0007

$A = 23,0246$, $\alpha = 0,01203$, $A' = 23,0272$.

N. 42.

Même charge et même distance.

Barom. = 29,890.

	avant	après
Therm. inf.	13,3	13,2
moy.	13,4	13,4
Therm. sup.	13,6	13,6
moy.	13,42	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
23,0926	32,460	— 0,0003
0853	26,028	+ 0,0006
0808	21,266	— 0,0003
0763	17,645	— 0,0001

$A = 23,0310$, $\alpha = 0,01075$, $A' = 23,0307$.

N. 43.

Même charge et même distance.

Les boîtes de carton sont placées de sorte, que la surface de résistance est formée par leur plus grand côté. Cette expérience a été faite seulement dans le but de déter-

miner plus exactement l'influence de l'aire de la surface résistante sur la valeur de A et α; dans les observations suivantes, la boîte avait été remise dans sa position ordinaire, où son plus petit côté est parallèle au levier.

Barom. = 29,389.

	avant	après
Therm. inf.	13,7	13,4
moy.	13,7	13,5
Therm. sup.	13,8	13,6
moy.	13,62	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
23,0857	27,324	+ 0,0011
0802	21,595	— 0,0021
0758	17,450	+ 0,0004
0720	14,313	+ 0,0005

$A = 23,0361$, $\alpha = 0,009495$, $A' = 23,0345$.

N. 44.

Même charge; distance des charges à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 29,801.

	avant	après
Therm. inf.	13,70	13,50
„ sup.	13,85	13,60
moy.	13,46	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
20,0456	16,450	— 0,0003
0416	13,732	+ 0,0005
0396	11,562	— 0,0003
0369	9,832	— 0,0000

$A = 20,0081$, $\alpha = 0,009178$, $A' = 20,0072$.

N. 45.

Même charge; distance de la charge à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 29,816.

	avant	après
Therm. inf.	13,1	13,1
„ sup.	13,2	13,3
moy.	13,15	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
17,2514	17,670	— 0,0002
2471	14,087	+ 0,0003
2442	11,394	+ 0,0001
2418	9,374	— 0,0002

$A = 17,2160$, $\alpha = 0,008384$, $A' = 17,2164$.

N. 46.

Même charge; distance de la charge à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 29,905.

	avant	après
Therm. inf.	12,3	12,3
„ sup.	12,6	12,6
moy.	12,45	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,81270	22,100	+ 0,00056
80984	16,406	— 0,00060
80697	12,619	— 0,00087
80287	9,989	+ 0,00087

$A = 14,78422$, $\alpha = 0,0061765$, $A' = 14,78690$.

N. 47.

Même charge; distance de la charge à l'axe du fil $= 6,0111$.

Barom. $= 29,940$.

	avant	après
Therm. inf.	12,2	12,0
„ sup.	12,2	12,2
moy.	12,15	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
12,93952	24,976	+ 0,00023
93370	16,868	— 0,00044
92968	12,200	+ 0,00004
92674	9,262	+ 0,00017

$A = 12,90683$. $\alpha = 0,0065416$. $A' = 12,91007$.

N. 48.

II. Charge de 49,6771 livres, de chaque côté, renfermée dans les mêmes boîtes de carton, qui ont servi dans les expériences précédentes; la surface de résistance est formée par le plus petit côté de la boîte.

Longueur du fil $= 126,414$ à $13^{\circ},3$.

Distance des charges à l'axe du fil $= 26,0333$.

Barom. $= 29,956$.

	avant	après
Therm. inf.	18,4	18,9
„ sup.	18,5	18,9
moy.	18,68	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
20,71582	19,748	— 0,00008
71128	15,539	+ 0,00062
70943	12,007	— 0,00119
70511	9,839	+ 0,00062

$A = 20,68171$, $\alpha = 0,0076575$, $A' = 20,6564$.

N. 49.

Même charge, distanee de la charge à l'axe du fil $= 22,0291$.

Barom. $= 30,065$.

	avant	après
Therm. inf.	20,3	20,0
„ sup.	20,3	20,0
moy.	20,15	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
18,64708	21,131	+ 0,00008
64271	16,536	— 0,00025
63832	13,226	+ 0,00032
63562	10,762	— 0,00013

$A = 18,60642$, $\alpha = 0,0088622$, $A' = 18,5773$.

N. 50.

Même charge; distance de la charge à l'axe du fil $= 18,0263$.

Barom. $= 30,268$.

	avant	après
Therm. inf.	22,3	21,7
„ sup.	22,7	21,9
moy.	22,15	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
16,69773	18,526	— 0,00021
69302	14,378	+ 0,00029
68981	11,426	+ 0,00011
68727	9,207	— 0,00019

$A = 16,66212$, $\alpha = 0,0082257$, $A' = 16,6328$.

N. 51.

Même charge; distance des charges à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 30,320.	avant	après
Therm. inf.	21,60	21,60
„ sup.	22,05	21,95
moy.	21,80	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,95082	18,881	+ 0,00019
94762	14,033	— 0,00067
94295	10,753	+ 0,00080
94148	8,428	— 0,00031

$A = 14,92127$, $\alpha = 0,0068565$, $A' = 14,8926$.

N. 52.

Même charge; distance des charges à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 30,197.	avant	après
Therm. inf.	22,1	22,1
„ sup.	22,6	22,3
moy.	22,37	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,50000	17,138	— 0,00117
49254	12,663	+ 0,00214
49074	8,245	— 0,00097

$A = 13,46925$, $\alpha = 0,0071462$, $A' = 13,4413$.

N. 53.

Même charge; distance des charges à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 30,117.	avant	après
Therm. inf.	22,00	22,30
„ sup.	22,40	22,35
moy.	22,26	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
12,43459	19,290	+ 0,00026
43151	13,331	— 0,00052
42807	9,670	+ 0,00011
42589	7,266	+ 0,00014

$A = 12,41202$, $\alpha = 0,0051971$, $A' = 12,3868$.

III. Charge 181,0747 de chaque côté; la charge est placée dans un étrier de fer, et renfermée dans une boîte de carton de forme parallélépipédique, dont les deux dimensions horizontales sont de 14,5 et 11 pouces, et la dimension verticale de 9 pouces.

Longueur du fil = 126,60 à 13°,3.

N. 54.

Distance de la charge à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 29,916 (à 13° ⅓ R.)	avant	après
Therm. sup.	13,5	13,5
„ inf.	13,4	13,5
moy.	13,48	

Durée d'une oscillat.	Amplitude moy. des oscillations	Diff. des durées observ. et calculées
30,17417	25,670	+ 0,00040
17050	22,110	— 0,00055
16583	19,150	— 0,00001
16200	16,720	+ 0,00018

$A = 30,11037$, $\alpha = 0,01267$, $A' = 30,1080$.

N. 55.

Distance de la charge à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 30,070.

	avant	après
Therm. inf.	15,0	14,8
„ sup.	15,1	14,9
moy.	14,95	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
25,75000	35,956	— 0,00049
74286	28,707	+ 0,00007
73600	23,606	+ 0,00178
73471	19,688	— 0,00128

$A = 25,68767$, $\alpha = 0,01031$, $A' = 25,6778$.

N. 56.

Distance de la charge à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 29,904.

	avant	après
Therm. inf.	13,8	13,6
„ sup.	13,9	13,6
moy.	13,73	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
21,51190	27,644	— 0,00126
50000	21,984	+ 0,00269
49750	17,769	— 0,00142
49060	14,586	— 0,00005

$A = 21,43721$, $\alpha = 0,013965$, $A' = 21,4353$.

N. 57.

Distance de la charge à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 30,300.

	avant	après
Therm. inf.	13,7	13,7
„ sup.	14,0	14,0
moy.	13,85	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,59712	28,642	+ 0,00023
59133	19,954	— 0,00038
58641	14,660	— 0,00004
58266	11,212	+ 0,00020

$A = 14,55865$, $\alpha = 0,0072306$, $A' = 14,5567$.

Cuivre jaune passé à la filière.

I. Fil de cuivre jaune no. 1.

Rayon du fil = 0,0951813.

A. Expériences faites avec des charges.

I. Charge de 181,0747 de chaque côté. Longueur du fil 126,654 à 13°,3.

N. 58.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. à 13°,3 = 30,21.

	avant	après
Therm. inf.	12,6	12,2
„ sup.	13,4	12,8
moy.	12,75	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
30,12500	37,068	— 0,00071
11917	32,918	+ 0,00129
11750	29,411	— 0,00047
11417	26,424	— 0,00023

$A = 30{,}05784$, $\alpha = 0{,}010913$, $A' = 30{,}0621$ (*).

N. 59.

Distance de la charge à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 29,20.

	avant	après
Therm. inf.	12,60	12,50
„ sup.	13,35	13,10
moy.	12,89	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
25,66286	30,844	+ 0,00014
66014	27,131	— 0,00008
65714	24,096	+ 0,00037
65529	21,543	— 0,00005

$A = 25{,}61577$, $\alpha = 0{,}0085032$, $A' = 25{,}6186$.

N. 60.

Même distance à l'axe du fil.

Barom. = 29,90.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inf.	10,8	10,9
„ sup.	11,4	11,5
moy.	11,15	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées calc. et observées
25,64514	31°,727	— 0,00099
64071	28,138	+ 0,00157
64036	23,438	— 0,00072

$A = 25{,}61202$, $\alpha = 0{,}0057048$, $A' = 25{,}6273$.

N. 61.

Distance de la charge à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 29,98.

	avant	après
Therm. inf.	11,6	11,8
„ sup.	12,4	12,5
moy.	12,08	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
21,42976	34,208	— 0,00038
42702	29,388	+ 0,00047
42560	25,488	+ 0,00025
42476	22,273	— 0,00037

$A = 21{,}40353$, $\alpha = 0{,}0044203$, $A' = 21{,}4108$.

(*) On verra plus tard, qu'on a pour la réduction à la température normale

$$A' = A\,(1 - 0{,}0002844\,(t - 13{,}3)).$$

N. 62.

Distance de la charge à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 29,99.

	avant	après
Therm. inf.	13,6	13,6
„ sup.	14,1	14,5
moy.	13,95	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
17,61911	29,651	+ 0,00023
61787	24,219	— 0,00061
61516	20,184	+ 0,00039
61422	17,119	— 0,00008

$A = 17,59770$, $\alpha = 0,0039738$, $A' = 17,5942$.

N. 63.

Distance de la charge à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 29,66.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inf.	13,2	13,4
„ sup.	14,3	14,1
moy.	13,75	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,52015	22,556	+ 0,00054
52016	18,061	— 0,00149
51613	15,022	+ 0,00108
51613	12,677	+ 0,00032

$A = 14,50001$, $\alpha = 0,004439$, $A' = 14,4980$.

N. 64.

Même distance. Température plus basse.

Barom. = 29,76.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inférieur	5,9	5,7
„ supérieur	6,1	5,8
moy.	5,88	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante
14,48790	22,12
48790	17,42
48387	13,98
48387	11,33

La moyenne de ces valeurs est 14,48589.

Lorsqu'on réduit cette moyenne, en se servant de la valeur de α trouvée par le no. 63, on a $A = 14,46829$.

II. Charge de 96,9497 de chaque côté. Longueur du fil à 13°3 = 126,636.

N. 65.

Distance de la charge à l'axe du fil 6,0111.

Barom. = 29,44.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inf.	13,3	12,4
Therm. sup.	14,7	14,7
moy.	14,03	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,11333	33,402	+ 0,00012
11087	24,090	— 0,00027
10833	18,210	+ 0,00017
10688	14,223	+ 0,00000

$A = 13,09454$, $\alpha = 0,003272$, $A' = 13,0919$.

N. 66.

Distance de la charge à l'eau du fil = 10,0132.

Barom. = 29,26.	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante
	l'observation			
Therm. inf.	11,2	11,4	14,98800	35,987
„ sup.	12,6	12,4	98725	23,893
moy.	11,90		98333	16,602

Comme le nombre des observations n'est pas complet, nous prendrons la valeur de α trouvée à une température plus basse voyez no. 71. On trouve alors, terme moyen

$A = 14{,}96599,\quad A' = 14{,}9720.$

N. 67.

Distance de la charge à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 30,42.	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
	l'observation				
Therm. inf.	10,5	11,0	17,43558	33,190	+ 0,00037
„ sup.	11,9	12,1	43404	26,018	— 0,00052
moy.	11,38		43183	20,845	— 0,00082
			42952	16,968	+ 0,00039

$A = 17{,}41477,\quad \alpha = 0{,}0036765,\quad A' = 17{,}4231.$

Le même jour, on observa encore une fois avec de plus grandes amplitudes: avec une amplitude moyenne de 85°,48, on a trouvé une durée de 17,45967; lorsqu'on calcule cette durée avec les valeurs de A et α ci-dessus énoncées, on trouve 17,44876.

N. 68.

Distance de la charge à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 29,88.	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
	l'observation				
Therm. inf.	12,2	11,3	20,26367	34,979	— 0,00059
Therm. sup.	13 7	13,8	25882	27,770	+ 0,00108
moy.	13,00		25744	22,474	— 0,00015
			25556	18,715	— 0,00031

$A = 20{,}23391,\quad \alpha = 0{,}0049328,\quad A' = 20{,}2358.$

N. 69.

Distance de la charge à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 30,45.	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
	l'observation				
Therm. inf.	13,8	14,0	23,32718	35,304	+ 0,00002
Therm. sup.	15,4	15,45	32436	29,139	— 0,00039
moy.	14,66		32051	24,372	+ 0,00071
			31923	20,606	— 0,00038

$A = 23{,}29183,\quad \alpha = 0{,}0059534,\quad A' = 23{,}2826.$

N. 70.

Même distance de la charge à l'axe du fil.

Barom. = 30,07.

	avant	après
Therm. inf.	9,2	9,2
Therm. sup.	9,5	9,4
moy.	9,33	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
23,29808	48,035	+ 0,00054
29551	38,470	— 0,00118
29038	31,452	+ 0,00045
28782	26,166	+ 0,00010

$A = 23{,}25778, \quad \alpha = 0{,}0058923,$

N. 71.

Distance des charges à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 30,26.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inf.	6,4	6,6
Therm. sup.	6,4	6,6
moy.	6,50	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées, observ. et calculées
14,96517	38,885	+ 0,00030
96250	28,219	— 0,00077
95833	21,391	+ 0,00062
95692	16,783	— 0,00011

$A = 14{,}94021, \quad \alpha = 0{,}0040518.$

III. Charge de 49,6771 de chaque côté. Longueur du fil à 13°,3 = 126,598.

N. 72.

Distance de la charge à l'axe du fil = 26,0333.

Barom. = 30,15.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. sup.	14,9	14,5
Therm. inf.	12,9	13,1
moy.	13,85	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
20,63605	32,440	+ 0,00023
63488	26,727	— 0,00048
63256	22,311	+ 0,00024
63140	18,831	— 0,00002

$A = 20{,}61586, \quad \alpha = 0{,}003586, \quad A' = 20{,}6114.$

N. 73.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 30,16.

	avant	après
Therm. inf.	13,1	13,4
Therm. sup.	14,5	14,5
moy.	13,88	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
18,55278	32,324	+ 0,00033
55113	25,984	— 0,00110
54639	21,350	+ 0,00113
54582	17,808	— 0,00040

$A = 18{,}52327, \quad \alpha = 0{,}0052492, \quad A' = 18{,}5201.$

N. 74.

Distance des charges à l'axe du fil = 18,0263.

Barom = 30,03.

	avant	après
Therm. inf.	11,2	11,5
Therm. sup.	12,5	12,7
moy.	11,98	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
16,60020	30,201	+ 0,00009
59759	23,870	— 0,00002
59547	19,272	— 0,00025
59372	15,846	+ 0,00020

$A = 16,57670$, $\alpha = 0,0042755$, $A' = 16,5828$.

N. 75.

Distance des charges à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 30,03.

	avant	après
Therm. inf.	11,5	11,6
„ sup.	12,7	12,8
moy.	12,15	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,86612	31,981	+ 0,00026
86446	24,444	— 0,00062
86149	19,291	+ 0,00039
86033	15,595	— 0,00003

$A = 14,84623$, $\alpha = 0,0035627$, $A' = 14,8508$.

N. 76.

Distance des charges à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 29,66.

	avant	après
Therm. inf.	12,8	13,0
Therm. sup.	14,0	14,1
moy.	13,48	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,43022	32,558	— 0,00001
42798	23,814	— 0,00004
42602	18,171	+ 0,00012
42500	14,321	— 0,00008

$A = 13,41451$, $\alpha = 0,0027511$, $A' = 13,4138$.

N. 77.

Distance des charges à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 29,63.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inf.	13,5	13,5
Therm. sup.	14,9	14,8
moy.	14,18	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
12,36836	20,304	+ 0,00001
36644	15,457	— 0,00006
36486	12,217	+ 0,00001

$A = 12,35276$, $\alpha = 0,003465$, $A' = 12,3496$.

B. Expériences faites sans aucune charge.

Longueur du fil = 126,546.

N. 78.

Barom. = 30,48.

		avant	après
Therm.	inf.	11,6	12,0
„	sup.	13,0	13,3
	moy.	12,48	

Durée d'une oscillat.	Amplitude moy. des oscillations	Diff. des durées observ. et calculées
11,55769	72,626	— 0,00008
54840	35,961	+ 0,00111
54792	22,594	— 0,00239
54167	15,824	+ 0,00137

$A = 11,53029, \quad \alpha = 0,003206.$

N. 79.

Barom. = 29,06.

		avant	après
Therm.	inf.	11,8	11,8
„	sup.	12,8	12,8
	moy.	12,30	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,53987	29,448	— 0,00009
53692	20,222	+ 0,00008
53488	14,859	+ 0,00019
53385	11,456	— 0,00018

$A = 11,52353, \quad \alpha = 0,0029948.$

N. 80.

Barom. = 29,88.

		avant	après
Therm.	inf.	5,2	5,9
„	sup.	6,0	6,3
	moy.	5,85	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,51880	29,517	+ 0,00013
51643	19,462	— 0,00030
51405	13,825	— 0,00019

$A = 11,50406, \quad \alpha = 0,0027365.$

N. 81.

Barom. = 30,01.

		avant	après
Therm.	inf.	10,3	10,5
„	sup.	11,5	11,7
	moy.	11,00	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,53575	32,263	+ 0,00022
53376	21,198	— 0,00082
53005	15,201	+ 0,00092
52987	11,484	— 0,00034

$A = 14,52001, \quad \alpha = 0,002810.$

Résumé

des observations faites avec le fil de cuivre jaune.

I. Détermination de l'influence de la température.

Le fil seul, sans charge, à donné les durées d'oscillation suivantes:

	Durée d'une osc.	Température
no. 79	11,52353	12,30
no. 80	11,50406	5,85
no. 81	11,52001	11,00

Lorsqu'on combine ces observations par la méthode des moindres carrés, on a

$$\beta = 0{,}0030663, \quad \beta' = \frac{\beta}{A} = 0{,}00026663, \quad A = 11{,}52680.$$

Avec une charge de 181,07 de chaque côté placée à une distance de 6,0075 de l'axe du fil, on a trouvé

	Durée d'une osc.	Temp.
no. 63	14,50001	13,75
no. 64	14,46829	5,88

Ces deux valeurs donnent $\beta = 0{,}004035$, $\beta' = 0{,}0002784$.

Lorsqu'une charge de 96,95 fut suspendue de chaque côté à une distance de 22,0291 de l'axe du fil, on a trouvé:

	Durée observée	Temp.
no. 69	23 29183	14,66
no. 70	23,25778	9,33

ce qui donne $\beta = 0{,}006388$, $\beta' = 0{,}0002741$.

Les observations no. 66 et 71 donnent encore une comparaison; on trouve:

$$\beta = 0{,}004774, \quad \beta' = 0{,}0003182.$$

La moyenne de ces quatre valeurs est:

$$\beta' = 0{,}0002843.$$

On a donc pour la réduction à la température normale

$$A' = A\,[1 - (t - 13^{\circ}{,}3) \,.\, 0{,}0002843].$$

Fil de platine.

Rayon = 0,096052.

I. Charge de 181,0747 de chaque côté. Longueur du fil 127,325 à $11^{\circ}{,}7$ R.

N. 82.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 29,89.

		avant	après
Therm.	inf.	12,4	12,6
„	sup.	13,5	13,6
		13,03	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
22,96795	33,601	— 0,00055
94871	24,821	+ 0,00136
93846	19,335	— 0,00085
92788	15,531	+ 0,00002

$A = 22{,}84402, \quad \alpha = 0{,}021284.$

N. 83.

Distance de la charge à l'axe du fil $= 18{,}0263$.

Barom. = 30,03.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inf.	11,7	11,8
„ sup.	12,8	12,9
moy.	12,30	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
19,57837	36,218	+ 0,00005
55891	24,761	— 0,00009
54576	18,345	+ 0,00002
53609	14,203	+ 0,00002

$A = 19{,}46522, \quad \alpha = 0{,}018809.$

N. 84.

Distance de la charge à l'axe du fil $= 14{,}0133$.

Barom. = 30,03.

	avant	après
Therm. inf.	14,6	14,4
„ sup.	15,3	15,2
moy.	14,9	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
16,35727	37,498	— 0,00059
33682	24,033	+ 0,00116
32636	27,192	+ 0,00003
31864	12,985	— 0,00056

$A = 16{,}26287, \quad \alpha = 0{,}01532.$

N. 85.

Distance de la charge à l'axe du fil $= 10{,}0133$.

Barom. = 30,11.

	avant	après
Therm. inf.	14,7	14,6
„ sup.	15,4	15,2
moy.	15,0	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,43410	26,651	— 0,00043
42179	17,319	+ 0,00102
41590	12,328	— 0,00019
41089	9,168	— 0,00042

$A = 13{,}37755, \quad \alpha = 0{,}010871.$

N. 86.

Distance de la charge à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 29,99.

	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
	l'observation				
Therm. inf.	15,7	16,2	11,10401	27,918	— 0,00009
„ sup.	16,7	17,2	09290	16,098	+ 0,00005
moy.	16,5		08617	10,707	+ 0,00040
			08235	7,534	— 0,00032

$A = 14,05836$, $\alpha = 0,0086217$.

N. 87.

Même distance.

Barom. = 30,13.

	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculée.
	l'observation				
Therm. inf.	9,3	9,8	11,09095	28,349	— 0,00024
„ sup.	9,9	10,1	08012	16,262	+ 0,00028
moy.	9,8		07384	10,738	+ 0,00053
			07055	7,460	— 0,00053

$A = 11,04822$, $\alpha = 0,007980$.

II. Charge de 89,8104 de chaque côté. Longueur du fil = 127,275 à 12°,2.

N. 88.

Distance de la charge à l'axe du fil 6,0111.

Barom. = 29,83.

	avant	après	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
	l'observation				
Therm. inf.	11,7	11,2	9,97104	23,066	— 0,00133
Therm. sup.	11,6	11,4	95516	13,102	+ 0,00240
moy.	11,5		94910	8,029	+ 0,00039
			94585	5,453	— 0,00147

$A = 9,92041$, $\alpha = 0,010264$.

N. 89.

Distance des charges à l'axe du fil || 10,0133.

Barom. = 30,02.

	avant	après	Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
Therm. inf.	10,4	10,4	11,30310	26,129	— 0,00041
Therm. sup.	10,7	10,8	29070	15,136	+ 0,00089
moy.	10,6		28531	10,176	— 0,00009
			28081	7,106	— 0,00035

$A = 11,25622$, $\alpha = 0,0090917$.

N. 90.

Distance des charges à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 29,88.

	avant	après
Therm. inf.	10,8	10,7
„ sup.	11,1	11,0
moy.	10,9	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,06169	25,040	+ 0,00001
05032	15,058	+ 0,00010
04353	9,993	— 0,00033
03804	7,115	+ 0,00021

$A = 13{,}01148$, $\alpha = 0{,}010035$.

N. 91.

Distance des charges à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 30,46.

	avant	après
Therm. inf.	11,8	11,9
Therm. sup.	12,1	12,2
moy.	12 0	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
15,10817	28,934	— 0,00024
09392	18,193	+ 0,00031
08517	12,724	+ 0,00046
07961	9,236	— 0,00047

$A = 15{,}04174$, $\alpha = 0{,}012305$.

N. 92.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 30,48.

	avant	après
Therm. inf.	12,4	12,1
„ sup.	12,6	12,3
moy.	12,4	

Durée d'une oscillat.	Amplitude moy. des oscillations	Diff. des durées observ. et calculées
17,31519	29,718	— 0,00036
30067	20,022	+ 0,00059
29184	14,525	+ 0,00019
28558	11,017	— 0,00040

$A = 17{,}23901$, $\alpha = 0{,}01391$.

III. Charge 49,6771 de chaque côté. Longueur du fil = 127,245.

N. 93.

Distance des charges à l'axe du fil = 26,0333.

Barom. = 29,62.

	avant	après
Therm. inf.	12,6	12,4
„ sup.	12,6	12,4
moy.	12,5	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
15,74061	29,321	— 0,00028
72614	19,258	+ 0,00049
71754	13,832	+ 0,00015
71140	10,395	— 0,00031

$A = 15{,}66806$, $\alpha = 0{,}013345$.

*

N. 94.

Distance de la charge à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 29,71.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inf.	12,6	12,6
„ sup.	12,8	12,6
moy.	12,7	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,15000	28,468	— 0,00012
13750	17,754	— 0,00002
12904	12,330	+ 0,00068
12386	8,638	— 0,00047

$A = 14,09090, \quad \alpha = 0,011055.$

N. 95.

Distance de la charge à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 29,76.

	avant	après
Therm. inf.	13,2	13,2
„ sup.	13,3	13,3
moy.	13,3	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
12,66389	25,701	— 0,00037
65299	16,187	+ 0,00077
64736	11,206	+ 0,00010
64309	8,062	— 0,00037

$A = 12,61624, \quad \alpha = 0,009325.$

N. 96.

Distance de la charge à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 29,82.

	avant	après
Therm. inf.	14,3	14,0
„ sup.	14,4	14,1
moy.	14,2	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
11,34494	27,037	+ 0,00006
33355	15,680	— 0,00007
32766	11,024	— 0,00013
32247	7,781	+ 0,00013

$A = 11,29667, \quad \alpha = 0,0092952.$

N. 97.

Distance de la charge à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 29,98.

	avant	après
Therm. inf.	16,3	16,2
Therm. sup.	16,6	16,4
moy.	16,4	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
9,43608	26,200	— 0,00040
42577	13,747	+ 0,00061
42072	8,648	+ 0,00060
41866	5,837	— 0,00079

$A = 9,40194, \quad \alpha = 0,006592.$

N. 98.

Distance de la charge à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 30,06.

	avant l'observation	après l'observation
Therm. inf.	16,0	16,0
Therm. sup.	16,1	16,0
moy.	16,0	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
10,23977	24,921	+ 0,00000
23068	14,268	+ 0,00014
22585	9,350	— 0,00033
22159	6,512	+ 0,00020

$A = 10{,}20229$, $\alpha = 0{,}007368$.

IV. Sans charges, levier seul.

N. 99.

Barom. = 29,98.

	avant	après
Therm. inf.	17,2	17,1
„ sup.	17,4	17,2
moy.	17,2	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
8,79905	23,053	+ 0,00001
78798	11,181	+ 0,00024
78308	6,613	— 0,00060
77832	4,264	+ 0,00039

$A = 8{,}76335$, $\alpha = 0{,}007437$.

N. 100.

Barom. à 29°,8.

	avant	après
Therm. inf.	8,4	8,4
„ sup.	8,4	8,4
moy.	8,4	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante
8,76715	17°,93
8,76335	10,90

$A = 8{,}74988$.

Les observations 99 et 100 donnent $\beta = 0{,}000175$.

Fil d'argent.

I. Charge de 181,0747 de chaque côté. Longueur du fil 127,660.
Rayon du fil = 0,0964738.

N. 101.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 29,46.

	avant	après
Therm. inf.	12,4	12,6
„ sup.	13,1	13,3
	12,9	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
34,13630	38,783	— 0,00067
11518	28,595	+ 0,00115
10111	21,599	— 0,00013
08889	16,623	— 0,00042

$A = 33,99906$, $\alpha = 0,021930$.

N. 102.

Distance des charges à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 29,64.

	avant	après
Therm. inf.	15,2	15,1
Therm. sup.	15,8	15,8
moy.	15,5	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
29,05774	32,882	+ 0,00013
04677	24,159	— 0,00008
03806	18,111	— 0,00037
03008	13,796	+ 0,00029

$A = 28,97958$, $\alpha = 0,013653$.

N. 103.

Distance de la charge à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 29,96.

	avant l'observation	après
Therm. sup.	14,0	14,0
Therm. inf.	14,8	14,8
moy.	14,4	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
24,26250	38,408	— 0,00002
25132	26,970	+ 0,00023
24342	19,478	— 0,00037
23602	14,322	+ 0,00019

$A = 24,19500$, $\alpha = 0,01088$.

N. 104.

Distance de la charge à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 30,19.

	avant l'observation	après
Therm. inf.	13,3	13,5
Therm. sup.	14,0	14,1
moy.	13,7	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées, observ. et calculées
19,93741	35,036	— 0,00045
92589	22,238	+ 0,00032
91811	15,462	+ 0,00110
91466	10,965	— 0,00100

$A = 19,88408$, $\alpha = 0,0089333$.

N. 105.

Distance des charges à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 30,20.

	avant	après
Therm. inf.	14,8	14,4
Therm. sup.	15,2	15,0
moy.	14,9	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
16,52348	28,055	— 0,00010
51339	17,393	+ 0,00073
50893	11,339	— 0,00141
50179	7,604	+ 0,00072

$A = 16,47985$, $\alpha = 0,008218$.

II. Charge 89,8104 de chaque côté. Longueur du fil 127,570.

N. 106.

Distance des charges à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 30,12.

	avant	après
Therm. inf.	13,8	13,8
„ sup.	14,6	14,6
moy.	14,2	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
14,86951	27,103	— 0,00037
86065	15,574	+ 0,00034
85492	9,645	+ 0,00063
85225	6,186	— 0,00070

$A = 14,83547$, $\alpha = 0,0064668$.

N. 107.

Distance des charges à l'axe du fil 10,0133.

Barom. = 30,05.

	avant	après
Therm. inf.	14,0	14,3
„ sup.	14,4	14,6
moy.	14,3	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
16,76852	26,120	— 0,00044
75880	16,039	+ 0,00106
75463	10,360	— 0,00061
74954	6,847	± 0,00000

$A = 16,73009$, $\alpha = 0,007433$.

N. 108.

Distance des charges à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. = 30,21.

	avant	après l'observation
Therm. inf.	14,8	15,0
„ sup.	15,6	15,8
moy.	15,3	

Durée d'une oscillation	Amplitude correspondante	Diff. des durées calc. et observées
19,37798	27,266	+ 0,00006
37043	17,830	— 0,00049
36308	12,101	+ 0,00082
35957	8,374	— 0,00042

N. 109.

Distance de la charge à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 29,53.	avant l'observation	après l'observation	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
Therm. inf.	13,5	13,8	22,38605	35,082	— 0,00067
„ sup.	14,6	14,7	37442	22,895	+ 0,00056
moy.	14,2		36605	15,585	+ 0,00128
			36220	10,583	— 0,00121

$A = 22,33127$, $\alpha = 0,0091349$,

III. Charge 49,6771. Longueur du fil = 127,540.

N. 110.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 30,52.	avant l'observation	après l'observation	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
Therm. inf.	12,1	12,4	20,92116	33,531	+ 0,00004
„ sup.	13,5	13,6	91256	21,941	— 0,00029
moy.	12,9		90581	25,548	+ 0,00048
			90175	11,242	— 0,00023

$A = 20,87446$, $\alpha = 0,0080712$.

N. 111.

Distance des charges à l'axe du fil = 18,0263.

Barom. = 30,88.	avant l'observation	après l'observation	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
Therm. inf.	11,0	11,2	18,71745	31,363	— 0,00009
Therm. sup.	12,9	12,6	70969	20,638	— 0,00004
moy.	11,9		70357	14,228	+ 0,00046
			70000	10,074	— 0,00033

$A = 18,67654$, $\alpha = 0,0072887$.

N. 112.

Distance des charges à l'axe du fil = 14,0133.

Barom. 30,75.	avant l'observation	après l'observation	Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
Therm. inf.	12,2	12,4	16,77179	31,458	— 0,00088
„ sup.	13,6	13,8	76170	19,373	+ 0,00127
moy.	13,0		75670	12,699	+ 0,00076
			75446	8,597	— 0,00115

$A = 16,73403$, $\alpha = 0,0065754$.

N. 113.

Distance des charges à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 30,81.

	avant	après
Therm. inf.	14,0	13,8
Therm sup.	15,7	15,5
moy.	14,8	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
15,14750	30,420	+ 0,00007
13935	17,961	— 0,00004
13403	11,459	— 0,00024
12944	7,526	+ 0,00020

$A = 15,11190$, $\alpha = 0,0064671$.

N. 114.

Distance des charges à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 30,40.

	avant	après
Therm. inf.	8,5	8,8
„ sup.	10,0	10,1
moy.	9,4	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,92175	23,593	— 0,00014
91468	13,518	+ 0,00025
91211	10,189	+ 0,00009
90914	6,835	— 0,00021

$A = 13,89416$, $\alpha = 0,005651$.

N. 115.

Sans charge. Longueur du fil 127,510.

Barom. = 30,6.

	avant	après
Therm. inf.	9,8	9,9
„ sup.	11,3	11,4
moy.	10,6	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
13,97723	20,846	
96773	7,145	

$A = 12,95431$, $\alpha = 0,0050194$.

N. 116.

Barom. = 30,6.

	avant	après
Therm. inf.	1,2	3,3
Therm. sup.	3,2	3,9
moy.	2,9	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
12,93936	19,898	
93316	6,799	

$A = 12,92444$, $\alpha = 0,0033454$.

Ces deux observations dont

$$\beta = 0,000301.$$

Ou, si l'on admet la même valeur de α pour les deux observations:

$$\beta = 0,000365.$$

Fil d'or.

Rayon du fil = 0,0877447.

I. Levier seul. Longueur du fil 127,710.

N. 117.

Barom. = 30,08.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inf.	11,4	11,2
» sup.	11,4	11,2
moy.	11,30	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
16,03768	31,050	+ 0,00025
03125	21,712	— 0,00023
02679	16,316	— 0,00047
02232	12,785	+ 0,00049

$A = 15,99573, \quad \alpha = 0,007573.$

N. 118.

Barom. = 29,60.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inf.	17,1	17,7
Therm. sup.	17,4	18,0
moy.	17,6	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante
16,01089	33,09
00714	. .
00893	. .
00451	14,13

Les deux observations extrêmes donnent

$A = 15,99132, \quad \alpha = 0,003402.$

II. Charge 49,6771 de chaque côté. Longueur du fil 127,860.

N. 119.

Distance de la charge à l'axe du fil = 26,0333.

Barom. = 30,40.

	avant	après
	l'observation	
Therm. inf.	13,6	13,7
» sup.	14,2	14,1
moy.	13,90	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculée.
28,77081	45,715	— 0,00046
75702	33,909	+ 0,00093
74887	25,878	— 0,00058

$A = 28,68127, \quad \alpha = 0,01317.$

N. 120.

Distance des charges à l'axe du fil = 22,0291.

Barom. = 30,40.

	avant	après
Therm. inf.	13,0	12,6
» sup.	13,1	12,6
	12,8	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
25,78611	44,877	— 0,00055
77787	36,077	+ 0,00138
77500	29,589	— 0,00092
26974	24,785	+ 0,00013

$A = 25{,}72452$, $\alpha = 0{,}0091112$.

N. 121.

Distance des charges à l'axe du fil = 18,0263.

Barom = 30,06.

	avant	après
Therm. inf.	12,7	12,6
Therm. sup.	13,0	12,7
moy.	12,8	

Durée des oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
23,07712	44,681	— 0,00035
07110	35,450	+ 0,00066
06800	28,895	— 0,00021
06474	34,131	— 0,00013

$A = 23{,}03089$, $\alpha = 0{,}006864$.

N. 122.

Distance des charges à l'axe du fil = 10,0133.

Barom. = 29,51.

	avant	après
Therm. inf.	11,0	11,0
„ sup.	11,0	11,0
moy.	11,0	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
18,61857	31,935	+ 0,00015
61612	25,345	— 0,00021
61378	20,698	— 0,00008
61173	17,236	+ 0,00016

$A = 18{,}59296$, $\alpha = 0{,}004559$.

N. 123.

Distance des charges à l'axe du fil = 6,0111.

Barom. = 30,30.

	avant	après
Therm. inf.	10,1	10,0
Therm. sup.	10,0	9,9
moy.	10,0	

Durée d'une oscill.	Amplitude correspondante	Diff. des durées observ. et calculées
17,14644	34,430	— 0,00002
14375	26,364	+ 0,00005
14183	20,850	— 0,00006
14010	16,829	+ 0,00002

$A = 17{,}12549$, $\alpha = 0{,}003566$.

Résumé

des observations faites avec le fil de fer No. 1.

Les valeurs de A', contenues dans les tableaux précédens, doivent encore être réduites au vide.

Pour le levier seul, on a $0''{,}0912$ pour cette réduction; nous la désignerons par ε'. La résistance des boîtes de carton est différente selon leur dîstance à l'axe du fil.

Soit a la hauteur et c la largeur de la surface résistante, r la distance de la boîte à l'axe du fil, et ε la réduction au vide, nous aurons

$$\varepsilon = a.m\left[\left(r + \tfrac{1}{2}c\right)^2 - \left(r - \tfrac{1}{2}c\right)^2\right] = 2a.m.r.c.$$

Pour nos expériences, nous avons

$$a = 12{,}3, \quad c = 5{,}0, \quad m = 0{,}0000200$$

et successivement

$$r = 4{,}0070, \quad r = 6{,}0111, \quad r = 10{,}0133, \quad r = 14{,}0133, \quad r = 18{,}0263,$$
$$r = 22{,}0291, \quad r = 26{,}0333.$$

De là on trouve

	ε	$\varepsilon + \varepsilon'$
pour $r =$ 4,0070	0,0098	0,1010
6,0111	0,00148	0,1060
10,0133	0,0246	0,1158
14,0133	0,0344	0,1256
18,0263	0,0444	0,1356
22,0291	0,0541	0,1453
26,0333	0,0640	0,1552

Ces valeurs, augmentées de $0''{,}0912$, sont à retrancher des durées d'oscillations observées et réduites à la température normale.

Voici maintenant le résumé des valeurs réduites à des amplitudes infiniment petites, à la température normale de $13^0\frac{1}{3}$ R. et au vide.

Durée d'une oscillation t	Distances des charges à l'axe du fil r	a	$\frac{a}{t}$
57,4033	26,0333	0,0233	0,0004045
41,3544	14,0133	0,0158	0,0003807
34,3985	6,0111	0,0135	0,0003825
33,4267	4,0070	0,0132	0,0003940
		moy.	0,0003929

Ces valeurs, substituées dans la formule

$$X + r^2 - t^2 x = 0$$

donnent 4 équations de condition, qui, combinées d'après la méthode des moindres carrés, peuvent servir à determiner les valeurs de X et de x.

On trouve $X = 323{,}3581$, $x = 0{,}303825$ et de là

Durée calculée	Durée observée	Différences
57,4017	17,4033	+ 0,0016
41,3597	41,3544	— 0,0053
34,3979	34,3985	+ 0,0006
33,4236	33,4267	+ 0,0031

On a supposé que $\qquad X = \frac{J + i}{p}, \quad x = \frac{ng}{p\pi^2}.$

Or nous avons: $\qquad p = 99{,}3154, \quad g = 386{,}590$ *).

Donc $\qquad J + i = 32114{,}4, \quad n = 0{,}7703534.$

De là, comme

$$\mu = \frac{nl}{r^4}, \text{ et } l = 126{,}8488 \text{ et } r = 0{,}0480076,$$

où l est la longueur du fil et r son rayon, on trouve

$$\mu = 18396560.$$

Lorsqu'on appelle δ la quantité (exprimée en pouces) dont un cylindre, d'une longueur et d'un rayon égaux à l'unité, s'allonge par l'action du poids d'une livre, on a

$$\delta = \frac{1}{5\mu}, \quad \text{donc} \quad \delta = 0{,}0000000108716.$$

Si l'on suppose, que la valeur de n ne change pas avec la tension, on peut calculer la valeur de J d'après la formule $\qquad J = \frac{ngt^2}{\pi^2},$

ou t est la durée d'une oscillation du levier seul. Nos premières observations nous ont donné $\qquad t = 32{,}''0783.$

Delà on trouve $J = 31050{,}6$.

Résumé

des expériences faites avec le fil de fer No. 2.

I. Charge de 94,5338 de chaque coté; $p = 89{,}0676$.

La réduction au vide est ici la même que dans les expériences précédentes. Nous aurons donc

---

(*) D'après les expériences de M. Lütke sur la longueur du pendule à St.-Pétersbourg. Voy. Mém. de l'Académie des Sc. de St.-Pétersbourg.

Durée d'une oscillation t	Distance des charges à l'axe du fil r	a	$\frac{a}{t}$
26,0423	26,0333	0,01317	0,0005066
22,8837	22,0291	0,01139	0,0004952
19,8716	18,0263	0,00918	0,0004590
17,0908	14,0133	0,00838	0,0004872
14,6711	10,0133	0,00618	0,0004204
12,8041	6,0111	0,00654	0,0005070
		moy.	0,0004794

Ces valeurs, substituées dans l'équation

$$X + r^2 - t^2 x = 0$$

et combinées d'après la méthode des moindres carrés, donnent:

$X = 168{,}1859$, $x = 1{,}24771$ et de là

Durée d'une oscillation	Durée d'une oscill. observée	Differ.
26,0380	26,0423	+ 0,0043
22,8852	22,8837	— 0,0015
19,8804	19,8716	— 0,0088
17,0933	17,0908	— 0,0025
14,6682	14,6711	+ 0,0029
12,7967	12,8041	+ 0,0074

$J + i = 33480{,}3$, $n = 6{,}02256$.

II. Charge de 49,6671 livres; $p = 99{,}3542$; $l = 126{,}414$.

La réduction au vide est encore ici la même, qu'aux paravant

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil	a	$\frac{a}{t}$
20,5012	26,0333	0,00766	0,0003694
18,4320	22,0291	0,00886	0,0004549
16,4972	18,0263	0,00823	0,0005144
14,7670	14,0133	0,00686	0,0004604
13,3255	10,0133	0,00715	0,0005336
12,2808	6,0111	0,00520	0,0004194
		moy.	0,0004587

De là, par les mêmes méthodes

$$X = 322{,}4998,\quad x = 237908.$$

Ces valeurs, substituées dans les formules, donnent:

Durée d'une oscill. calculée	Durée d'une oscill. observée	Differ.
22,5043	20,5012	— 0,0031
18,4265	18,4320	+ 0,0055
16,4967	16,4972	+ 0,0005
14,7681	14,7670	— 0,0011
13,3305	13,3255	— 1,0050
12,2778	12,2808	+ 0,0030

$J + i = 3204173, \quad n = 6{,}03455.$

III. Charge 181,0747 livres de chaque coté; $p = 362{,}1494$, $l = 126{,}60$.

Dans ces expériences, les boîtes ont une hauteur de 9 pouces et une largeur de 11 pouces. Nous aurons donc

$$a = 9, \quad c = 11, \quad m = 0{,}0000200 \quad \text{et} \quad \varepsilon = 2amrc$$

ainsi qu'il suit

	r	ε	$\varepsilon + \varepsilon'$
pour r . .	22,0291	0,0871	0,1783
	18,0263	0,0713	0,1625
	14,0133	0,0554	0,1466
	10,0133	0,0396	0,1308
	6,0111	0,0238	0,1150

Voici maintenant les valeurs réduites au vide:

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil r	α	$\frac{\alpha}{t}$
30,0209	22,0291	0,01267	0,000422
25,6065	18,0263	0,01031	0,000402
21,3799	14,0133	0,01397	0,000652
14,5329	6,0111	0,00723	0,000500
		moy.	0,000494

De là, par la même méthode

$$X = 101{,}2664, \quad x = 0{,}650623.$$

Durée d'une oscill. calculée	Durée d'une oscill. observée	Differ.
30,0253	0209	— 0,0044
25,5947	6065	+ 0,0118
21,3849	3799	— 0,0050
14,5321	5329	+ 0,0008

$J + i = 36673{,}7, \quad n = 6{,}01542.$

Résumé

des expériences faites avec le fil de cuivre jaune.

I. Charge de 181,0747 de chaque coté: $p = 362{,}1494$, $l = 126{,}654$.

Pour la réduction au vide, voyez les observations faites avec le fil de fer No. 2.

Durée d'une oscillat. t	Distance des charges à l'axe du fil	a	$\frac{a}{t}$
29,8838	22,0291	0,010913	0,000364
25,4605	18,0263	0,007104	0,000274
21,2642	14,0133	0,004420	0,000207
17,4634	10,0133	0,003974	0,000220
14,3830	6,0111	0,004439	0,000306
		moy.	0,000274

$X = 99{,}4092$, $x = 0{,}65453$.

Durée d'une oscill. calculée	Durée d'une oscill. observée	Differ.
29,8857	29,8838	— 0,0019
25,4605	25,4605	0,0000
21,2562	22,2642	+ 0,0080
17,4648	17,4634	— 0,0014
14,3893	14,3830	— 0,0063

$J + i = 36001{,}0$, $n = 6{,}05251$, dont le log. $= 0{,}7819356$.

II. Charge de 96,9497 de chaque coté, $p = 193{,}8994$, $l = 126{,}636$.

Les poids sont contenus dans les grandes boîtes.

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil	a	$\frac{a}{t}$
23,1043	22,0291	0,005953	0,0002555
20,0733	18,0263	0,004933	0,0002438
17,2765	14,0133	0,003677	0,0002112
14,8412	10,0133		
12,9769	6,0111	0,003272	0,0 002499
		moy.	0,0 002401

$X = 170{,}3662$, $x = 1{,}2285$.

Delà on trouve

Durée d'une oscill. calculée	Durée d'une oscill. observée	Differ.
23,1019	23,1043	+ 0,0024
20,0795	20,0733	— 0,0062
17,2779	17,2765	— 0,0014
14,8424	14,8412	— 0,0012
12,9650	12,9769	+ 0,0119

$J + i = 33034{,}0, \quad n = 6{,}08134.$

III. Charge de 49,6771, $p = 99{,}3542$, $l = 126{,}598$.

Durée d'une oscillation t	Distance des charges à l'axe du fil r	a	$\frac{a}{t}$
20,4562	26,0333	0,003586	0,000174
18,3748	22,0291	0,005249	0,000284
16,4472	18,0263	0,004276	0,000258
14,7252	14,0133	0,003563	0,000240
13,2980	10,0133	0,002751	0,000205
12,2436	6,0111	0,003468	0,000282
		moy.	0,000241

$X = 322{,}0364, \quad x = 2{,}3902.$

Durée d'une oscill. calculée	Durée d'une oscill. observée	Differ.
20,4521	20,4562	+ 0,0041
28,3785	18,3748	— 0,0037
16,4526	16,4472	— 0,0054
14,7273	14,7252	— 0,0021
13,2922	13,2980	+ 0,0058
12,2414	12,2436	+ 0,0022

$J + i = 31995{,}7, \quad n = 6{,}06261.$

Résumé

des expériences faites avec le fil de platine.

Les expériences pour la détermination de l'influence de la température sur la durée des oscillations sont très incomplètes; la comparaison des expériences no. 95 et 96 donne

$$\beta = 0{,}0001718.$$

Nous aurons plus tard l'occasion de déterminer cette valeur avec plus de certitude. Avec cette valeur, en réduisant en même temps au vide, on trouve

I. Charge de 181,0747 de chaque côté: $p = 362,1494$, $l = 127,325$.

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil	a	$\frac{a}{t}$
22,6666	22,0291	0,02128	0,000967
19,3060	18,0263	0,01881	0,000965
16,1119	14,0133	0,01532	0,000940
13,2429	10,0133	0,01087	0,000811
10,9374	6,0111	0,00862	0,000784
		moy.	0,000895

$X = 99,7508$, $x = 1,1391$.

Durée calculée	Durée observée	Differ.
22,6629	22,6666	+ 0,0037
19,3093	22,3060	— 0,0033
16,1236	22,1119	— 0,0117
13,2513	22,2429	— 0,0084
10,9222	22,9374	+ 0,0152

$J + i = 36124,7$, $n = 1,053137$.

II. Charge de 89,8104, $p = 179,6208$, $l = 127,275$.

Les charges étaient renfermées dans les mêmes boîtes que les charges dans les observations précédentes.

Durée d'une oscillat. t	Distance des charges à l'axe du fil	a	$\frac{a}{t}$
17,0633	22,0291	0,01391	0,000818
14,8852	18,0263	0,01231	0,000820
12,8701	14,0133	0,01004	0,000772
11,1306	10,0133	0,00909	0,000805
9,8085	6,0111	0,01026	0,001030
		moy.	0,000849

$X = 185,2202$, $x = 2,302938$.

Durée calculée	Durée observée	Différences
17,0631	17,0633	+ 0,0002
14,8838	14,8852	+ 0,0014
12,8724	12,8701	— 0,0023
11,1340	11,1306	— 0,0034
9,8040	9,8085	+ 0,0045

$J + i = 33269,4$, $n = 1,056060$.

III. Charge 49,6771 de chaque côté; $p = 99,3542$, $l = 127,245$.

Les charges sont renfermées dans les petites boîtes.

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil	a	$\frac{a}{t}$
15,5148	26,0333	0,01335	0,000850
13,9472	22,0291	0,01106	0,000790
12,4806	18,0263	0,00933	0,000740
11,1697	14,0133	0,00930	0,000822
10,0818	10,0133	0,00737	0,000737
9,2908	6,0111	0,00659	0,000773
		moy.	0,000773

$$X = 321,9841, \quad x = 4,152421.$$

Durée calculée	Durée observée	Différ.
15,5163	15,5148	— 0,0015
13,9430	13,9472	+ 0,0042
12,4818	12,4806	— 0,0012
11,1729	11,1697	— 0,0032
10,0840	10,0818	— 0,0022
9,2867	9,2908	+ 0,0041

$$J + i = 31990,0, \quad n = 1053262.$$

Résumé

des expériences faites avec le fil d'argent.

I. Charge de 181,0747; $p = 362,1494$; $l = 127,660$.

Grandes boîtes.

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil r	a	$\frac{a}{r}$
33,8257	22,0291	0,02193	0,000649
28,7960	18,0263	0,01365	0,000471
24,0387	14,0133	0,01088	0,000450
19,7503	10,0133	0,00893	0,000449
16,3553	6,0111	0,00822	0,000500
		moy.	0,000503

$$X = 99,9069, \quad x = 0,51188.$$

*

Durée calculée	Durée observée	Différences
33,8114	33,8257	+ 0,0143
28,8094	28,7960	— 0,0134
24,0588	24,0387	— 0,0201
19,7750	19,7503	— 0,0247
16,3023	16,3553	+ 0,0530

$J + i = 35754{,}6$, $n = 4{,}732676$.

II. Charge 89,8104, $p = 179{,}6208$, $l = 179{,}6208$.

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil r	α	$\frac{\alpha}{t}$
22,1616	18,0263	0,009135	0,000410
19,1750	14,0133	0,008118	0,000421
16,5932	10,0133	0,007432	0,000445
		moy.	0,000425

$X = 186{,}3313$, $x = 1{,}0410$.

III. Charge 49,6771, $p = 99{,}3542$, $l = 127{,}540$.

Durée d'une oscillation t	Distances des charges à l'axe du fil r	α	$\frac{\alpha}{t}$
20,7322	22,0291	0,008071	0,000386
18,5504	18,0263	0,007289	0,000390
16,6102	14,0133	0,006575	0,000394
14,9879	10,0133	0,006467	0,000428
13,8080	6,0111	0,005651	0,000407
		moy.	0,000401

$X = 321{,}7552$, $x = 1{,}8781$.

Durée d'une oscill. calculée	Durée d'une oscill. observée	Différ.
20,7290	20,7322	+ 0,0032
18,5560	18,5504	— 0,0056
16,6093	16,6102	+ 0,0011
14,9899	14,9879	— 0,0020
13,8041	13,8080	+ 0,0039

$J + i = 31967{,}8$, $n = 4{,}763981$.

Résumé

des expériences faites avec le fil d'or.

L'influence de la température sur le coefficient d'élasticité de l'or n'a pas encore pu être déterminée; les observations, qui ont été faites dans ce but, ont donné un résultat négatif, et seront répétées dans la suite. Heureusement nos observations avec le fil d'or ont été faites à des températures si peu différentes, qu'on peut se passer de cette correction.

Voici les valeurs des durées d'oscillations, réduites au vide:

Durée d'une oscill. t	Distance des charges à l'axe du fil r	a	$\frac{a}{t}$
28,5261	26,0333	0,01317	0,000462
25,5792	22,0291	0,00911	0,000356
22,8953	18,0263	0,00686	0,000300
18,4772	10,0133	0,00456	0,000247
17,0195	6,0111	0,00357	0,000210
		moy.	0,000315

$$X = 318{,}0318, \quad x = 1{,}2254.$$

De là

Durée calculée	Durée observée	Différences
28,5065	28,5261	+ 0,0196
25,6040	25,5792	— 0,0248
22,9068	22,8953	— 0,0115
18,4760	18,4772	+ 0,0012
17,0007	17,0195	+ 0,0188

$n = 3{,}10816$, dont le log. $= 0{,}4925036$.

Conclusion.

Voici les valeurs de n, l et r, trouvées par les expériences précédentes.

Métal	charges	n	l	r
Fil de fer no. 1	99,3154	0,7703534	126,8488	0,0480076
Fil de fer no. 2	99,3542	6,03455	126,414	0,080992
	189,0676	6,02256	126,357	
	362,1494	6,01542	126,600	
Fil de cuivre jaune	99,3542	6,06261	126,598	0,0951813
	193,8994	6,08134	126,636	

Métal	Charges	n	l	r
Fil de cuivre jaune	362,1494	6,05251	126,654	
Fil de platine	99,3542	10,53262	127,245	0,096052
	179,6208	10,56060	127,275	
	362,1494	10,53137	127,325	
Fil d'argent	99,3542	4,763981	127,540	0,0964738
	179,6208	4,773470	127,570	
	362,1494	4,732676	127,660	
Fil d'or	99,3542	3,10816	127,860	0,0877447

Or nous avons

$$\mu = \frac{nl}{r^4} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{1}{5\mu}.$$

De là, on trouve approximativement

	δ
fer no. 1	0,0000000109
fer no. 2	113
cuivre jaune	214
platine	127
argent	285
or	298

Connaissant ces valeurs, il nous sera facile de calculer l'allongement, que chacun des fils à éprouvé par les charges employées, allongement qui est évidemment égal à

$$\frac{l\delta}{r^2}.$$

	Allongement d'un fil de 127 pouces de long. par un poids de		
	100 livres	190 livres	360 livres
Fer no. 1	0,0601		
Fer no. 2	0,0219	0,0416	0,0788
Cuivre jaune	0,0300	0,0570	0,1080
Platine	0,0175	0,0332	0,0629
Argent	0,0389	0,0739	0,1400
Or	0,0492		

On voit, qu'en général, les allongemens observés sont plus grands, que les allongemens calculés, ce qui tient, je le pense, à ce que les fils n'étaient pas tout-à-fait droits lorsqu'ils étaient peu tendus. Nous ferons donc mieux de prendre pour base de nos calculs, les longueurs observées aux plus fortes charges et leurs raccourcissemens calculés.

Pour le fil de fer no. 2 seul, cette réduction n'est pas admissible; lorsque ce fil reçut sa plus forte charge, c'est à dire celle de 362 livres, une de ses extrémités glissa

visiblement dans la pièce, dans laquelle elle est serrée. Cette source d'erreur a été évitée dans toutes les observations subséquentes, dans lesquelles on a toujours commencé par les charges les plus fortes.

De cette manière nous trouverons les longueurs suivantes.

Métal	Charges	Longueur du fil l
Fer no. 1	99,3154	126,849
	0	126,789
Fer no. 2	362,1494	126,600
	189,0676	126,434
	99,3542	126,414
	0	126,392
Cuivre jaune	362,1494	126,654
	193,8994	126,603
	99,3542	126,576
	0	126,546
Platine	362,1494	127,325
	179,6208	127,295
	99,3542	127,280
	0	127,262
Argent	362,1494	127,540
	179,6208	127,474
	99,954	127,429
	0	127,400
Or	99,3542	127,860
	0	127,811

D'après l'analyse de Poisson, la valeur de r diminue lorsque la charge augmente, et savoir dans la proportion de 1 à $1 + \frac{1}{4}\delta . p$.

Cette correction est tout a fait insensible dans nos expériences.

Nous aurons donc maintenant, d'après les formules

$$\mu = \frac{nl}{r^4} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{1}{5\mu}.$$

Métal	Charges	log. μ	δ	$\frac{a}{t}$
			0,0000000	
Fer no. 1	99,3154	7,2647367	108716	0,000393
Fer no. 2	362,1494	7,2479301	113006	0,000494
	189,0676	7,2483185	113019	0,000479
	99,3542	7,2491135	112813	0,000459

Métal	Charges	log. μ	δ	$\frac{a}{t}$
			0,0000000	
Cuivre jaune	362,1494	6,9703485	214132	0,000274
	193,8994	9722375	213203	0,000240
	99,3542	9708053	213907	0,000241
Platine	362,1494	7,1973743	126957	0,000895
	179,6208	1984751	126635	0,000849
	99,3542	1972726	126986	0,000773
Argent	362,1494	6,843115	287022	0,000503
	179,6208	8466175	284730	0,000425
	99,3542	8456005	285384	0,000401
Or	99,3542	6,8263543	298315	0,000300?

Si l'on choisit entre ces valeurs celles qui s'accordent le mieux entre elles, c'est à dire la première et la dernière valeur de δ pour le platine, on a pour ce métal

$$\delta = 0{,}0000000126972,$$

ou bien log. $\mu = 7{,}1973220$.

Lorsque le fil de platine oscillait avec le levier seul, on a obtenu

$$t = 8'',6666 \quad \text{(réduit au vide)}$$

$$l = 127{,}262.$$

Mais nous avons

$$n = \frac{r^4 . \mu}{l} = \frac{n^2 J}{g t^2},$$

d'où l'on trouve

$$J = \frac{r^4 . \mu t^2 . g}{l \pi^2} = 30995{,}7.$$

Avec cette valeur de J, il est facile de calculer les valeurs de μ et de δ pour tous les autres métaux, lorsque les durées des oscillations, faites avec le levier seul, sont connues. Voici le tableau de ces valeurs.

	t	log. μ	δ
			0,0000000
Fer no. 1	32,0783	7,2637979	0,108951
Fer no, 2	11,5053	7,2449650	0,113896
Cuivre jaune	11,4356	6,9698694	0,214368
Argent	12,8736	6,8464764	0,284802
Or	15,9014	6,8291588	0,296395

Lorsqu'on jette un coup d'oeil sur les valeurs de δ qui correspondant à des tensions différentes, on voit, qu'elle diminue premièrement lorsque la tension augmente, et augmente ensuite, excepté pour l'or, métal extrêmement mou, où une faible charge augmente déjà la valeur de δ.

Mais la relation exacte qui existe entre la valeur de δ et la tension, ne saurait être établie par des expériences, sur lesquelles la résistence de l'air, dont l'évaluation exacte est toujours difficile, a une si grande influence: nous allons plus tard, pour établir cette loi, nous servir d'une autre méthode.

Voici le tableau de toutes les valeurs de δ qui résultent de nos expériences.

Métal	Charges	δ	Moyennes	$\frac{a}{t}$	β
		0,0000000	0,0000000		
Fil de fer no. 1	99,3154	108716	1088	0,000393	0,0002523
	0	108951			
Fil de fer no. 2	362,1494	113006	1132	0,000494	0,0002626
	189,0676	113019		0,000479	
	99,3542	112813		459	
	0	113896			
Cuivre jaune	363,1494	21413	2139	0,000274	0,0002844
	193,8994	21320		0,000240	
	99,3542	21391		0,000241	
	0	21437			
Platine	362,1494	12696	1269	0,000895	0,0001376
	179,9208	12664		0,000849	
	99,3542	12699		0,000773	
	0	12698			
Argent	362,1494	28702	2854	0,000503	0,0003650
	179,6208	28473		0,000425	
	99,3542	28538		0,000401	
	0	28480			
Or	99,3542	29832	2974	0,000300	
	0	29649		?	

β est le coefficient pour l'influence de la chaleur sur l'élasticité, c'est-à-dire, ce qu'il faut retrancher de la durée observée pour chaque seconde et pour chaque degré octogésimal.

Représentons-nous maintenant un cylindre, fait d'un des métaux contenus dans ce tableau, dont la hauteur et le rayon sont égaux à l'unité; soit d sa densité et m sa chaleur spécifique; la quantité de chaleur, qui élève d'un degré la température de ce cylindre, a évidemment pour expression md.

Cette quantité peut être regardée comme une force qui allonge le cylindre; son allongement sera, par conséquent, proportionnel à l'expression $md\delta$.

Nous aurons donc en général, si l'on désigne par a la dilatation du métal par la chaleur, et par c une constante

$$a = c . m d \delta.$$

Pour le fer, nous avons

$$a = 0{,}001182 \qquad d = 0{,}302757$$
$$m = 0{,}11379 \qquad \delta = 0{,}00000001088$$

Pour les quatre premiers métaux (nous exceptons l'or dont la dilatation par la chaleur n'est pas exactement connue)

	Fer no. 2	Cuivre jaune	Platine	Argent
log. a	7,07262—10	7,27370	8,94655	7,28103
log. m	9,05610—10	8,97271	8,51098	8,75595
log. d	9,48109—10	9,52992	9,92317	9,62228
log. δ	2,05346—10	2,33021	2,10346	2,45545

Ces chiffres, substitués successivement dans la formule

$$c = \frac{a}{m d \delta},$$

donnent, terme moyen, log. $c = 6{,}44480$.

Avec cette valeur de c, il est facile de calculer les dilatations de ces métaux; dans le tableau suivant elles se trouvent comparées aux données de l'observation:

	Caculée	Observée
Fer	0,001085	0,001182
Cuivre jaune	0,001895	0,001878
Platine	0,000960	0,008842
Argent	0,001899	0,001910

Lorsqu'on considère que la dilatation des métaux n'a pas encore été très exactement déterminée, on trouve l'accord entre l'observation et le calcul assez remarquable pour faire de nouvelles recherches, dans lesquelles il faudra déterminer séparément pour chaque espèce de fil le coefficient d'élasticité et de dilatation. L'exemple du fer nous a appris que le coefficient d'élasticité peut varier considérablement d'un fil à l'autre, quoique tous deux confectionnés du même métal, ce qui a très probablement lieu aussi par rapport au coefficient de dilatation. Nous allons prochainement nous livrer à ces recherches.

Soit w la quantité de chaleur qui élève de $0°$ à $100°$ C. la température d'un cylindre d'eau, dont la hauteur et le rayon sont égaux à l'unité, nous aurons évidemment pour tout autre corps la même quantité de chaleur égale à

$$\frac{w . m . d}{d'}, \quad \text{où} \quad d' = 0{,}04;$$

c'est la densité de l'eau.

Cette quantité de chaleur produit la dilatation linéaire a.

Une livre appliquée à la base du même cylindre lui fait éprouver un allongement égal à δ.

Or, la pression d'une livre appliquée sur une base, dont l'aire est égale à π, équivaut à la pression d'une colonne de mercure ayant la même base et une hauteur de $\frac{1}{\pi . d''}$, où d'' désigne la densité du mercure.

Si la pression du mercure agissait partout, et non seulement sur la base du cylindre, la compression ne serait que de $\frac{1}{2}\delta$.

La compression de $\frac{1}{2}\delta$ correspond donc à une pression de $\frac{1}{\pi d''}$, tout à fait comme une dilatation linéaire de a correspond à la quantité de chaleur $\frac{w\ m . d}{d'}$.

Or, les compressions ou dilatations sont évidemment entre elles, comme les forces; nous aurons donc

$$\frac{\frac{1}{\pi d''}}{\frac{w\ m . d}{d'}} = \frac{\frac{1}{2}\delta}{a}, \quad \text{ou bien} \quad \frac{w . m . \pi . . d . d''}{d'} = \frac{2a}{\delta}.$$

Nous avons trouvé tout-à-l'heure que

$$a = c . m . d . \delta, \quad \text{donc} \quad w = \frac{2cd'}{\pi d''},$$

ou comme

$$\log . \ c = 6{,}44480 \quad \text{et} \quad \log . \ d' = 9{,}73495$$

$$\log . \ w = 5{,}11579$$

$$w = 130550 \text{ pouces de mercure,}$$

ou bien environ 4352 atmosphères.

C'est la pression exercée par la quantité de chaleur, nécessaire pour élever l'eau de 0° à 100° C.

Il ne faut cependant pas oublier que ce chiffre repose sur la supposition que la compressibilité des métaux reste la même à toutes les pressions, supposition qui ne saurait passer pour rigoureuse.

La dilatabilité des corps par la chaleur augmente avec la température.

Le coefficient d'élasticité augmente également avec la température; il est probable que le coefficient d'élasticité augmente avec la tension, comme la dilatabilité augmente avec la température.

Mais, dans les expériences précédentes, les fils étaient trop gros, ou les charges trop petites, pour mettre cette loi en évidence. Nous remettons donc à un autre temps le défrichement de ce nouveau champ d'exploration.

Remarque 1. Les unités adoptées dans nos expériences sont la livre et le pouce russes. La livre russe contient 409,512 grammes et le pouce russe est égal au pouce anglais, c'est-à-dire à $25^{mm}{,}3995$. D'après ces relations entre les mesures et poids russes

et français, il est facile de calculer le coefficient d'élasticité en mesures et poids français. On obtient:

	coeff. d'élasticité d'après nos expériences
Fer no. 1	18571
Fer no. 2	17850
Cuivre jaune	9446
Platine	15924
Argent	7080
Or	6794.

Le coefficient d'élasticité est ici égal au poids, exprimé en kilogrammes, dont la traction doublerait la longueur d'un fil dont la section est égale à 1 millimètre carré.

Remarque 2. La longueur des fils métalliques suspendus dans l'appareil fig. 1, a été mesurée par le moyen de l'appareil représenté fig. 7. Ce sont deux planches de bois, collées en équerre l'une sur l'autre, et formant de cette manière une règle très solide; les deux extrémités de cette règle, dont la distance respective a été déterminée avec beaucoup de précision, sont formées par les deux moitiés d'un même cylindre de fer, terminé par une surface sphérique et coupé le long de son axe. Une moitié de ce cylindre est fixée invariablement à l'extrémité supérieure de la règle, l'autre moitié, à l'extrémité inférieure, est mobile, et forme une languette glissant le long d'une division. Lorsqu'on veut mesurer la longueur du fil métallique, on suspend cette règle à côté du fil, par le moyen du levier H (fig. 7), qu'on place sur les traverses F et G (fig. 1), et on applique l'extrémité supérieure de la règle contre la face inférieure de la pièce a (fig. 1) dans laquelle l'extrémité supérieure du fil est fixée, tandis que la languette à l'extrémité inférieure de la règle s'applique d'elle même à la pièce a' (fig. 1) à l'extrémité inférieure du fil; la division de l'extrémité inférieure de la règle donne alors la longueur libre du fil métallique.

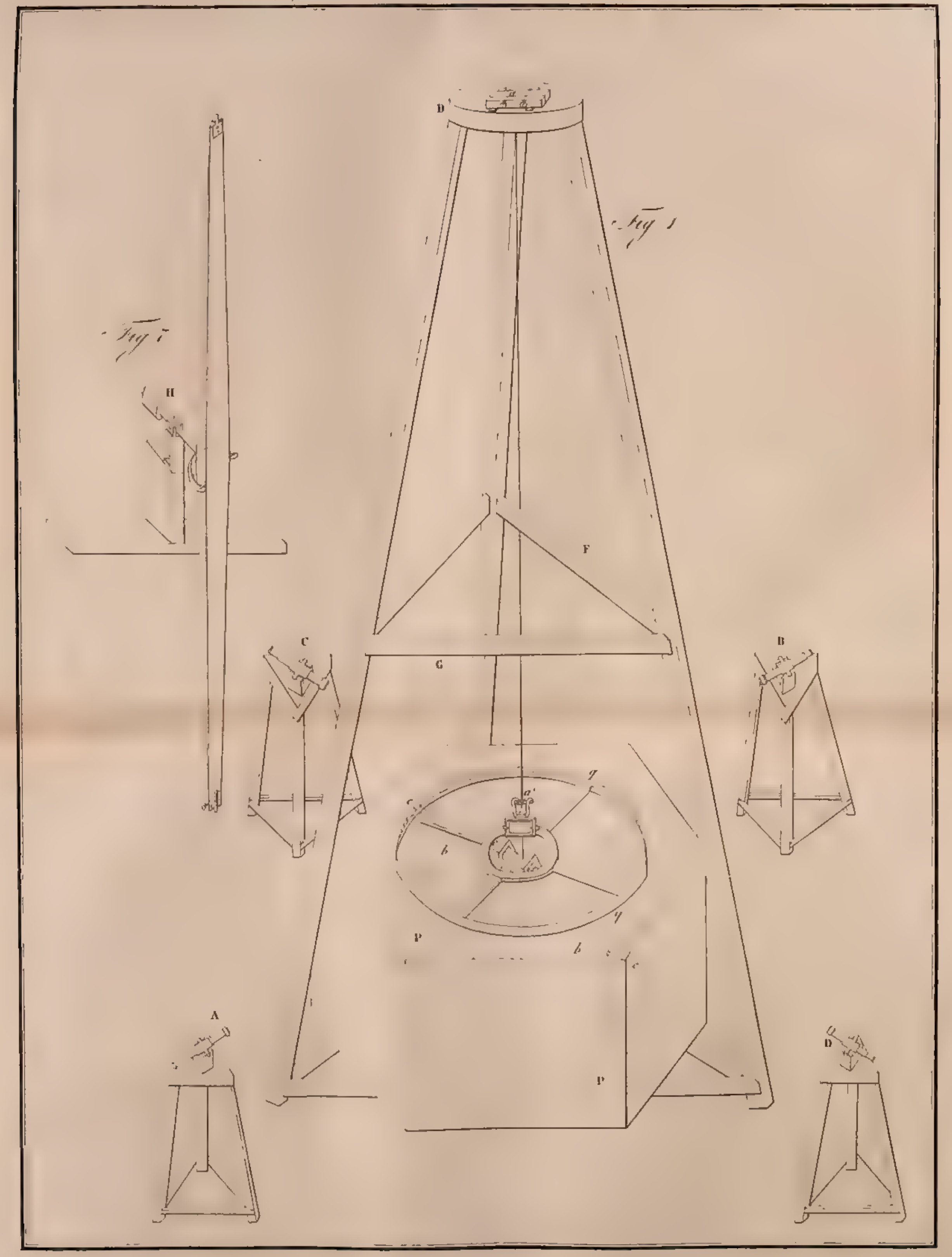


Fig 1
Fig 7
D
F
G
C
B
H
A
D
P
P
q
b





Fig 3.

a a

Fig 6.

Fig 2.

n n

c c

b b

P P

Fig 5.

d

g i g

h h

Fig 4 l

m m

l

n n



NOUVELLE MÉTHODE

DANS LES

RECHERCHES RELATIVES AUX FORMES QUADRATIQUES DES NOMBRES.

PAR

V. Bouniakowsky.

(Lu le 7 Décembre 1849.)

Dans un Mémoire intitulé : *Recherches sur différentes lois nouvelles, relatives à la somme des diviseurs des nombres* *), j'ai exposé plusieurs lois curieuses sur cette espèce de fonction numérique. Dans cet écrit je me propose de présenter quelques applications des formules trouvées dans le Mémoire cité, applications qui se rapporteront aux formes quadratiques des nombres.

Pour plus de commodité, transcrivons ici les formules dont nous parlons. En premier lieu nous rapporterons celle d'Euler, bien connue d'ailleurs. Voici ces formules:

$$\int n - \int(n-1) - \int(n-2) + \int(n-5) + \int(n-7) - \int(n-12) - \int(n-15) + \dots \\ \pm \int\left(n - \frac{3k^2 \pm k}{2}\right) \pm \dots = 0. \qquad (1)$$

$$(1^2 - 2n)\int 2n + (3^2 - \overline{2n-1.2})\int(2n-1.2) + (5^2 - \overline{2n-2.3})\int(2n-2.3) + \\ + (7^2 - \overline{2n-3.4})\int(2n-3.4) + \dots = 0. \qquad (2)$$

$$\int n + \int(n-\Delta_1) + \int(n-\Delta_2) + \int(n-\Delta_3) + \int(n-\Delta_4) + \dots \\ = 4\left[\int\frac{n-\Delta_1}{2} + \int\frac{n-\Delta_2}{2} + \int\frac{n-\Delta_5}{2} + \int\frac{n-\Delta_6}{2} + \dots\right) \qquad (3)$$

pour n *impair.*

---

*) Mémoires VI Série, Sc. math. et phys. T. IV.

$$\int n + \int(n-\Delta_1) + \int(n-\Delta_2) + \int(n-\Delta_3) + \int(n-\Delta_4) + \ldots \\ = 4\left(\int\frac{n}{2} + \int\frac{n-\Delta_3}{2} + \int\frac{n-\Delta_4}{2} + \int\frac{n-\Delta_7}{2} + \ldots\right) \quad (4)$$

pour *n pair.*

$$\int n + (\int 2 - 4\int 1)\int(n-2) + \int 3\int(n-4) + (\int 4 - 4\int 2)\int(n-6) + \int 5\int(n-8) + (\int 6 - 4\int 3)\int(n-10) \\ + \ldots = \tfrac{1}{4}\cdot\frac{n+1}{2}\int(n+2) \quad (5)$$

pour *n impair.*

$\int n$ désigne, comme d'ordinaire, la somme des diviseurs du nombre n, et Δ_1, Δ_2, Δ_3, Δ_4.... la suite des nombres triangulaires 1, 3, 6, 10.... On observera encore que, dans toutes ces formules, les nombres affectés du signe $\int$ n'ont que des valeurs positives, et que, par conséquent, le nombre des termes de chacune d'elles est limité. De plus, quand on arrivera à un terme égal à $\int 0$, on devra le remplacer par n dans l'équation (1) et par $\frac{n}{3}$ dans les équations (2), (3) et (4). Dans la formule (5) le dernier terme du premier membre sera, évidemment, toujours multiplié par $\int 1$.

Rappelons actuellement une propriété très simple des nombres carrés et de leurs doubles par rapport à la somme de leurs diviseurs. Nous avons fait voir, dans le Mémoire qui vient d'être cité (n° 2), que cette somme était toujours *impaire*, et que cette propriété n'avait lieu, exclusivement, que pour les nombres de la forme a^2 et $2b^2$. Ainsi on aura toujours $\int a^2 = 2k + 1$ et $\int 2b^2 = 2k + 1$; au contraire, N n'étant pas de l'une des deux formes a^2 ou $2b^2$, on aura toujours $\int N = 2k$.

Les formules précédentes, combinées avec la propriété que nous venons d'énoncer, conduisent, de la manière la plus simple, à plusieurs propositions sur les formes quadratiques des nombres. Commençons par la formule d'Euler.

1. Supposons d'abord que n soit différent de la suite des nombres 1, 2, 5, 7, 12, 15.... qui se trouvent compris sous les deux formes $\frac{3k^2 \pm k}{2}$; dans ce cas, la formule (1) ne contiendra pas un terme de la forme $\pm\int 0$ qui, comme on le sait, devrait être remplacé par $\pm n$. Commençons par supposer $n = a^2$ ou $2a^2$, ce que nous désignerons de la manière suivante: $n = (1, 2)\,a^2$; on aura $\int n = \int(1, 2)\,a^2 =$ un nombre impair. Or, pour que l'équation

$$\int n - \int(n-1) - \int(n-2) + \ldots \pm \int\left(n - \frac{3k^2 \pm k}{2}\right) \pm \ldots = 0$$

ait lieu, il faudra nécessairement que, parmi les termes qui suivent le premier $\int n$, il s'en trouve au moins un qui soit *impair;* s'il y en avait plus d'un, leur totalité ne pourrait être que *trois*, *cinq*, ou en général un nombre *impair.* Soit donc

$$\int\left(n - \frac{3k^2 \pm k}{2}\right)$$

le premier terme impair après $\int n$; on devra avoir, en vertu de la propriété énoncée plus haut,

$$n - \frac{3k^2 \pm k}{2} = (1,2)\,u^2,$$

ou bien, en observant que $n = (1,2)\,a^2$,

$$(1,2)\,a^2 - \frac{3k^2 \pm k}{2} = (1,2)\,u^2,$$

l'ordre des coefficients 1 et 2 de u^2 n'étant pas déterminé. L'équation précédente donne

$$k = \frac{\mp 1 \pm \sqrt{12\,[(2,4)\,a^2 - (2,4)\,u^2] + 1}}{6}.$$

La condition de k entier exige que l'on ait

$$12\,[(2,4)\,a^2 - (2,4)\,u^2] + 1 = v^2,$$

v étant impair. Or, suivant que n sera $= a^2$ ou à $2a^2$, on aura les formules

$$6\,(2a)^2 - (6,12)\,(2u)^2 + 1 = v^2$$
$$3\,(4a)^2 - (6,12)\,(2u)^2 + 1 = v^2,$$

qui reviennent à

$$6(2a)^2 + 1 = v^2 + 6\,(2u)^2, \quad \text{ou bien} \quad = v^2 + 3\,(4u)^2$$
$$3\,(4a)^2 + 1 = v^2 + 6\,(2u)^2, \quad \text{ou bien} \quad = v^2 + 3\,(4u)^2.$$

Donc, en vertu de la première de ces deux formules, *le sextuple d'un carré pair, augmenté de l'unité, pourra toujours être représenté par la somme d'un carré impair plus le triple ou le sextuple d'un carré pair.* La seconde formule montre que la même décomposition a lieu pour le triple d'un carré pairement-pair, augmenté de l'unité.

Soit par exemple $a = 3$; en faisant $n = 3^2 = 9$, on aura l'équation

$$\int 9 - \int 8 - \int 7 + \int 4 + \int 2 = 0,$$

dans laquelle, outre le premier nombre $\int 9 = 13$, on a *trois* termes

$$\int 8 = 15, \quad \int 4 = 7, \quad \int 2 = 3$$

qui sont impairs. On aura donc les trois solutions suivantes:

$$6.6^2 + 1 = 5^2 + 3.8^2$$
$$6.6^2 + 1 = 11^2 + 6.4^2$$
$$6.6^2 + 1 = 13^2 + 3.4^2.$$

Soit encore $n = 2.4^2 = 32$. On aura

$$\int 32 - \int 31 - \int 30 + \int 27 + \int 25 - \int 20 - \int 17 + \int 10 + \int 6 = 0.$$

Dans la série des nombres 31, 30, 27 etc. on ne trouve aucun qui soit double d'un carré, et *un* seul, nommément 25, qui soit carré. Il n'y aura donc qu'une seule représentation du nombre $3(4\;2)^2 + 1 = 193$ (autre que celle que l'on considère) par la somme d'un carré impair plus le triple ou le sextuple d'un carré pair. Cette décomposition sera

$$3.8^2 + 1 = 13^2 + 6.2^2.$$

*

Il ne serait pas difficile de trouver, au moyen de la fonction $\int n$, l'expression analytique du nombre des décompositions de la formule $6(2a)^2+1$ en une somme composée d'un carré et du triple ou du sextuple d'un carré. Pour cela, en supposant $n=a^2$, il n'y aurait qu'à exprimer, combien dans la série des nombres

$$\int(n-1),\ \int(n-2),\ \int(n-5),\ \int(n-7),\ldots\int\left(n-\frac{3k^2\pm k}{2}\right),\ldots.$$

il y a de termes *impairs*. Or, si l'on observe que l'expression $\frac{1-(-1)^{\int m}}{2}$ est égale à 1 ou à *zéro*, suivant que $\int m$ est impaire ou paire, le nombre de solutions dont nous parlons, et que nous représenterons par N, sera évidemment exprimé par la formule

$$N=\frac{1-(-1)^{\int(n-1)}}{2}+\frac{1-(-1)^{\int(n-2)}}{2}+\frac{1-(-1)^{\int(n-5)}}{2}+\ldots+\frac{1-(-1)^{\int\left(n-\frac{3k^2\pm k}{2}\right)}}{2}+\ldots,$$

à laquelle on peut donner la forme

$$N=\tfrac{1}{2}M-\tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=K}(-1)^{\int\left(n-\frac{3k^2\pm k}{2}\right)},$$

K étant le *maximum* de k, et M désignant combien il y a de nombres pentagonaux des deux formes $\frac{3k^2\pm k}{2}$, inférieurs à n, ou, en d'autres termes, le nombre des valeurs entières et positives de k satisfaisant à la condition

$$\frac{3k^2\pm k}{2}<n,$$

en faisant abstraction du cas où n serait un nombre pentagonal.

Appliquons ce qui vient d'être dit à l'exemple rapporté plus haut; nous avions $n=a^2=9$; par conséquent

$$\frac{3K^2\pm K}{2}<9,$$

d'où

$$K<\frac{\mp1\pm\sqrt{217}}{6},\quad \text{ou}\quad K=2.$$

On aura donc les deux valeurs $k=1$ et $k=2$ à substituer dans la formule $\frac{3k^2\pm k}{2}$, ce qui donnera les *quatre* nombres suivants:

$$1,\ 2,\ 5\ \text{et}\ 7,$$

qui, retranchés de $n=9$, produisent

$$8,\ 7,\ 4\ \text{et}\ 2.$$

On a donc $M=4$, et comme de plus

$$\int 8=15,\ \int 7=8,\ \int 4=7,\ \int 2=3,$$

il viendra

$$\sum_{k=1}^{k=2}(-1)^{\int\left(9-\frac{3k^2\pm k}{2}\right)}=-1+1-1-1=-2.$$

Donc enfin

$$N = \tfrac{1}{2}.4 + \tfrac{1}{2}.2 = 3,$$

conformément à ce que nous avons trouvé plus haut.

Supposons actuellement que l'on ait $n = \frac{3K^2 \pm K}{2}$, et que, de plus, n soit *impair*. La formule (1) sera terminée, dans ce cas, par le nombre impair $\pm n$, qui remplacera $\int 0$. Il faudra donc que, parmi les termes

$$\int n, \quad \int(n-1), \quad \int(n-2), \quad \int(n-5) \ldots,$$

il s'en trouve au moins un qui soit impair ; cela revient évidemment à dire que, parmi les nombres

$$n, \quad n-1, \quad n-2, \quad n-5, \ldots \quad n - \frac{3k^2 \pm k}{2}, \ldots$$

il y en a au moins un de l'une des deux formes a^2 ou $2a^2$. Supposons que le premier nombre qui satisfasse à cette condition soit $n - \frac{3k^2 \pm k}{2}$, k différant de K. On aura

$$n - \frac{3k^2 \pm k}{2} = (1, 2)a^2,$$

ou bien

$$\frac{3K^2 \pm K}{2} = \frac{3k^2 \pm k}{2} + (1, 2)a^2.$$

Donc, *un nombre pentagone impair peut toujours s'exprimer par la somme d'un autre nombre pentagone plus un carré ou le double d'un carré.*

Exemple. Soit $n = \frac{3.3^2 + 3}{2} = 15$; on aura

$$\int 15 - \int 14 - \int 13 + \int 10 + \int 8 - \int 3 - 15 = 0.$$

La série 15, 14, 13, 10.... ne contient point de carrés; le seul nombre 8 représente le double d'un carré. Par conséquent

$$8 = 15 - 7 = 15 - \frac{3.2^2 + 2}{2} = 2.2^2,$$

et enfin

$$\frac{3.3^2 + 3}{2} = \frac{3.2^2 + 2}{2} + 2.2^2.$$

2. Considérons actuellement la formule (2). En rejetant les multiples de 2, on aura la congruence

$$\int 2n + \int(2n - 1.2) + \int(2n - 2.3) + \ldots + \int[2n - k(k+1)] + \ldots \equiv 0 \ (\text{mod. } 2) \quad (5)$$

avec la condition que n ne soit pas un nombre triangulaire, et que, par conséquent, $2n - k(k+1)$ ne puisse se réduire à zéro. Représentons, pour simplifier, la suite des nombres triangulaires

$$1, \quad 3, \quad 6, \quad 10 \ldots \frac{k(k+1)}{2} \ldots$$

par

$$\Delta_1, \quad \Delta_2, \quad \Delta_3, \quad \Delta_4 \ldots \Delta_k \ldots;$$

il s'en suivra, qu'en supposant $2n = (1, 2)a^2$, et par conséquent $\int 2n =$ un nombre impair, la suite des termes (5) contiendra nécessairement un autre nombre de la même forme. Soit $2n - 2\Delta_\mu = (1, 2)u^2$ ce nombre ; on aura

$$(1, 2)a^2 = 2\Delta_\mu + (1, 2)u^2.$$

Donc, *tout carré pair est décomposable en une somme de deux termes, dont le premier est le double d'un nombre triangulaire, et le second un carré ou le double d'un carré.* Il en est de même du double d'un carré donné, pair ou impair, sauf le cas où ce carré représenterait en même temps un nombre triangulaire, cas que nous avons commencé par exclure.

Soit, par exemple, $2n = 6^2 = 36$; on aura

$$\int 36 + \int 34 + \int 30 + \int 24 + \int 16 + \int 6 \equiv 0 \pmod{2}.$$

Parmi ces termes il n'y a, outre le premier, que le terme $\int 16$ qui soit de forme requise, c'est-à-dire impair. Donc, puisque

$$16 = 4^2 = 36 - 2\Delta_4,$$

on aura la seule décomposition suivante

$$6^2 = 2\Delta_4 + 4^2.$$

Voici un exemple pour la forme $2a^2$. Soit $2n = 50 = 2.5^2$, le nombre 5^2 n'étant pas triangulaire ; on aura

$$\int 50 + \int 48 + \int 44 + \int 38 + \int 30 + \int 20 + \int 8 \equiv 0 \pmod{2}.$$

Le dernier nombre $8 = 2.2^2$ satisfait seul à la condition prescrite. Donc

$$2.5^2 - 2\Delta_6 = 2.2^2,$$

d'où

$$2.5^2 = 2\Delta_6 + 2.2^2,$$

ou bien

$$5^2 = \Delta_6 + 2^2.$$

Pour ce qui regarde le nombre de décompositions de a^2 ou de $2a^2$ en une somme de la forme dont il s'agit, on trouvera de suite, qu'en représentant ce nombre par N, on a

$$N = \tfrac{1}{2}K - \tfrac{1}{2}\sum_{k=1}^{k=K} (-1)^{\int[2n - k(k+1)]},$$

K désignant la valeur *maximum* de k, satisfaisant à la condition

$$k(k+1) < 2n.$$

La décomposition dont il est question dans ce n° peut être présentée sous une autre forme par la transformation du nombre triangulaire en carré. En effet, la formule

$$(1, 2)a^2 = 2\Delta_\mu + (1, 2)u^2$$

donne, après avoir remplacé Δ_μ par $\frac{\mu(\mu+1)}{2}$,

$$\mu = \frac{-1 \pm \sqrt{(1,2)(2a)^2 - (1,2)(2u)^2 + 1}}{2},$$

et par conséquent

$$(1,2)(2a)^2 - (1,2)(2u)^2 + 1 = v^2,$$

v étant impair. De là

$$(1,2)(2a)^2 + 1 = v^2 + (1,2)(2u)^2.$$

Ainsi, *un carré donné pair, aussi bien que son double, augmenté de l'unité, est décomposable en un carré impair, plus un carré pair ou le double d'un carré pair.*

Soit proposé, par exemple, de décomposer de cette manière le nombre $65 = (2.4)^2 + 1$; on ne trouvera que la solution suivante:

$$8^2 + 1 = 7^2 + 4^2.$$

Nous avons supposé dans ce qui précède que le nombre n de la formule (2) n'était pas triangulaire; or, il est facile de voir qu'en lui supposant même cette forme, la décomposition

$$2(2a)^2 + 1 = v^2 + (1,2)(2u)^2$$

aura toujours lieu si a est *pair.* En effet, nous avons déjà observé que, pour le cas de n triangulaire, supposons égal à $\frac{k(k+1)}{2}$, il faut, dans la formule (2), remplacer le dernier terme $\int 0$ par $\frac{n}{3}$; par conséquent, on aura pour ce cas la congruence

$$\int 2n + \int(2n-1.2) + \int(2n-2.3) + \int(2n-3.4) + \ldots + (2k+1)^2.\frac{n}{3} \equiv 0 \text{ (mod. 2)}.$$

Or, si l'on admet que n, ou, ce qui revient au même, $\frac{k(k+1)}{2}$ est *pair,* le dernier terme

$$(2k+1)^2 \cdot \frac{n}{3} = \frac{(2k+1)^2 k(k+1)}{2.3},$$

évidemment entier, sera également *pair,* et la dernière congruence donnera

$$\int 2n + \int(2n-1.2) + \int(2n-2.3) + \ldots + \int 2k \equiv 0 \text{ (mod. 2)}.$$

Si donc $2n$ est de la forme a^2 ou $2a^2$ avec la condition de a *pair,* il faudra nécessairement que parmi les nombres

$$2n - 1.2, \quad 2n - 2.3, \quad 2n - 3.4, \ldots \; 2k$$

il s'en trouve au moins un qui soit de la même forme. Observons maintenant que $2n = k(k+1)$ ne peut jamais être égal à un carré; quant à l'hypothèse $2n = k(k+1) = 2a^2$, elle est admissible, et conduit à une infinité de solutions. En effet, de l'équation

$$k(k+1) = 2a^2$$

on tire

$$k = \frac{-1 + \sqrt{2(2a)^2 + 1}}{2};$$

par conséquent, il s'agira de rendre $2(2a)^2 + 1$ carré complet, ce qui n'est qu'un cas particulier du problème bien connu de Pell. La plus petite valeur *paire* de a qui satisfait à cette condition est $a = 6$, ce qui donne $k = 8$. On aura donc $2a^2 = 72$, et par suite

$$\int 72 + \int 70 + \int 66 + \int 60 + \int 52 + \int 42 + \int 30 + \int 16 \equiv 0 \pmod{2}.$$

Dans la série des nombres 70, 66, 60 etc. on trouve, comme on devait s'y attendre, un nombre de la forme $(1, 2) b^2$, nommément 16, qui est un carré complet. Donc

$$2 . 6^2 = 2\Delta_7 + 4^2,$$

et par suite $u = 4$; on trouvera facilement $v = 15$, d'où, définitivement

$$2 . 12^2 + 1 = 15^2 + 8^2.$$

3. Passons aux formules (3) et (4) qui s'accordent à donner pour n *impair* et *pair*, mais non-triangulaire, la congruence suivante:

$$\int n + \int(n - \Delta_1) + \int(n - \Delta_2) + \int(n - \Delta_3) + \ldots \equiv 0 \pmod{4}. \tag{6}$$

Lorsque n est triangulaire, il faudra, comme on l'a dit plus haut, remplacer $\int 0$ par $\frac{n}{3}$ dans les équations (3) et (4), ce qui nous conduira, dans ce cas, à la congruence

$$\int n + \int(n - \Delta_1) + \int(n - \Delta_2) + \int(n - \Delta_3) + \ldots \equiv n \pmod{4}, \tag{7}$$

en omettant le terme qui contient $\int 0$.

En supposant dans la congruence (6) n de la forme a^2 ou $2a^2$, on aura $\int n$ impaire, et par conséquent l'un des nombres

$$\int(n - \Delta_1), \quad \int(n - \Delta_2), \quad \int(n - \Delta_3), \ldots.$$

devra être de la même forme; donc

$$(1, 2)\, a^2 - \Delta_\lambda = (1, 2)\, u^2,$$

ou bien

$$(1, 2)\, a^2 = \Delta_\lambda + (1, 2)\, u^2.$$

De là nous concluons que *tout nombre carré ou double d'un carré, s'il n'est pas triangulaire, se décompose en un nombre triangulaire, plus un carré ou le double d'un carré.*

Remplaçons Δ_λ par $\frac{\lambda(\lambda + 1)}{2}$; nous aurons

$$(1, 2)\, a^2 = \frac{\lambda(\lambda + 1)}{2} + (1, 2)\, u^2,$$

c'est-à-dire

$$(2, 4)\, (2a)^2 + 1 = (2\lambda + 1)^2 + (1, 2)\, (2u)^2.$$

Par conséquent, *tout nombre de la forme* $8a^2+1$ *ou* $(4a)^2+1$ *est décomposable en un carré impair, plus un carré ou le double d'un carré pair.* Ainsi, si l'on fait $n=a^2=3^2=9$, on aura

$$8.3^2+1=3^2+8^2,$$

et, en supposant $n=2a^2=2.4^2=32$, on obtiendra

$$16^2+1=15^2+2.4^2.$$

La formule (7) conduit à un théorème sur les nombres triangulaires impairs. En effet, pour que cette congruence ait lieu dans l'hypothèse de n impair, il faut que, parmi les nombres

$$n, \quad n-\Delta_1, \quad n-\Delta_2, \quad n-\Delta_3, \ldots.$$

il s'en trouve au moins un (ou en général un nombre impair) qui soit de la forme u^2 ou $2u^2$. Donc, puisque n est triangulaire, supposons égal à Δ_λ, on devra nécessairement avoir

$$\Delta_\lambda-\Delta_\mu=(1,2)u^2,$$

d'où

$$\Delta_\lambda=\Delta_\mu+(1,2)u^2. \tag{9}$$

Ainsi, *tout nombre triangulaire impair est décomposable en un autre triangulaire, plus un carré ou le double d'un carré.* Voici quelques exemples de ces décompositions:

$$\begin{aligned} 3 &= 1+2.1^2 \\ 15 &= 6+3^2 \\ 21 &= 3+2.3^2 \\ 45 &= 36+3^2 \\ 55 &= 6+7^2 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

On tirera aussi de l'équation (9)

$$8\Delta_\lambda+1=(2\mu+1)^2+(2,4)(2u)^2,$$

d'où l'on conclura que *l'octuple d'un nombre triangulaire impair, augmenté de l'unité, est toujours décomposable en une somme de deux carrés, ou en un carré plus le double d'un carré.*

En mettant l'équation précédente sous la forme

$$(2\lambda+1)^2=(2\mu+1)^2+(2,4)(2u)^2,$$

et observant que les nombres triangulaires impairs correspondent aux deux formes $\lambda=4v+(1 \text{ ou } 2)$, on aura

$$[8v+(3,5)]^2=(2\mu+1)^2+(2,4)(2u)^2.$$

Donc, la proposition précédente peut aussi être énoncée de la manière suivante: *le carré*

de tout nombre de la forme $8v + (3, 5)$ *se décompose en deux carrés, ou en un carré plus le double d'un carré.* En voici des exemples:

$$11^2 = (8.1+3)^2 = 7^2 + 2.6^2$$
$$13^2 = (8.1+5)^2 = 5^2 + 12^2$$
$$19^2 = (8.2+3)^2 = 17^2 + 2.6^2$$
$$21^2 = (8.2+5)^2 = 7^2 + 2.14^2.$$

4. Passons maintenant à la formule (5) qui a lieu pour un nombre n impair; elle conduit de suite à la congruence

$$\int n + \int 2 . \int(n-2) + \int 3 . \int(n-4) + \int 4 . \int(n-6) + \ldots + \int(K+1) . \int(n-2K) + \ldots$$
$$\equiv \tfrac{1}{4} . \frac{n+1}{2} . \int(n+2) \pmod{4}. \qquad (10)$$

Examinons successivement les quatre hypothèses que l'on peut faire par rapport à son second membre

$$\tfrac{1}{4} . \frac{n+1}{2} . \int(n+2).$$

Ces quatre suppositions sont:

$$\tfrac{1}{4} . \frac{n+1}{2} . \int(n+2) \equiv 1 \pmod{4} \qquad (11)$$
$$\tfrac{1}{4} . \frac{n+1}{2} . \int(n+2) \equiv 3 \pmod{4} \qquad (12)$$
$$\tfrac{1}{4} . \frac{n+1}{2} . \int(n+2) \equiv 2 \pmod{4} \qquad (13)$$
$$\tfrac{1}{4} . \frac{n+1}{2} . \int(n+2) \equiv 0 \pmod{4}. \qquad (14)$$

Nous ne nous arrêterons pas au cas où $n + 2$ serait un nombre carré; cette hypothèse nous conduirait immédiatement au théorème qui termine le n° 3. Passons à la supposition que $n + 2$ est un *nombre premier.* Et d'abord observons que, si ce nombre premier est de la forme $4k + 1$, la fonction $\int(n + 2)$ sera simplement paire, puisqu'on aura

$$\int(n+2) = 4k+2 \equiv 2 \pmod{4}.$$

Donc, pour satisfaire dans ce cas à la congruence (11), il faudra que l'on ait

$$\tfrac{1}{4} . \frac{4k}{2} . 2(2k+1) \equiv 1 \pmod{4}$$

ou bien

$$k(2k+1) \equiv 1 \pmod{4},$$

ce qui revient à

$$(k+1)(2k-1) \equiv 0 \pmod{4};$$

de là on tire

$$k + 1 \equiv 0 \pmod{4},$$

et par conséquent

$$k = 4e + 3,$$

ce qui donne, en représentant par P le nombre premier $n + 2$,

$$P = n + 2 = 16e + 13.$$

Si nous remarquons maintenant que le nombre $n = P - 2 = 16e + 11$ ne peut pas être égal à un carré, puisque $n = 4(4e+2) + 3$, il s'en suivra que, parmi les termes de la congruence (10), le premier excepté, il doit nécessairement s'en trouver un, supposons

$$f(K + 1) \cdot f(n - 2K)$$

qui soit congru à 1 ou à 3 suivant le module 4, ce qui exige que les nombres $f(K+1)$ et $f(n - 2K)$ soient tous deux impairs; donc, puisque n est impair, on doit avoir

$$K + 1 = (1, 2)v^2 \quad \text{et} \quad n - 2K = u^2,$$

d'où l'on tire

$$P = n + 2 = u^2 + (2, 4)v^2.$$

Or, il est facile de voir, soit par le théorème relatif au résidu de $2^{\frac{P-1}{2}}$, soit directement, que la forme

$$P = 16e + 13 = u^2 + 2v^2$$

est inadmissible. En effet, en observant que u est *impair*, et que v peut être *impair* ou *pair*, on aura à examiner les deux formules

$$16e + 13 = (2\lambda + 1)^2 + 2(2\mu + 1)^2$$

et

$$16e + 13 = (2\lambda + 1)^2 + 2 \cdot 4\mu^2.$$

La première conduit à l'égalité

$$16e + 10 = 8 \cdot \frac{\lambda(\lambda+1)}{2} + 16 \cdot \frac{\mu(\mu+1)}{2},$$

qui est évidemment impossible, puisque tous ses termes, excepté le nombre 10, sont divisibles par 8.

La seconde formule donne l'équation

$$16e + 12 = 8 \cdot \frac{\lambda(\lambda+1)}{2} + 8 \cdot \mu^2,$$

qui également ne peut avoir lieu à cause du terme 12, non-divisible par 8.

Cela posé, nous sommes en droit de conclure *qu'un nombre premier P, de la forme*

*

$16e+13$, *est toujours décomposable en une somme de deux carrés.* En voici des exemples:

$$13 = 3^2 + 2^2$$
$$29 = 5^2 + 2^2$$
$$61 = 5^2 + 6^2$$
$$109 = 3^2 + 10^2$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

L'hypothèse (12), c'est-à-dire

$$\tfrac{1}{4}\cdot\frac{n+1}{2}\cdot f(n+2) \equiv 3 \pmod{4},$$

en supposant $n+2$ premier et de la forme $4k+1$, donne

$$\tfrac{1}{4}\cdot\frac{4k}{2}\cdot(4k+2) \equiv 3 \pmod{4},$$

ou bien

$$(2k+3)(k-1) \equiv 0 \pmod{4},$$

d'où l'on déduit

$$k = 4e+1,$$

et par suite

$$n+2 = P = 16e+5.$$

En raisonnant comme plus haut on trouvera

$$P = u^2 + (2,4)v^2,$$

et en excluant la forme

$$P = u^2 + 2v^2$$

par un développement tout-à-fait semblable au précédent, on arrivera à la conclusion *qu'un nombre premier P de la forme* $16e+5$ *est également décomposable en une somme de deux carrés.*

Les deux formes $16e+5$ et $16e+13$ que nous venons de considérer, sont contenues dans la forme unique $8k+5$. Donc, *un nombre premier* $8k+5$ *est toujours décomposable en une somme de deux carrés.* Les démonstrations que l'on donne de ce théorème sont fondées sur des principes tout-à-fait différents de celui dont nous venons de faire usage.

Nous ne nous arrêterons pas à la discussion des cas analogues qui se présenteraient en faisant différentes hypothèses sur la forme du nombre $n+2$, ou de n en général. Nous passerons de suite à une autre considération, qui nous conduira à des théorèmes très remarquables, concernant une relation d'égalité entre deux nombres premiers.

5. Considérons un nombre premier P de la forme $8k+7$, qui, comme on le sait, ne peut être représenté ni par la somme de deux carrés, ni par celle d'un carré

plus le double d'un carré. Si, dans la formule (10), on suppose $n+2=P=8k+7$, on aura $\int(n+2)=P+1=8(k+1)$, et par suite

$$\int(P-2)+\int 2.\int(P-4)+\int 3.\int(P-6)+\ldots. \\ +\int(K+1)\ \int[P-2(K+1)]+\ldots.\equiv 2(4k+3)(k+1)(\text{mod.}\,4).$$

Il se présente actuellement deux cas, suivant que $k+1$ est pair ou impair. Dans le premier, le produit $2(k+3)(k+1)$ se trouvera remplacé par *zéro*, et dans le second, par le résidu 2; dans ce dernier cas, k sera *pair*, c'est-à-dire égal à $2e$, ce qui réduira P à la forme $16e+7$. C'est par ce dernier cas que nous allons commencer.

Supposons donc $P=16e+7$; la dernière congruence deviendra

$$\int(P-2)+\int 2.\int(P-4)+\int 3.\int(P-6)+\ldots. \\ +\int(K+1)\ \int[P-2(K+1)]+\ldots.\equiv 2\,(\text{mod.}\ 4). \qquad (15)$$

En considérant avec quelque attention cette congruence, nous nous appercevons que, pour qu'elle soit satisfaite, il faut nécessairement admettre l'une des deux hypothèses suivantes:

1°. Parmi les termes qui composent le premier membre de la congruence (15), *deux*, au moins, doivent être *impairs*, c'est-à-dire congrus à 1 ou à 3 suivant le module 4. S'il y en avait plus de deux, ce serait *quatre*, ou *six*, ou en général un nombre *pair*.

2°. Si cette première hypothèse n'a pas lieu, il faudra absolument qu'un des termes du premier membre de la congruence (15) (ou en général un nombre impair de termes) soit congru à 2 suivant le module 4.

Or, la première hypothèse, vu la forme du nombre premier P, est inadmissible. En effet, considérons le terme général $\int(K+1).\int[P-2(K+1)]$ que nous supposerons congru à 1 ou à 3 suivant le module 4, ce qui revient à dire qu'il est égal à un nombre *impair*. Pour cela il faudra que $\int(K+1)$ et $\int[P-2(K+1)]$ soient séparément impairs, et que par conséquent $K+1$ et $P-2(K+1)$ ne puissent représenter que des carrés ou des doubles d'un carré. Comme $P-2(K+1)$ est impair, il ne pourra être qu'un carré. Il faudra donc que l'on ait

$$K+1=(1,2)a^2 \quad \text{et} \quad P-2(K+1)=b^2,$$

d'où

$$P=b^2+2a^2 \quad \text{ou bien} \quad P=b^2+(2a)^2.$$

Mais comme P est de la forme $16e+7=8(2e)+7$, ces deux inégalités sont impossibles, et par conséquent la première hypothèse est inadmissible.

Cela posé, voyons à quoi nous conduira la seconde supposition qui, nécessairement, doit avoir lieu. Il faudra que l'on ait

$$\int(K+1).\int[P-2(K+1)] \equiv 2 \pmod{4}. \qquad (16)$$

D'abord il est visible que l'un des facteurs $\int(K+1)$ ou $\int[P-2(K+1)]$ doit être *impair;* par conséquent, si $P-2(K+1)$ n'est pas un carré, il faut que $K+1$ soit de la forme $(1,2)a^2$; ou bien, si $K+1$ n'est pas de la forme $(1,2)a^2$, il faut que $P-2(K+1)$ soit égal à b^2. Si l'on suppose

$$K+1=(1,2)a^2,$$

on devra nécessairement avoir

$$\int[P-2(K+1)] \equiv 2 \pmod{4}.$$

Au contraire, si

$$P-2(K+1)=b^2,$$

on aura

$$\int(K+1) \equiv 2 \pmod{4}.$$

Or, pour qu'en général on ait

$$\int N \equiv 2 \pmod{4},$$

N ne pourra avoir que la forme Qc^2 ou $2Qc^2$, Q désignant un *nombre premier* de la forme $4l+1$; toute autre hypothèse par rapport à la forme du nombre N qui, d'aprés notre supposition, n'est ni un carré, ni le double d'un carré, conduira à la congruence $\int N \equiv 0 \pmod{4}$, ce dont nous allons nous assurer directement.

Supposons qu'après avoir séparé du nombre N tous les facteurs carrés, l'on ait trouvé

$$N=qq'q''\ldots.c^2 \quad \text{ou bien} \quad N=2qq'q''\ldots.c^2,$$

$q, q', q''\ldots.$ désignant des nombres premiers impairs quelconques, différents entr'eux; admettons d'abord que $q, q', q''\ldots.$ soient premiers à c. On aura

$$\int N=\int q.\int q'.\int q''\ldots.\int c^2=(q+1)(q'+1)(q''+1)\ldots.(2L+1) \equiv 0 \pmod{4}$$
$$\int N=\int q.\int q'.\int q''\ldots\int 2c^2=(q+1)(q'+1)(q''+1)\ldots.(2M+1) \equiv 0 \pmod{4},$$

puisque chacun des facteurs $q+1$, $q'+1$, $q''+1\ldots.$ est pair, et que leur nombre n'est pas inférieur à *deux*. Mais s'il n'y avait qu'un seul facteur q de la forme $4l+1$, on aurait

$$\int N=\int[q(1,2)c^2]=\int q.\int(1,2)c^2=(4l+2)(2L+1) \equiv 2 \pmod{4}.$$

La supposition de $q=4l-1$ conduirait, au contraire, à la congruence

$$\int N=\int[q(1,2)c^2]=\int q.\int(1,2)c^2=4l(2L+1) \equiv 0 \pmod{4}.$$

Donc, *un entier mis sous la forme* Qc^2 *ou* $2Qc^2$, Q *et* c *étant premiers entr'eux,*

n'aura pour somme de ses diviseurs un nombre congru à 2 suivant le module 4, que lorsque Q sera un nombre premier de la forme $4l+1$.

Si c était divisible par quelques uns des nombres premiers q, q', q''...., ou par tous, on arriverait encore à la même conséquence. En effet, soit d'abord

$$c = q^{\lambda} q'^{\mu} q''^{\nu} \ldots . C,$$

C étant premier avec chacun des nombres q, q', q''.... On aura

$$\begin{aligned} \int N &= \int (q^{2\lambda+1} q'^{2\mu+1} q''^{2\nu+1} \ldots . C^2) \\ &= \int q^{2\lambda+1} . \int q'^{2\mu+1} . \int q''^{2\nu+1} \ldots . \int C^2. \end{aligned}$$

Or, chacun des facteurs

$$\int q^{2\lambda+1}, \quad \int q'^{2\mu+1}, \quad \int q''^{2\nu+1} \ldots .$$

étant divisible au moins par la première puissance de 2, on en conclura que $\int N \equiv 0 \pmod{4}$ tant que le nombre de facteurs q, q', q''.... n'est pas inférieur à *deux*. S'il n'y avait qu'un seul facteur q, on aurait

$$\int N = \int q^{2\lambda+1} . \int C^2.$$

Soit d'abord q de la forme $4l-1$; il viendra

$$\int q^{2\lambda+1} = 1 + (4l-1)^1 + (4l-1)^2 + \ldots . + (4l-1)^{2\lambda+1} \equiv 0 \pmod{4}.$$

Donc la forme $q = 4l - 1$ ne pourra pas donner $\int N \equiv 2 \pmod{4}$. Si l'on suppose $q = 4l+1$, on aura

$$\begin{aligned} \int q^{2\lambda+1} = 1 + (4l+1)^1 + (4l+1)^2 + \ldots . + (4l+1)^{2\lambda+1} &\equiv 1 + (2\lambda+1) \\ &\equiv 2(\lambda+1) \pmod{4}. \end{aligned}$$

Cette dernière congruence, suivant que λ sera *pair* ou *impair*, donnera

$$\int N \equiv 2 \pmod{4} \quad \text{ou} \quad \int N \equiv 0 \pmod{4}.$$

On aura donc

$$\int q^{4\lambda'+1} . C^2 = \int q (q^{2\lambda'} C)^2 \equiv 2 \pmod{4}$$

et

$$\int q^{4\lambda'+3} . C^2 = \int q (q^{2\lambda'+1} C)^2 \equiv 0 \pmod{4}.$$

Donc, *un entier* Qc^2, *Q étant impair, et non-premier avec c, n'aura pour somme de ses diviseurs un nombre congru à 2 suivant le module 4, que lorsque Q sera un nombre premier de la forme* $4l+1$, *et encore faut-il pour cela que la plus haute puissance de Q qui divise c, soit paire.*

Il nous reste encore à considérer le cas où l'on aurait

$$N = 2^{2\alpha+1} . q^{2\lambda+1} q'^{2\mu+1} q''^{2\nu+1} \ldots . C^2,$$

C étant premier avec chacun des nombres 2, q, q', q''.... Or, s'il y avait plus d'un facteur q dans le second membre, on verrait, comme plus haut, que la congruence $\int N \equiv 2 \pmod{4}$ ne peut pas avoir lieu. Supposons donc

$$N = 2^{2\alpha+1} . q^{2\lambda+1} . C^2,$$

q et C étant tous deux impairs et premiers entr'eux. On aura par conséquent

$$\int N = \int 2^{2\alpha+1} \cdot \int q^{2\lambda+1} \cdot \int C^2.$$

De plus, comme $\int 2^{2\alpha+1}$ et $\int C^2$ sont impairs, il viendra

$$\int N = (2L+1) \int q^{2\lambda+1}.$$

Si l'on observe actuellement que, conformément à ce que l'on a remarqué plus haut

$$\int q^{2\lambda+1} \equiv 0 \ (\text{mod. } 4)$$

quand q est de la forme $4l-1$, il ne restera à examiner que l'hypothèse de $q = 4l+1$. Or, nous savons déjà que $\int q^{2\lambda+1}$, dans cette supposition, est congru à *zéro* ou à 2 suivant que λ est *impair* ou *pair*. Donc, le seul cas qui donne $\int N \equiv 2 \ (\text{mod. } 4)$, correspond à la supposition

$$N = 2^{2\alpha+1} \cdot q^{4\lambda'+1} \cdot C^2 = 2q(2^\alpha \cdot q^{2\lambda'} \cdot C)^2,$$

q étant un nombre premier de la forme $4l+1$.

L'examen détaillé que nous venons de faire nous conduit immédiatement à conclure la légitimité de l'assertion rapportée plus haut, c'est-à-dire que *la somme* $\int N$ *ne pourra être congrue à* 2 *suivant le module* 4, *que lorsque* N *aura la forme* Qc^2 *ou* $2Qc^2$, Q *désignant un nombre premier* $4l+1$.

Après ces considérations il est visible que, pour satisfaire à la congruence (16), on ne pourra faire que l'une des deux suppositions suivantes:

$$1^\circ \quad \begin{cases} K+1 = (1,2)a^2 \\ P-2(K+1) = Qc^2 \end{cases}$$

$$2^\circ \quad \begin{cases} K+1 = (1,2)Qc^2 \\ P-2(K+1) = b^2 \end{cases}$$

Q désignant, nous le répétons, un nombre premier de la forme $4l+1$.

La première hypothèse conduit aux décompositions

$$P = 2a^2 + Qc^2 \quad \text{ou bien} \quad P = (2a)^2 + Qc^2$$

et la seconde à

$$P = b^2 + 2Qc^2 \quad \text{ou bien} \quad P = b^2 + Q(2c)^2.$$

Ces quatre formes peuvent se réduire aux trois suivantes:

$$u^2 + Qv^2, \quad 2u^2 + Qv^2, \quad u^2 + 2Qv^2,$$

lorsque l'on ne prononce rien sur les nombres u et v dans la première, en tant que l'un est pair et l'autre impair.

La *loi de réciprocité* va nous faire voir que les deux formes $u^2 + Qv^2$ et $u^2 + 2Qv^2$ sont inadmissibles pour la représentation du nombre premier $P = 16e + 7$, et que la seule forme qui lui convienne est $2u^2 + Qv^2$.

En effet, puisque P est de la forme $4m+3$ et Q de la forme $4n+1$, l'égalité supposée

$$P = u^2 + Qv^2$$

donnerait

$$P^{\frac{Q-1}{2}} \equiv 1 \pmod{Q} \quad \text{et} \quad Q^{\frac{P-1}{2}} \equiv -1 \pmod{P},$$

d'où l'on conclurait, en se servant de la notation de Legendre,

$$\left(\frac{P}{Q}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = -1,$$

ce qui est impossible, vu que les nombres P et Q sont d'espèces différentes, et que par conséquent on a

$$\left(\frac{P}{Q}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = +1.$$

La troisième forme

$$P = u^2 + 2Qv^2$$

donnerait

$$\left(\frac{P}{Q}\right) = +1 \quad \text{et} \quad \left(\frac{2}{P}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = -1,$$

et par suite

$$\left(\frac{2}{P}\right)\left(\frac{P}{Q}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = -1.$$

Mais puisque $P = 16e + 7 = 8(2e+1) - 1$, nous aurons

$$\left(\frac{2}{P}\right) = +1,$$

d'où il suit qu'on tombera de nouveau sur l'égalité impossible

$$\left(\frac{P}{Q}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = +1.$$

Il ne reste donc plus que la seule décomposition possible

$$P = 2u^2 + Qv^2, \tag{13}$$

qui, comme on doit le prévoir, s'accorde avec la loi de réciprocité. En effet, on aura

$$\left(\frac{P}{Q}\right) = \left(\frac{2}{Q}\right) \quad \text{et} \quad \left(\frac{Q}{P}\right) = -\left(\frac{2}{P}\right),$$

d'où l'on tire

$$\left(\frac{P}{Q}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = -\left(\frac{2}{Q}\right)\left(\frac{2}{P}\right).$$

Maintenant, comme l'on doit avoir

$$\left(\frac{P}{Q}\right)\left(\frac{Q}{P}\right) = +1,$$

et par conséquent aussi

$$-\left(\frac{2}{Q}\right)\left(\frac{2}{P}\right) = +1,$$

et que d'ailleurs $\left(\frac{2}{P}\right) = +1$, il faudra que $\left(\frac{2}{Q}\right)$ soit égal à -1. Pour cela Q doit être de la forme $8m \pm 3$; mais $Q = 4l + 1$; pour que ces formes s'accordent entr'elles, on ne pourra admettre que l'égalité $4l + 1 = 8m - 3$, ce qui suppose l impair. De là on tirera $Q = 8k + 5$. Donc, enfin, on parvient à ce théorème remarquable:

Théorème. *Tout nombre premier* $16k + 7$ *est nécessairement de la forme*

$$2u^2 + Qv^2,$$

Q représentant un nombre premier $8e + 5$.

Cette proposition établit une *relation d'égalité* très simple entre deux nombres premiers, ce dont on ne trouve point d'analogue, autant que je le sache, dans les théorème connus de la théorie des nombres. La *loi de réciprocité*, découverte par Legendre, ne donne qu'une *relation de congruence* entre deux nombres de cette nature. Voici plusieurs exemples numériques du théorème qui vient d'être énoncé:

$$7 = 2.1^2 + 5.1^2,\quad 23 = 2.3^2 + 5.1^2,\quad 71 = 2.3^2 + 53.1^2,$$

$$103 = 2.5^2 + 53.1^2,\quad 151 = 2.1^2 + 149.1^2 = 2.5^2 + 101.1^2 = 2.7^2 + 53.1^2$$

$$167 = 2.3^2 + 149.1^2,\quad 199 = 2.1^2 + 197.1^2$$

$$= 2.3^2 + 181.1^2$$

$$= 2.5^2 + 149.1^2$$

$$= 2.7^2 + 101.1^2$$

$$= 2.9^2 + 37.1^2$$

$$503 = 2.15^2 + 53.1^2 = 2.7^2 + 5.9^2 = \text{etc. etc.}$$

Il est d'ailleurs visible qu'un nombre premier $16k + 7$ ne pourra être représenté par la forme $2u^2 + Qv^2$, qu'un nombre impair de fois, puisque, dans le cas contraire, le premier membre de la formule (15) étant congru à *zéro* suivant le module 4, la congruence ne serait pas satisfaite. Toutefois, il faut exclure de ce nombre, les représentations de $P = 16k + 7$ par la forme $2u^2 + Qv^2$, dans lesquelles la plus haute puissance de Q, qui divise v, serait *impaire*. Ainsi, par exemple, le nombre premier 1367, outre la représentation

$$1367 = 2.25^2 + 13.3^2,$$

qui correspond à la congruence

$$\int(1367 - 2.25^2) = \int(13.3^2) \equiv 2 \pmod{4},$$

en offre une autre

$$1367 = 2.11^2 + 5.15^2,$$

dans laquelle 15 est divisible par 5, et qui donne par conséquent

$$\int(1367 - 2.11^2) = \int(5.15^2) = \int 5^3 . \int 3^2 = 156.13 \equiv 0 \pmod{4}.$$

Remarquons aussi en passant que le théorème que nous venons d'établir conduit immédiatement à cette proposition connue : *un nombre de la forme* $16k+7$ *est toujours décomposable en deux carrés plus le double d'un carré.* En effet, soit P ce nombre; puisque

$$P = 2u^2 + Qv^2,$$

et que Q est de la forme $8e+5$, on aura d'abord

$$Q = r^2 + s^2,$$

et par suite

$$P = (rv)^2 + (sv)^2 + 2u^2,$$

conformément à ce qui vient d'être dit. Au reste, cette décomposition, comme on le sait, a lieu pour tout nombre impair.

6. Si l'on suppose dans la formule (10) que $n+2$ est un nombre premier de la forme $16k+15$, et que l'on représente ce nombre par P, la formule citée deviendra

$$\begin{aligned} &\int(P-2) + \int 2\int(P-4) + \int 3\int(P-6) + \ldots \\ &\qquad + \int(K+1)\int[P-2(K+1)] + \ldots \equiv 0 \pmod{4}. \end{aligned}$$

S'il arivait que le nombre $P-2 = 16k+13$ fut aussi premier, on aurait alors

$$\int(P-2) = 16k + 14 \equiv 2 \pmod{4}.$$

Or, aucun des termes

$$\int 2\int(P-4),\quad \int 3\int(P-6), \ldots,$$

vu la forme du nombre premier $P = 8l+7$, et d'après ce que l'on a fait voir dans le n° 5, ne peut être congru ni à 1 ni à 3 suivant le module 4; il faudra donc que l'un d'eux soit $\equiv 2 \pmod{4}$. Supposons

$$\int(K+1)\int[P-2(K+1)] \equiv 2 \pmod{4},$$

K étant différent de zéro. On aura, comme dans le n° précédent,

$$K+1 = (1,2)a^2 \quad \text{et} \quad P-2(K+1) = Qc^2,$$

ou bien

$$K+1 = (1,2)Qc^2 \quad \text{et} \quad P-2(K+1) = b^2,$$

Q désignant un nombre premier de la forme $4l+1$. Mais nous avons déjà vu plus haut que des quatre formes auxquelles donnent lieu ces hypothèses, la seule

$$P = 2u^2 + Qv^2$$

est admissible, avec la condition que Q soit de la forme $8e+5$. Donc, *si* $P-2$ *et* P *sont deux nombres premiers consécutifs, dont le second* P *est de la forme* $16k+15$, *ce nombre* P, *outre la décomposition*

$$P = 2.1^2 + (P-2).1^2,$$

*

en admettra une autre de la même forme

$$P = 2u^2 + Qv^2,$$

Q étant un nombre premier $8e + 5$.

Ainsi, comme 29 et 31 sont deux nombres premiers consécutifs, dont le second est de la forme $16k + 15$, on devra avoir, outre la décomposition

$$31 = 2 + 29 = 2.1^2 + (3.8 + 5).1^2,$$

une autre de la même forme. En effet, on trouve

$$31 = 2.3^2 + 13.1^2.$$

Nous ne nous arrêterons pas pour le moment sur d'autres propositions concernant les formes quadratiques que l'on pourrait démontrer en se fondant sur les mêmes principes que ceux dont nous venons de faire usage. Nous observerons seulement que, de nouvelles combinaisons des formules relatives aux sommes des diviseurs des nombres, conduiraient, certainement, à de nouveaux théorèmes sur les nombres premiers, théorèmes qu'il serait difficile, très probablement, de démontrer par les méthodes connues.

DE NUMERO CONSTANTE ABERRATIONIS ET PARALLAXI ANNUA STELLAE POLARIS

EX ASCENSIONIBUS RECTIS HUJUS STELLAE,

QUAE

IN SPECULA PULCOVENSI ANNIS 1842 — 1844

TUBO CULMINATORIO ERTELIANO OBSERVATAE SUNT, DEDUCTIS.

AUCTORE

Daniele Georgio Lindhagen,

Phil. Doctore Upsaliensi.

(Lu le 21 Décembre 1849.)

Diaria speculae Pulcovensis annorum 1842 — 44 continent observationum stellae polaris series eodem tempore instrumentis duobus institutas, alteram a cel. Dr. C. A. F. Peters circulo verticali Erteliano, alteram a cel. Schweizer, tunc temporis Pulcovae morante, tubo culminatorio octipedali, ab eodem artifice fabricato, perfectam. Quinque jam sunt abhinc anni, quum cel. Peters illam seriem et, quos ex ea calculo deduxerat, numeri constantis Aberrationis et Parallaxis stellae polaris valores astronomis communicavit dissertatione, quae inscribitur: «*Resultate aus Beobachtungen des Polarsterns am Ertelschen Verticalkreise der Pulkowaer Sternwarte von C. A. F. Peters, Dr.*». Quod ad alteram seriem attinet, nondum tali calculo subjecta erat; ex cura autem diligentiaque ab observatore impensis, nec non ex praestantia instrumenti adhibiti sperare licuit, hanc seriem, rite tractatam, aeque aptam fore, quae easdem quantitates ea praeberet fide, quae astronomiae practicae hodierna digna esset conditione. Summa quidem gaudet fide is numeri Aberrationis valor, quem ill. Struve ex observationibus stellarum in primo verticali institutis deduxit, quae quidem observandi methodus declinationes stellarum ab omni periodico errore, determinandae Aberrationi infesto, immunes praebet. Attamen ejusdem numeri determinatio aliter facta non prorsus est spernenda, cum ad valorem, quem quaerimus, angustioribus circumscribendum finibus sua fide faciat. Praeterea operae praetium

est videre, num variae stellae eundem suppeditent numeri Aberrationis valorem, et hoc respectu systema lucis undulatorium verum probetur. Longe autem majoris momenti omnem puto esse novam determinationem Parallaxium stellarum, quarum cognitio adhuc perexigua est. Quod in specie ad Parallaxin stellae polaris attinet, determinationes ejus fide haud parva dignae non desunt, quarum illa, quam cel. Peters Pulcovae fecit, locum facile principem tenet. Nondum tamen, ni fallor, de vero ejus pretio ita certi sumus, ut nova ejusdem determinatio supervacanea sit, quam potius astronomis acceptam fore sperare licet. — Momentum igitur rei haud leve respiciens et spe successus ductus, quam egregia observationum series, calculo tractanda, attulit, lubenter gratoque animo veniam, immo exhortationem, ab ill. Struve benevole datam accepi, ut reductiones observationum stellae polaris tubo culminatorio factarum susciperem, et ex positionibus reductis numerum constantem Aberrationis et Parallaxin stellae deducerem.

I. De constructione et usu instrumenti.

Instrumentum, cujus ope observationes, de quibus hic agitur, factae sunt, tubus culminatorius Ertelianus, ex Descriptione speculae Pulcovensis satis cognitum est. (Vide: *Description de l'observatoire astron. central de Poulkova par F. G. W. Struve, pagg.* 115—130, *Tabb. XX — XXIV).* Ea tamen de constructione et usu instrumenti idoneum puto afferre, quae, si ad Descriptionem speculae aditus non est, eo valebunt, ut nonnulla hujus dissertationis loca, ad instrumentum spectantia, melius intelligantur, et fides observationum hoc instrumento factarum rectius judicetur, quippe quod peculiari instructum sit apparatu.

Vis tubi optica valde est magna, vitro objectivo aperturam liberam 5,85 pollicum angl. habente et a foco suo 8 pedes 6 pollices distante. Vitra ocularia sunt quatuor, quorum tamen solum vitrum maxime amplificans, cujus vis = 292, ut alias, ita in hac etiam observationum serie, adhibitum est.

Praeterea inter instrumentum Pulcovense et alia ejusdem generis instrumenta praecipuum hoc est discrimen, quod illi apparatus additus est, cujus ope variationes instrumenti azimuthales non minus facile quam accurate quolibet diei tempore mensurari possunt. Cujus quidem apparatus, qui totus collimator azimuthalis vel signum meridianum appellatur, haec fere est ratio, hae sunt partes.

a) Discus chalybeus, foramine parvo circulari $\frac{1}{16}$ poll. lato instructus, in columna lapidea, quae pedes circiter 560 ab instrumento distat, positus est. Quod foramen, ut breviter definiteque loquar, nomine puncti meridiani postea designabo. Ne situs hujus puncti casu quodam turbetur, aedificium parvum superstructum est. Die speculum pone locatum, nocte lampas lumen per foramen ad instrumentum transmittit.

b) Inter instrumentum et punctum meridianum lens vitrea, a foco suo circiter 550 pedes distans, ita collocata est, ut punctum meridianum focum occupet lentis; qua dispositione illud punctum per tubum instrumenti culminatorii distincte videri potest in ea vi-

trorum et objectivi et ocularis situ, qui stellarum ipsarum imagines praebet distinctas. **Lens** hoc modo **interposita** in columna lapidea stabilem habet situm. Punctum meridianum et centrum lentis interpositae lineam definiunt, quam **lineam** vel **axem signi opticum** appellare juvat, cujusque directio constans est, modo situs quum puncti tum lentis immutabilis sit. Inutile est admonere, hac in re maximam, quantum fieri potest, curam adhibitam esse, ne alii, quam quae de industria fiat, mutationi locus sit. Praeterea autem, si distantiam magnam respicis, parva mutatio, si qua est, vim habet perexiguam, quum de valore ejusdem angulari agitur.

c) Jam, ut propositum assequamur, facile patet, nihil aliud restare, nisi ut angulum, quem axes tubi et signi optici inter se faciunt, sive, quod idem est, distantiam angularem inter filum tubi medium et imaginem puncti meridiani, in foco tubi generatam, metiri possimus. Quem ad finem micrometrum filare commode adhiberi potest, ut etiam nuperrime in specula Helsingforsiensi auctoritate ill. **Struve** factum est. Alia vero est via, forsan non aeque commoda, sine dubio autem non minus certa, qua idem attingi potest; quae quidem via pro instrumento Pulcovensi inita est. Quod si lens interposita motum aliquem lateralem in utramque partem accipere potest, et **scala divisa**, metiendo inserviens, adest, cujus ope indicatur, quantus motus lenti tributus sit; quod si porro lineam constantem, quam punctum meridianum et centrum lentis, in certa quadam hujus positione media, definiunt, **lineam signi mediam**, et imaginem puncti pro hac positione in foco tubi generatam **signum medium**; indicationem denique scalae huic ipsi positioni respondentem **scalam mediam** brevi modo appellamus: facile intelligitur, differentiam inter scalam mediam et numerum indicatum, quum per motum lentis filum tubi medium imaginem signi secat, nihil aliud esse, nisi valorem anguli, quem axis tubi opticus cum linea signi media faciat, sive, ut vulgo brevi modo dicitur, deviationem tubi a signo medio.

Denique, si angulus, quem linea signi media cum directione meridiani facit, observationibus stellae cujusdam circumpolaris determinata est, quae determinatio semel facta tamdiu valet, quam directio illius lineae constans manet, facili negotio Azimuthum tubi quolibet tempore inveniri potest.

Haec fere constructio est apparatus, idonei, ni fallor, qui observationibus, tubo culminatorio Pulcovensi factis, fidem haud levem comparet. Restat ut moneam, duos esse similes apparatus, unum ad septentrionem, alterum ad meridiem, ambos a vertice fere 90° distantes, scilicet signum boreale $91^\circ\ 44'$, signum australe $91^\circ\ 2'$. Ex duobus signis ita dispositis id exoritur emolumentum, ut instrumenti deviatio azimuthalis, inspectione signorum determinata, ex errore tubi, qui dicitur, collimationis nullo modo pendeat, eodemque modo determinatio erroris collimationis, ope signorum et per transpositionem instrumenti facta, ab omni mutatione, quam per ipsam transpositionem situs instrumenti subeat, prorsus immunis evadat. Monentes igitur, numeros scalae immobilis australis ab occidente ad orientem, numeros vero scalae borealis ab oriente ad occidentem crescere, designemus jam:

per X numerum scalae austr. lectum, quum filum tubi medium imaginem signi secat, in eo situ instrumenti, ubi circulus ad orientem est versus,
» X' lectionem ejusdem scalae, circ. ad occ. verso,
» Y » scalae borealis, » ad or. »
» Y' » » » » ad occ. »
» N scalarum mediarum numerum, qui in utroque apparatu idem accipitur,
» $2d$ eam partem differentiae inter numeros duarum scalarum lectos, quae ex errore tubi collimationis non pendet,
» a deviationem tubi azimuthalem a signis mediis, circ. ad or. verso,
» a' eandem deviationem, circ. ad occ. verso,
» c errorem collimationis fili medii, circ. ad or. verso,

ubi, ut mos est, denotationes situs instrumenti circulum spectant, cui nomen artificis inscriptum est. Jam hae, ut facile patet, exoriuntur aequationes;

$$X = N + d + a + c, \quad X' = N + d + a' - c$$
$$Y = N - d + a - c, \quad Y' = N - d + a' + c,$$

unde sequitur

$$a = \tfrac{1}{2}(X + Y) - N, \quad a' = \tfrac{1}{2}(X' + Y') - N$$
$$c = \tfrac{1}{4}[(X - Y) - (X' - Y')],$$

ubi quantitates a, a' et c partibus scalarum divisarum expressae sunt. Quae ut in arcu expressae obtineantur, rationem inter longitudinem singulae scalarum partis et distantias lentium interpositarum focales cognoscere opus est. Qua quidem via pretium partis singulae, pro utraque scala prorsus idem, $= 0'',3693$ arcus $= 0^s,02462$ temporis inventum est.

Quantum emolumentum usus signorum attulerit, ex eo statim elucet, quod initio nostrae observationum seriei, quum columnae instrumenti latericiae, recens exstructae, mutationibus talibus subjectae erant, ut variationes instrumenti azimuthales haud raro intra paucas horas $0^s,5$ temp. conficerent, observationes tamen hoc tempore factae eandem praebent certitudinem, quam seriores. Ut autem de certitudine, qua lectiones signorum perficiantur, propior accipiatur cognitio, ex congruentia, quam singuli collimationis errores, transposito instrumento determinati, inter se praebent intra periodos, quibus hic error constans apparuit, errorem quaesivi singulae collimationis probabilem. Errores hujusmodi probabiles, quos pro variis periodis hoc modo inveni, schemati errorum collimationis infra dato appositi sunt. Ex quibus variis erroribus probabilibus, respecto numero observationum, medium evadit $= \pm 0^s,0057$ temp. Unde error probabilis singuli azimuthi, ope signorum, in altera instrumenti positione determinati, deducitur $= 0^s,0057 . \sqrt{2} = 0^s,0080$, si admittere licet, mutationes, quibus lineae signorum mediae subjectae sunt, intra periodos idonee assumptas non majores esse, quam variationes collimationis intra periodos infra datas. Qui error probabilis ad quattuor singuli signi lectiones referendus est. Tot fere enim singuli signi inspectionibus indepentibus singula quaevis azimuthi collimationisve determinatio nisa est.

Libella, qua inclinatio axis horizontalis examinatur, ita est instituta, ut commodissime polis imponi possit, quod non parum ad certitudinem affert, qua situs axis cognoscitur. Quae certitudo ut insuper augeretur, observatori lex erat, ut, quoties inclinatio axis examinaretur, duae completae ejus determinationes perficerentur. — Pretium divisionum libellae ex experimentis repetitis, mensibus Junii — Sept. 1842 institutis, $= 0\overset{s}{,}0865$ temp. inventum est. Quod pretium in tota hac observationum serie adhibitum est. Postea quidem alia hujus pretii examina instituta sunt; medium vero ex omnibus 41 experimentis annis 1842 — 44 factis, $= 0\overset{s}{,}0869$, tantillum a pretio priori differt, ut hoc tuto retineri potuerit. Quaeri autem potest, nonne hoc pretium pro diversis temperaturis aliud sit. Quem in finem si omnia pretia inventa in tria media congeruntur, sequentia evadunt:

Temperatura.	Long. bullae.	Num. exper.	Pretium.
$a - 22\overset{\circ}{,}3$ ad $- 6\overset{\circ}{,}0$ R.	96 — 75 part.	5	$0\overset{s}{,}0896$
$a - 6{,}0$ ad $+ 15{,}5$	75 — 33	24	0,0840
$a + 15{,}5$ ad $+ 21{,}2$	33 — 21	12	0,0920

Haec inter media paullo majores sunt differentiae, quam quas numerus experimentorum nec non certitudo instrumenti, quo libella examinata est, admittere videntur. Itaque pretium divisionum a temperatura aliquo modo affici apparet. Quum autem in tribus numeris supra datis legem continuam non animadvertamus, praetereaque de quantitatibus agatur, quae, quum inclinatio axis semper minima fuisset, vim perexiguam habuerint, jure, credo, pretium constans in observationibus reducendis usurpatum est. — Ill. Struve in libro, qui inscribitur : «*Expédition chronométrique exécutée en* 1843» p. 61 mentionem facit, ex multis experimentis uno tenore repetitis errorem probabilem, cui singula completa inclinationis determinatio, hujus libellae ope facta, obnoxia sit, $= \pm 0\overset{s}{,}0031$ inventum esse.

Jam silentio non est praetereundum, anno 1842, ope duarum libellarum, polos instrumenti tangentium, examen diligens institutum esse, ut figura et diametri polorum cognoscerentur; quod examen docuit, deviationes a forma cylindrica perparvas esse (vide: *Descr. de l'obs.* pagg. 121 — 124), polumque in eo axis fine, cui circulus inscriptus adaptatus est, altero paullo crassiorem esse, ita ut hac ex caussa inclinatio axis, libella indicata, quantitate $+ 0\overset{s}{,}076$ temp., circulo ad occ. verso, emendanda sit.

Praeter filum medium octo in foco tubi extensa sunt fila lateralia, quorum a filo medio hae ad observationes reducendas valuerunt distantiae, in tempore siderali expressae, circulo ad occ. verso:

a) anni 1842 a 11 Martii ad 3 Junii, quo die rete filorum ruptum est, a cel. Peters inventae et traditae distantiae:

$30\overset{s}{,}478$ $15\overset{s}{,}190$ $7\overset{s}{,}663$ $3\overset{s}{,}944$ $3\overset{s}{,}766$ $7\overset{s}{,}602$ $15\overset{s}{,}269$ $30\overset{s}{,}516$

b) anni 1842 a 4 Junii ad 23 Junii, quo die vitia quaedam leviora, in constructione

collocationeque instrumenti detecta, emendari coepta sunt, ex observationibus stellarum α, δ et β Ursae min. deductae:

$30^{s},565$ $15^{s},409$ $7^{s},667$ $3^{s},842$ $3^{s},700$ $7^{s},582$ $15^{s},237$ $30^{s},430$

c) ab ineunte mense Jul. 1842 usque ad finem hujus observationum seriei mense Octbr. 1844, ex magno multarum stellarum circumpolarium observatarum numero deductae:

30,513 15,408 7 657 3,845 3,711 7,586 15,247 30,424.

II. De observationibus stellae polaris.

Tantum de constructione et usu instrumenti, nec non de quantitatibus ad eas observationum reductiones pertinentibus, quae ab observatore ipso factae sunt, idoneum putavi memorare. Quibus de rebus ea, quae ex Descriptione speculae non hausta sunt, ex adnotationibus quibusdam scriptis, a cl. Schweizer relictis, cognovi. — Jam est, ut de observationibus ipsis, hic calculo subjiciendis, pauca disseram.

Perseverantia, qua cl. Schweizer stellam polarem sectatus est, ex eo elucet, quod post decursum 27 mensium 400, et quod excurrit, hujus stellae observationes ab eo factae sunt. Quod vero ad fidem observationum plurimum affert, magnam eo impendit curam, ut situs instrumenti nec non error tubi collimationis semper bene cogniti essent; reliquos autem, si qui sint, ejusmodi errores, ut in duobus oppositis instrumenti positionibus sese tollant, eo innoxios reddidit, quod intra periodos idoneas stellam in alternis instrumenti positionibus observarit; quin etiam per aliquod tempus singulam stellae culminationem in utroque situ observatam invenies. Quae quidem cura effecit, ut ex toto observationum numero una sola, scilicet observatio die 27 Sept. 1843 instituta, incertitudinis caussa rejecta sit. Ex alia vero ratione insuper nonnullae ex calculo meo exclusae sunt observationes. Ab initio enim in hanc inductus sum opinionem, quam copia observationum facile passa est, nullam observationem in calculum inducendam esse, quae ipsa fidem sufficientem in se non haberet, etiamsi cum ceteris bene congruat. Qua ex ratione tales solae observationes adhibitae sunt, quae in tribus saltem filis observatis nituntur. Sed praeterea exclusi observationes, mense Octbr. 1844 factas, quae in altera solum instrumenti positione institutae, et a ceteris, seriem continuam efficientibus, nimis remotae sunt. — Reliquae observationes, in calculo meo adhibitae, quarum 396 est numerus, duo coefficientis Aberrationis maxima triaque minima, et, quod ad Parallaxin attinet, duo maxima totidemque minima amplectuntur.

Quod si, his monitis, insuper commodum exinde oriens reputamus, quod tota haec series uno eodemque instrumento et ab eodem observatore ad finem perducta est, concludere posse videmur, numerum indolemque observationum nullam prodere caussam, cur Aberrationi et Parallaxi stellae polaris, quales ex hac observationum serie rite deducantur, non eam tribuamus fidem, quae erroribus probabilibus, qui ex calculo prodeunt, respondeat.

III. De reductionibus observationum.

Diaria, qualia ab observatore conscripta sunt, praeter singula fila observata, medium filorum ad quintum reductorum, deviationem tubi a signis mediis, quibus directio meridiani quam proxime respondet, et inclinationem axis horizontalis continent. Praeterea temporis adjecta sunt momenta, pro quibus postremae duae quantitates valent, quae plerumque in initio et fine observationum cujusvis diei, seu, si series diei cujusdam longior erat, circa mediam etiam seriem indicatae sunt. — Jam easdem quantitates, quales pro momento transitus stellae polaris valebant, interpolatione simplici quaesivi; ex quibus denique correctiones, quibus observata transitus momenta emendanda sunt, modo solito deduxi.

Errorem collimatonis fili medii, qui semper ope signorum et transpositione instrumenti quaesitus est, pro periodo quavis, intra quam discrimina singularum determinationum a medio sumto non majora erant, quam quae imperfectioni observationum jure tribui possent, constantem accepi, valoremque ex omnibus intra periodum inventis medium, addito numero aberrationis diurnae constante, pro specula Pulcovensi $= -0^s{,}0106$ temp. assumto, ad observationes reducendas adhibui. Columnae verticales schematis sequentis continent: 1[ma] periodos ita acceptas, 2[da] errores collimationis medios, ad situm circuli occidentalem relatos, 3[a] numeros observationum, ex quibus media sumta sunt, 4[ta] errores probabiles collimationis singula transpositione acceptae, 5[ta] errores probabiles mediarum collimationum:

1) 1842 a 11 Mart. ad 3 Jun.	$-0^s{,}0112$	5	$\pm 0^s{,}0039$	$\pm 0^s{,}0017$
2) » » 4 Jun. » 23 Jun.	$-0{,}0220$	9	55	18
3) » » 9 Jul. » 5 Sept.	$+0{,}0016$	7	50	19
4) » » 5 Sept. » 30 Nov.	$+0{,}0153$	6	27	11
5) a 1 Dec. 1842 ad 16 Jan. 1843	$+0{,}0292$	4	78	39
6) 1843 a 16 Jan. ad 14 Maji	$+0{,}0099$	8	27	10
7) » » 14 Maji » 17 Sept.	$-0{,}0064$	114	57	5
8) » » 18 Sept. » 6 Oct.	$-0{,}0112$	13	47	13
9) a 11 Oct. 1843 ad 15 Apr. 1844	$-0{,}0003$	21	50	11
10) 1844 a 7 Maji ad 21 Oct.	$-0{,}0218$	15	49	13

Ut jam supra (Cap. II) dictum est, medium ex omnibus erroribus probabilibus, quos columna quarta exhibet, respecto numero observationum, $= 0^s{,}0057$ evadit.

De mutatione erroris collimationis inter periodos 1 ac 2, et 2 ac 3 eadem, quae supra de distantiis filorum attuli, monenda sunt. In diario notulam die 27 Julii 1843 ab observatore factam inveni, rete filorum percussione fortuita turbatum, erroremque collimationis, hac ex caussa mutatum, statim vero correctum esse. Discrimen vero inter pretia ante et post hunc casum inventa tam exiguum est, ut nullus dubitaverim, pretium ex omnibus medium adhibere. Medium enim ex 58 observationibus ante 27 Julii factis $= -0^s{,}0057$, ex 56 observationibus post eundem diem $= -0^s{,}0072$ evasit.

Quod ad figuras polorum attinet, cujus rei jam supra mentionem feci, parvae correctiones, quibus hac ex caussa tempora transituum emendanda sunt, in Descriptione speculae occurrunt. Quas tamen in his observationibus reducendis eam ob caussam non adhibui, quod non prius, ni fallor, pro quovis tempore valere poterunt, quam examen repetitum docuerit, quatenus poli formam suam retinuerint. Neglectae autem hae correctiones, modo annis 1842 — 44 constantes remanserint, in quantitates, hic calculo eruendas, nullam aliam vim habere possunt, quam ut ascensio recta stellae media, demum inventa, tantillum erronea evadat.

Pro inaequalibus polorum diametris correctionem $+ 0^s\!,076$ temp. adhibui, qua, ut supra dixi, inclinatio axis, circ. ad occ. verso, emendanda est, quamvis, ut notum, ascensio recta stellae ab hac inaequalitate immunis reddatur, si ex observatis culminationibus superioribus ac inferioribus conjunctis deducitur, ut hic etiam factum est.

Correctiones denique horologii ex observatis stellis, quae dicuntur, fundamentalibus Besselianis quaesivi, quem ad finem ascensiones rectas earum ex Ephemeridibus Berolinensibus deprompsi. Solas ascensiones rectas stellae γ Ursae maj. quantitate emendavi constante $- 0^s\!,22$, secundum Catalogum fixarum fundamentalium, quem ill. Struve in libro «*Expédition chronométrique en* 1843» communicavit. Ad transitus stellarum fundamentalium corrigendos, praeter correctiones jam commemoratas, praetia azimuthorum signorum mediorum, calculo praevio satis certe inventa, adhibui. — Ex observatis stellis fundamentalibus eas semper ad correctionem horologii inveniendam elegi, quae, respectis temporibus transituum, stellae polari proximae erant, et, quoties fieri potuit, stellas tam ante quam post transitum stellae polaris observatas, eo spectans, ut periodica, si qua erat, motus horologii variatio innoxia redderetur.

Jam tempora transituum stellae polaris pro omnibus illis correctionibus, de quibus hucusque mentionem feci, pro errore dico collimationis, deviatione tubi a signis mediis, inclinatione axis et inaequalibus polorum diametris, nec non pro statu horologii, simul emendavi. Ex quibus emendationibus ascensiones rectae apparentes statim prodirent, si nullae aliae correctiones restarent. Primo autem loco azimuthum signorum mediorum respiciendum est. Quod si linea optica signorum media nullis mutationibus subjecta esset, ascensiones rectas jam inventas non nisi quantitatibus constantibus, scilicet alia pro utraque instrumenti positione, circ. vel ad occ. vel ad or. verso, et pro alia stellae culminatione, vel superiori vel inferiori, emendare opus esset. Calculus vero praevius, supra leviter tactus, jam docuerat, constantiam talem in decursu annorum 1842 — 1844 locum non habuisse, sed mutationi in eandem directionem continuae signa subjecta fuisse. Quare periodi breviores, intra quas situs signorum immutatus haberi potuit, eligendae, et pro quavis periodo azimutha signorum ex culminationibus stellae superioribus ac inferioribus quaerenda erant. Quo autem limites periodi cujusvis facilius subtiliusque determinare, complexumque omnium stellae polaris observationum factarum ad azimutha eruenda commodius adhibere possem, hanc secutus sum viam. Ex Ephemeridibus Berolinensibus ascensiones stellae rectas, ob-

servationibus respondentes, quaesivi; quas deinde ob novum, summa fide dignum, numeri Nutationis valorem, $=9'',22305$ pro a. 1800 a cel. Peters inventum (vide pag. 37 dissertationis: *Numerus constans Nutationis*, auctore C. A. F. Peters, ex scr. Acad. scient. Petrop. 1842), ob nova nutationis membra in eadem dissertatione enucleata, et ob valorem numeri aberrationis $=20'',453$ acceptum, pretio ab ill. Struve deducto quam proxime aequalem, emendavi: quem in finem cel. Peters ipsas eas tabulas auxiliares, quas in dissertatione, modo citata, elaboranda sibimet construxerat, mihi benevole communicavit. — Jam differentias cepi inter ascensiones rectas Ephemeridum hoc modo emendatas et illas ex observationibus praevie deductas. Quae quidem differentiae faciliorem variationum Azimuthi praebuerunt cognitionem, quam ipsae illae ascensiones rectae praeviae. Deinde pro periodo quavis, ita facile definita, differentias ex omnibus medias, separatim vero pro culminatione superiori ac inferiori et pro positione circuli occid. ac orient., quaesivi. Porro ex his differentiis mediis azimutha signorum ita computavi, ut pro utraque instrumenti positione differentia propter azimuthum correcta eadem prodiret in culminatione superiore atque in inferiore. Differentiae singulae, ob azimutha ita inventa correctae, eae sunt, quibus denique aequationes conditionales superstructae sunt.

IV. Formulae generales, modum reducendi et momenta errorum neglectorum monstrantes.

Ut via, quam in observationibus reducendis secutus sim, melius perspiciatur, et ratio cognoscatur, qua ascensiones rectae quaesitae ex reductionis elementis seu paululum vitiose acceptis seu omnino neglectis pendeant, formulas sequentes non ineptum putavi enucleare, praesertim quum forma aequationibus conditionalibus tribuenda partim his ipsis formulis definiatur.

Designent igitur:

φ latitudinem speculae,
δ declinationem stellae polaris,
${}_e\alpha$ ascensionem ejus rectam, ex Ephemeridibus depromptam,
α ascensionem rectam observatam,
t tempus transitus stellae polaris,
γ correctionem horologii, quam talem accipio, ac si ex stellis ejusdem declinationis $=\delta'$ quaesita esset,
$d\gamma$ emendationem hujus correctionis ex erroribus instrumentalibus etiam residuis pendentem,
A deviationem tubi a signis mediis,
a azimuthum signorum mediorum,
J inclinationem axis a libella indicatam,
i $=0^s,076$ correctionem, quae inclinationi axis ob inaequales cylindrorum diametros adhibenda est,

di emendationem ipsius i,
c errorem collimationis fili medii,
e aberrationem stellarum diurnam pro latitudine Pulcovensi,
ϱ deviationem tubi a circulo maximo ex figura cylindrorum ortam.

Quantitates A, a, J positive sumuntur, si sunt orientales,
» i, di, c » » pro circuli positione occ.;
litteris virgulam appono, pro circuli positione orientali;
culminationem superiorem et inferiorem ita distinguo, ut litteras parvas s et i in imo apponam.

Si tubus flexionem lateralem patitur, sive axis instrumenti modo quodam inaequali flectitur, utraque autem flexio in circulo maximo agit, emendatio ad transitum stellae applicanda oritur formae $[\mu \operatorname{Sin}(\varphi-\delta)+\nu \operatorname{Cos}(\varphi-\delta)] \operatorname{Sec}\delta$. Coefficiens μ observationibus astronomicis nec erui potest, nec in eas ullam habet vim, quum totus azimutho immisceatur; coefficiens vero ν eodem omnino modo agit ac quantitas, quam per i designavimus, et in formulas introducendus est. Flexioni igitur, utriuscumque est generis, formam $\nu \operatorname{Cos}(\varphi-\delta) \operatorname{Sec}\delta$ tribuo, ubi ν posit. assumo circulo ad occ. verso. Praeterea monendum est, errorem collimationis nullam desiderare emendationem, quippe qui in horizontali tubi directione semper determinatus, ex erroribus reliquis, cujuscumque sunt originis, non pendeat.

Si omnes has quantitates, exceptis φ et δ, in tempore expressas supponimus, aequationes sequentes notissimas habemus:

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_s - {}_e\alpha_s = d\alpha &= -{}_e\alpha_s + t_s + \gamma_s + d\gamma + (A_s + a)\operatorname{Sin}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta \\
&\quad + (J_s + i + di + \nu)\operatorname{Cos}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + (e + c + \varrho_s)\operatorname{Sec}\delta \\
\alpha_i - {}_e\alpha_i = d\alpha &= -{}_e\alpha_i + t_i + \gamma_i + d\gamma + (A_i + a)\operatorname{Sin}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta \\
&\quad + (J_i + i + di + \nu)\operatorname{Cos}(\varphi+\delta) - (e + c + \varrho_i)\operatorname{Sec}\delta \\
\alpha'_s - {}_e\alpha'_s = d\alpha &= -{}_e\alpha_s + t'_s + \gamma'_s + d\gamma' + (A'_s + a)\operatorname{Sin}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta \\
&\quad + (J_s - i - di - \nu)\operatorname{Cos}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + (e - c + \varrho'_s)\operatorname{Sec}\delta \\
\alpha'_i - {}_e\alpha'_i = d\alpha &= -{}_e\alpha_i + t'_i + \gamma'_i + d\gamma' + d\alpha' + (A'_i + a)\operatorname{Sin}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta \\
&\quad + (J_i - i - di - \nu)\operatorname{Cos}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta - (e - c + \varrho'_i)\operatorname{Sec}\delta
\end{aligned}\right\} \ldots (1)$$

Si in aequationum harum prima ponimus

$$-{}_e\alpha_s + t_s + \gamma_s + A_s\operatorname{Sin}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + (J_s + i)\operatorname{Cos}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + (e + c)\operatorname{Sec}\delta = d\alpha_s, \quad (2)$$

similemque substitutionem per quantitates $d\alpha_i$, $d\alpha'_s$, $d\alpha'_i$ in reliquis aequationibus efficimus, hae aequationes simpliciores exoriuntur:

$$\left.\begin{aligned}
d\alpha &= d\alpha_s + d\gamma + a\operatorname{Sin}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + (di + \nu)\operatorname{Cos}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + \varrho_s\operatorname{Sec}\delta \\
&= d\alpha_i + d\gamma + a\operatorname{Sin}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta + (di + \nu)\operatorname{Cos}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta - \varrho_i\operatorname{Sec}\delta \\
&= d\alpha'_s + d\gamma' + a\operatorname{Sin}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta - (di + \nu)\operatorname{Cos}(\varphi-\delta)\operatorname{Sec}\delta + \varrho'_s\operatorname{Sec}\delta \\
&= d\alpha'_i + d\gamma' + a\operatorname{Sin}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta - (di + \nu)\operatorname{Cos}(\varphi+\delta)\operatorname{Sec}\delta - \varrho'_i\operatorname{Sec}\delta
\end{aligned}\right\} \ldots (3)$$

ubi $d\alpha_s$, $d\alpha_i$, $d\alpha'_s$, $d\alpha'_i$ discrimina inter ascensiones Ephemeridum rectas et ascensiones observatas illas praevias, de quibus supra mentio facta est, denotant. Jam si ponimus

$$\left.\begin{array}{l} a_{,} = \tfrac{1}{2}(d\alpha_s - d\alpha_i)\,\mathrm{Sec}\,\varphi\,\mathrm{Cot}\,\delta \text{ et } da_{,} = a - a_{,} \\ \text{et} \\ a'_{,} = \tfrac{1}{2}(d\alpha'_s - d\alpha'_i)\,\mathrm{Sec}\,\varphi\,\mathrm{Cot}\,\delta \text{ et } da'_{,} = a - a'_{,}; \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

ubi $a_{,}$ et $a'_{,}$ ea sunt signorum mediorum azimutha, quorum valores numerici in sequenti Cap. V sub eadem denotatione exhibiti sunt; ratio aequationum sequentium facile perspicitur:

$$\left.\begin{array}{l} d\alpha_s + a_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta = d\alpha_i + a_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi+\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta = d\alpha_{,} \\ d\alpha'_s + a'_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta = d\alpha'_i + a'_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi+\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta = d\alpha'_{,}; \end{array}\right\} \ldots\ldots (5)$$

quibus substitutionibus effectis, aequationes (3) in sequentes abeunt:

$$\left.\begin{array}{l} d\alpha = d\alpha_{,} + d\gamma + da_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta + (di+\nu)\,\mathrm{Cos}(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta + \varrho_s\,\mathrm{Sec}\,\delta \\ \quad = d\alpha_{,} + d\gamma + da_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi+\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta + (di+\nu)\,\mathrm{Cos}(\varphi+\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta - \varrho_i\,\mathrm{Sec}\,\delta \\ \quad = d\alpha'_{,} + d\gamma' + da'_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta - (di+\nu)\,\mathrm{Cos}(\varphi-\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta + \varrho'_s\,\mathrm{Sec}\,\delta \\ \quad = d\alpha'_{,} + d\gamma' + da'_{,}\,\mathrm{Sin}(\varphi+\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta - (di+\nu)\,\mathrm{Cos}(\varphi+\delta)\,\mathrm{Sec}\,\delta - \varrho'_i\,\mathrm{Sec}\,\delta \end{array}\right\} \ldots (6)$$

Quantitates $d\alpha_{,}$ et $d\alpha'_{,}$ ea sunt inter ascensiones rectas observatas et ex Ephemeridibus depromptas discrimina, quae in aequationibus conditionalibus littera n, signis mutatis, denotata sunt. Si pro situ instrumenti occidentali ponimus $d\alpha = d\alpha_{,}$ atque pro orientali $d\alpha = d\alpha'_{,}$, et hos ipsius $d\alpha$ valores in (1) substituimus, habemus

$$\text{pro situ occid.} \left\{\begin{array}{l} \alpha_s = {}_e\alpha_s + d\alpha_{,} \\ \alpha_i = {}_e\alpha_i + d\alpha_{,}, \end{array}\right.$$

$$\text{pro situ orient.} \left\{\begin{array}{l} \alpha'_s = {}_e\alpha'_s + d\alpha'_{,} \\ \alpha'_i = {}_e\alpha'_i + d\alpha'_{,} \end{array}\right.$$

Hoc modo ascensiones rectae finales, quas schema Cap. VIII continet, ex observationibus deductae sunt. Jam, ut calculum prosequamur, aequationibus (6) hanc tribuamus formam:

$$\begin{array}{ll} d\alpha = d\alpha_{,} + d\gamma + da_{,}\,\mathrm{Sin}\,\varphi + (di+\nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi - [da_{,}\,\mathrm{Cos}\,\varphi - (di+\nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta + \varrho_s\,\mathrm{Sec}\,\delta & (7) \\ \quad = d\alpha_{,} + d\gamma + da_{,}\,\mathrm{Sin}\,\varphi + (di+\nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi + [da_{,}\,\mathrm{Cos}\,\varphi - (di+\nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta - \varrho_i\,\mathrm{Sec}\,\delta & (8) \\ \quad = d\alpha'_{,} + d\gamma' + da'_{,}\,\mathrm{Sin}\,\varphi - (di+\nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi - [da'_{,}\,\mathrm{Cos}\,\varphi + (di+\nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta + \varrho'_s\,\mathrm{Sec}\,\delta & (9) \\ \quad = d\alpha'_{,} + d\gamma' + da'_{,}\,\mathrm{Sin}\,\varphi - (di+\nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi + [da'_{,}\,\mathrm{Cos}\,\varphi + (di+\nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta - \varrho'_i\,\mathrm{Sec}\,\delta & (10) \end{array}$$

Combinatis aequationibus (7) et (8), nec non (9) et (10), hos azimuthorum errores residuos obtinemus:

$$\left.\begin{array}{l} da_{,} = +(di+\nu)\,\mathrm{Tang}\,\varphi + \tfrac{1}{2}(\varrho_s + \varrho_i)\,\mathrm{Sec}\,\varphi\,\mathrm{Cosec}\,\delta \\ da'_{,} = -(di+\nu)\,\mathrm{Tang}\,\varphi + \tfrac{1}{2}(\varrho'_s + \varrho'_i)\,\mathrm{Sec}\,\varphi\,\mathrm{Cosec}\,\delta \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

Ex summatis aequationibus (7) ad (10) et per 4 divisis, sequitur

$$da = \tfrac{1}{2}(da_{,} + da_{,}') + \tfrac{1}{2}(d\gamma + d\gamma') + \tfrac{1}{2}(da_{,} + da_{,}')\,\mathrm{Sin}\,\varphi + \tfrac{1}{4}(\varrho_s - \varrho_i + \varrho'_s - \varrho'_i)\,\mathrm{Sec}\,\delta\,;$$

sive, substitutis valoribus ipsorum $da_{,}$ et $da_{,}'$ ex (11),

$$da = \tfrac{1}{2}(da_{,} + da_{,}') + \tfrac{1}{2}(d\gamma + d\gamma') + \tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i)\,\mathrm{Tang}\,\varphi\,\mathrm{Cosec}\,\delta + \tfrac{1}{4}(\varrho_s - \varrho_i + \varrho'_s - \varrho'_i)\,\mathrm{Sec}\,\delta. \quad (12)$$

Signis denique aequationum (9) et (10) mutatis, et medio ex omnibus aequationibus (7) ad (10) ita mutatis sumto, accipitur

$$\tfrac{1}{2}(da_{,}' - da_{,}) = \tfrac{1}{2}(d\gamma - d\gamma') + \tfrac{1}{2}(da_{,} - da_{,}')\,\mathrm{Sin}\,\varphi + (di + \nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi + \tfrac{1}{4}[(\varrho_s - \varrho_i) - (\varrho'_s - \varrho'_i)]\,\mathrm{Sec}\,\delta,$$

sive, substitutis valoribus (11),

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}(da_{,}' - da_{,}) = {} & \tfrac{1}{2}(d\gamma - d\gamma') + (di + \nu)\,\mathrm{Sec}\,\varphi + \tfrac{1}{4}[(\varrho_s + \varrho_i) - (\varrho'_s + \varrho'_i)]\,\mathrm{Tang}\,\varphi\,\mathrm{Cosec}\,\delta \\ & + \tfrac{1}{4}[(\varrho_s - \varrho_i) - (\varrho'_s - \varrho'_i)]\,\mathrm{Sec}\,\delta \ldots\ldots\ldots (13)\end{aligned}$$

Jam, quod ad quantitates $d\gamma$ et $d\gamma'$ attinet, si δ' declinatio est stellae, ex cujus transitu correctio horologii quaesita est, et $d\gamma_{,}$ ac $d\gamma_{,}'$ eae sunt ipsorum $d\gamma$ et $d\gamma'$ partes, quae ex figuris polorum pro declinatione δ' pendent, has habemus expressiones:

$$\left.\begin{aligned} d\gamma &= -da_{,}\,\mathrm{Sin}\,\varphi - (di + \nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi + [da_{,}\,\mathrm{Cos}\,\varphi - (di + \nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta' + d\gamma_{,} \\ d\gamma' &= -da_{,}'\,\mathrm{Sin}\,\varphi + (di + \nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi + [da_{,}'\,\mathrm{Cos}\,\varphi + (di + \nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta' + d\gamma_{,}', \end{aligned}\right\} \ldots (14)$$

unde sequitur:

$$\tfrac{1}{2}(d\gamma + d\gamma') = -\tfrac{1}{2}(da_{,} + da_{,}')\,\mathrm{Sin}\,\varphi + \tfrac{1}{2}(da_{,} + da_{,}')\,\mathrm{Cos}\,\varphi\,\mathrm{Tang}\,\delta' + \tfrac{1}{2}(d\gamma_{,} + d\gamma_{,}')$$

$$\begin{aligned}\tfrac{1}{2}(d\gamma - d\gamma') = {} & -\tfrac{1}{2}(da_{,} - da_{,}')\,\mathrm{Sin}\,\varphi - (di + \nu)\,\mathrm{Cos}\,\varphi + [\tfrac{1}{2}(da_{,} - da_{,}')\,\mathrm{Cos}\,\varphi - (di + \nu)\,\mathrm{Sin}\,\varphi]\,\mathrm{Tang}\,\delta' \\ & + \tfrac{1}{2}(d\gamma_{,} - d\gamma_{,}')\end{aligned}$$

Substitutis deinde valoribus (11), sequentes prodeunt expressiones:

$$\left.\begin{aligned} \tfrac{1}{2}(d\gamma + d\gamma') = {} & -\tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i)\,\mathrm{Tang}\,\varphi\,\mathrm{Cosec}\,\delta \\ & + \tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i)\,\mathrm{Tang}\,\delta'\,\mathrm{Cosec}\,\delta + \tfrac{1}{2}(d\gamma_{,} + d\gamma_{,}') \\ \tfrac{1}{2}(d\gamma - d\gamma') = {} & -(di + \nu)\,\mathrm{Sec}\,\varphi - \tfrac{1}{4}[(\varrho_s + \varrho_i) - (\varrho'_s + \varrho'_i)]\,\mathrm{Tang}\,\varphi\,\mathrm{Cosec}\,\delta \\ & + \tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i) - (\varrho'_s + \varrho'_i)\,\mathrm{Tang}\,\delta'\,\mathrm{Cosec}\,\delta + \tfrac{1}{2}(d\gamma_{,} - d\gamma_{,}') \end{aligned}\right\} \ldots (15)$$

His denique ipsorum $\frac{1}{2}(d\gamma + d\gamma')$ et $\frac{1}{2}(d\gamma - d\gamma')$ valoribus in (12) et (13) substitutis, oriuntur aequationes:

$$\begin{aligned} da = {} & \tfrac{1}{2}(da_{,} + da_{,}') + \tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i)\,\mathrm{Tang}\,\delta'\,\mathrm{Cosec}\,\delta \\ & + \tfrac{1}{4}(\varrho_s - \varrho_i + \varrho'_s - \varrho'_i)\,\mathrm{Sec}\,\delta + \tfrac{1}{2}(d\gamma_{,} + d\gamma_{,}' \ldots\ldots (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}(da_{,}' - da_{,}) = {} & \tfrac{1}{4}[(\varrho_s + \varrho_i) - (\varrho'_s + \varrho'_i)]\,\mathrm{Tang}\,\delta'\,\mathrm{Cosec}\,\delta \\ & + \tfrac{1}{4}[(\varrho_s - \varrho_i) - (\varrho'_s - \varrho'_i)]\,\mathrm{Sec}\,\delta + \tfrac{1}{2}(d\gamma_{,} - d\gamma_{,}') \ldots\ldots (17) \end{aligned}$$

Aequationes (11), (16) et (17) nobis imprimis animadvertendae sunt. Aequationes enim (16) et (17) docent, ascensiones rectas, quas deduximus, nullis aliis obnoxias esse erroribus, quantum perspicio, quam qui a figuris polorum pendeant. Ultima bina harum aequatio-

num membra sine ulla dubitatione rejici possunt, si reputamus, arcum verticalem, inter utrasque stellae polaris culminationes interceptum 3^0 vix excedere, quos intra limites differentiae $\varrho_s - \varrho_i$ et $\varrho'_s - \varrho'_i$, pro instrumento saltem Pulcovensi, prorsus evanescunt; quantitates autem $\frac{1}{2}(d\gamma_, + d\gamma_,')$ et $\frac{1}{2}(d\gamma_, - d\gamma_,')$, etiam ex figuris polorum pendentes, ex tot variis correctionibus, quot stellae fundamentales adhibitae sunt, quasi valorem medium efficere, atque, nisi totae evanescunt, saltem vel levissimi esse momenti, praesertim quum omnes singulae ejusmodi correctiones pro hoc instrumento jam perparvae sint, ut schema in Descriptione speculae exhibitum monstrat. Ipsa membra reliqua, inter omnia facile maxima, tam parva sunt, ut paene evanescant. Quod si, numeris in Descriptione speculae pro ratis acceptis, valores horum membrorum numericos computare juvat, monentes omnes hujus seriei observationes in situ vitrorum, qui II designatur, institutas esse, habemus

$$\varrho_s = \varrho_i = + 0^s\!,014 \quad \text{et} \quad \varrho'_s = \varrho'_i = - 0^s\!,006 \text{ temp.};$$

unde

$$\tfrac{1}{2}(d\alpha_, - d\alpha_,') = \tfrac{1}{4}[(\varrho_s + \varrho_i) - (\varrho'_s + \varrho'_i)] \operatorname{Tang}\delta' \operatorname{Cosec}\delta = + 0^s\!,010 \operatorname{Tang}\delta'$$

$$d\alpha - \tfrac{1}{2}(d\alpha_, + d\alpha_,') = - \tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i) \operatorname{Tang}\delta' \operatorname{Cosec}\delta = - 0^s\!,004 \operatorname{Tang}\delta'$$

V. De azimuthis signorum mediorum et de flexione instrumenti.

Ad finem, quem hac in dissertatione nobis primarium proposuimus, nihil fere interest, qualia signorum azimutha ex calculo nostro prodeant, quum, ut aequationes (16) et (17) probant, nullam ad ascensiones rectas stellae polaris deductas vim habeant. Aliquanto tamen fusius de iis disserere juvat, quippe quae ad reliquas, hoc instrumento observatas, stellas reducendas maximi sint momenti.

Aequationes igitur (11) monstrant, media ex azimuthis in binis instrumenti positionibus sumta, seu quantitates $\frac{1}{2}(da_, + da_,')$, non nisi parvam correctionem constantem, ex figuris polorum pendentem, desiderare. Habemus enim

$$\tfrac{1}{2}(da_, + da_,') = a - \tfrac{1}{2}(a_, + a_,') = \tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i) \operatorname{Sec}\varphi \operatorname{Cosec}\delta;$$

quae correctio $= + 0^s\!,008$ evadit, si pro ipsis $\varrho_s \ldots .$ valores supra allatos accipimus. Eaedem vero ipsae aequationes (11) docent, differentiam haud exiguam inter azimutha $a_,$ et $a_,'$ locum habere posse, eamque differentiam ex quantitatibus pendere, quae, etiamsi azimutha media ab iis immunia sint, in observationes tamen in altera sola instrumenti positione institutas vim satis gravem habere possint. Quod si quantitas i ea fide cognita est, ut di negligi queat, quantitas ν, seu effectus flexionis in ipso vertice, ignota restat, et examine attentissimo digna est. Ipsae autem azimuthorum $a_,$ et $a_,'$ differentiae huic quantitati eruendae inservire possunt.

Haec jam sunt, quae inveni, signorum mediorum azimutha, quorum, ut supra dictum est, $a_,$ ad situm circuli occ., $a_,'$ ad orientalem refertur. Hac pro serie signa media nu-

mero scalarum duarum communi 51,0 respondent. Signa quantitatum $di+\nu$, de quibus infra fusius loquar, pro positione instrumenti occid. valent.

Periodi azimuthorum.	Mediae periodi	$a_{,}$	Err. pr.	$a'_{,}$	Err. pr.
a) 1842 a 11 Mart. ad 6 Apr.	1842,224	—0",0384	±0",0045	(—0",1150)	
b) » » 7 Apr. » 4 Maji	1842,300	—0,0253	42	(—0,1065)	
c) » » 7 Maji » 24 Aug.	1842,491	+0,0514	27	—0,0416	±0",0031
d) a 24 Aug. 1842 ad 13 Apr. 1843	1842,951	+0,0161	53	—0,0888	35
e) 1843 a 13 Apr. ad 4 Maji	1843,309	+0,0198	50	—0,1301	57
f) » » 4 Maji » 18 Nov.	1843,583	+0,0280	32	—0,1528	32
g) 1844 » 8 Mart. » 12 Junii	1844,295	—0,0010	51	—0,1934	59

Periodi.	$\frac{1}{2}(a_{,}+a'_{,})$	Err. pr.	$\frac{1}{2}(a_{,}-a'_{,})$	$di+\nu$	Err. pr.
a)	(—0",0767)		(+0",0383)	(+0",0223)	
b)	(—0,0659)		(+0,0406)	(+0,0237)	
c)	+0,0049	±0",0020	+0,0465	+0,0271	±0",0012
d)	—0,0363	32	+0,0525	+0,0306	19
e)	—0,0551	39	+0,0750	+0,0437	23
f)	—0,0624	23	+0,0904	+0,0527	13
g)	—0,0972	39	+0,0962	+0,0560	23

Numeri periodorum a) et b), in quibus nullae observationes in positione circuli or. institutae occurrunt, uncis inclusi ita sunt inventi, ut quantitates $\frac{1}{2}(a_{,}-a'_{,})$, pro iisdem periodis valentes, extrapolatione, ope formulae $\frac{1}{2}(a_{,}-a'_{,}) = +0",0621 + 0",003077(\tau - 1843,000)$, deductae sint, τ tempus periodi mediae in partibus anni expressum denotante. Unde et per quantitatem cognitam $a_{,}$ quantitates $a'_{,}$ et $\frac{1}{2}(a_{,}+a'_{,})$ prodeunt. Errores probabiles quantitatibus $\frac{1}{2}(a_{,}+a'_{,})$ et $\frac{1}{2}(a_{,}-a'_{,})$ communes modo solito accepti sunt, scilicet ope formulae $\varepsilon_{,} = \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon'^2}$, ubi $\varepsilon_{,}$ errorem prob. quaesitum, ε ac ε' errores prob. ipsorum $a_{,}$ et $a'_{,}$ denotant.

Quod ad variationes azimuthorum $a_{,}$ et $a'_{,}$ attinet, ex erroribus adjectis probabilibus elucet imperfectioni observationum neutiquam tribuendas esse, sed ex veris signorum mutationibus pendere, praesertim si variationes quantitatum ex utrisque mediarum, $\frac{1}{2}(a_{,}+a'_{,})$, attendas. Quibus de variationibus haec monenda sunt:

1) parva inter periodos a) et b) azimuthorum mutatio sensim effecta est;

2) inter periodos b) et c) subita locum habet mutatio: differentia inter lectiones duorum signorum simul mutata opinari facit, fulcrum alterius lentis interpositae locum mutasse;

3) mutatio inter c) et d) est subita, ut videtur; ipse vero transitus non aeque evidens,

ac inter b) et c); observationes in utraque circuli positione eandem fere azimuthi variationem praebent;

4) quod ad periodos d), e) et f) attinet, res notatu digna est, ex observationibus in situ circuli occ. factis azimuthum per tres periodos fere constans, in situ vero or. variabile, sed in decursu singulae periodi, ut videtur, constans prodire;

5) inter periodos f) et g) spatium quattuor fere mensium praeterlapsum est, quibus nullae stellae polaris observationes institutae sunt; quare ipse transitus indicari non potest; intra ipsam vero periodum g) azimuthum constans esse videtur.

Jam si ad differentias inter azimutha ad binas instrumenti positiones pertinentia attendimus, ex aequationibus (11) supra enucleatis scimus, modum observationum reducendarum, quem secuti sumus, ejusmodi differentiam facile pati, modo una eademque remaneat. Partim enim ex diametris polorum imperfecte determinatis, partim ex flexione quadam, seu tubi seu axis, oriri potest. Differentiae vero continue crescentes, quas in periodis subsequentibus inveni, quarumque partes dimidias columma schematis praecedentis, per $\frac{1}{2}(a_{,}—a_{,}')$ signata, praebet, nec non errores earum probabiles haud dubie probant, veram locum habuisse variationem. Quae quidem variatio, quantum equidem intelligo, has duas solummodo origines habere potest: aut ratio inter diametros polorum mutationem per temporis decursum passa est, attritu duorum polorum inaequali effectam; aut flexio, seu tubi seu axis, variabilis est. Ut certior fierem, num diametri polorum ejusmodi mutationi vere subjectae fuerint, ex diariis annorum variorum numerum magnum talium libellae indiciorum collegi, quae in alternis instrumenti positionibus statim deinceps lecta sint. Differentiae inter indicia libellae in situ circ. occ. ac or. sumtae, et in tres periodos congestae, hos praebent valores medios

$(\Delta J = \text{occ.} - \text{or.})$:

1842 mensibus Maji — Aug.	$-0^{s},266 \pm 0^{s},005$,	ex 4	transpositionibus
1843 » Maji — Oct.	$-0,251 \pm 0,001$,	ex 145	»
1845 Sept. ad 1846 Dec.	$-0,248 \pm 0,003$,	ex 20	»

Quibus de differentiis monendum est, omnes ad easdem polorum diametros relatas esse; semper enim ita inclinatio axis examinatur, ut, priusquam libella polis imponitur, tubus directionem teneat horizontalem, lente objectiva ad septentrionem versa in situ circ. occ., ad meridiem vero in situ orientali. Quod si $2p$ angulum fulcrorum, et $2f$ angulum pedum libellae denotant, formula habetur notissima

$$i = -\tfrac{1}{2}\Delta J . \frac{\operatorname{Sin} p}{\operatorname{Sin} f + \operatorname{Sin} p},$$

pro situ instrumenti occidentali valens. Sunt vero pro nostro instrumento $2p = 90^0$ et $2f = 108^0$, unde pro periodis acceptis obtinetur

$$\begin{aligned} i &= +0^{s},0620 \pm 0^{s},0011 \\ &= +0,0585 \pm 0,0002 \\ &= +0,0578 \pm 0,0007 \end{aligned}$$

*

Qui quidem ipsius i valores, quum ad eas solas polorum diametros pertineant, quae in directione tubi horizontali tanguntur, non ipsas diametrorum differentias exhibent medias. Non tamen nisi quantitate constante absunt, quare etiam mutationibus, si quae sunt, polorum indicandis inservire facile possunt. Quod si istos numeros consideramus, congruentiam inter binos posteriores paene absolutam, inter priores vero differentiam aliquantulo majorem animadvertimus, quam quae ad errores eorum probabiles conveniat. Reputantes autem, primum valorem ex 4 solummodo experimentis deductum esse, mutationemque indicatam oppositam esse illi, quam valores quantitatis $\frac{1}{2}(a_{,} - a_{,}')$ inventi ostendunt: concludimus, ipsos istos quantitatis i valores haud dubie probare, nullam polorum mutationem in decursu annorum 1842 — 1846 locum habuisse, nisi forte alia polorum loca intacta remanserint, alia vero attrita sint, quod tamen vix admitti potest. — Flexioni igitur variabili variationes quantitatum $\frac{1}{2}(a_{,} - a_{,}')$, ni fallor, tribuendae sunt. Propiorem hujus rei explicationem in praesenti reddere non possumus. Examen polorum mox denuo instituendum flexionem a quantitate di liberam praebebit. Reductiones denique reliquarum observationum hoc instrumento factarum docebunt, num flexio legem circuli maximi vere sequatur. Interea, hac lege rata posita, quantitates $di + \nu$, quas, cum erroribus earum probabilibus, ultimae duae schematis praecedentis columnae exhibent, computavi secundum formulam

$$di + \nu = \frac{1}{2}(da_{,} - da_{,}') \operatorname{Cot} 59^{\circ}46'{,}3,$$

quae ex aequationibus (11), neglectis terminis ex figuris polorum pendentibus, prodit.

VI. De aequationibus conditionalibus.

Ut jam supra in Cap. III dictum est, ascensiones rectae, quibuscum observationes comparavi, eae sunt, quas Ephemerides Berolinenses exhibent, modo vero ibidem exposito correctae. — Quantitates igitur, quae his ipsis ascensionibus rectis computandis inservierunt, sequentes sunt:

a) ascensio recta media ex observationibus Regiomontanis deducta;

b) numerus constans praecessionis, quem Bessel in Tabulis Regiomontanis dedit;

c) motus stellae polaris proprius certissimus, quem comparatae observationes, a Bradley et Bessel factae, praebuerunt;

d) numerus constans Nutationis, quem cel. Peters ita deduxit, ut ex tribus valoribus, quorum unum ipse ex ascensionibus rectis stellae polaris Dorpati observatis invenerat, cel. Lundahl alterum ex declinationibus ejusdem stellae Dorpatensibus, et cel. Busch tertium ex stellarum zenithalium a vertice distantiis, a Bradley Wanstedii observatis, sumserit medium, respectu errorum probabilium habito; qui quidem valor medius, pro a. 1800, $= 9{,}''2230 \pm 0{,}''0154$ est;

e) numerus constans Aberrationis $= 20{,}''453$ acceptus.

Quod ad ascensiones rectas observatas attinet, formulae (16) et (17) supra enucleatae docent, parvo errore constante affectas esse, a figuris polorum pendente, scilicet alio pro alia instrumenti positione, ideoque discrimen parvum inter observationes in duabus positionibus institutas locum habere. Aliud vero discrimen inter positiones instrumenti oppositas inde oriri potest, quod flexio tubi axisque legi circuli maximi non pareat. Si enim flexio alia est pro stella polari, alia pro stella fundamentali, cujus ope correctio horologii inventa est, momentum ejus non tollitur. — Praeterea fieri potuit, ut in decursu annorum 1842 — 1844 figurae polorum mutatae sint, eaque mutatio, si cum tempore progressa sit, id effecerit, ut ascensiones rectae hac ex caussa aut crescerent aut decrescerent.

His praemissis, facilius intelligitur, quaenam quantitates incognitae in aequationes conditionales introducendae sint. Quarum numero, nequid desit, talium etiam quantitatum emendationes adjeci, quae ex hac serie, spatium temporis nimis breve amplectente, tuto erui non possint. — Has igitur quantitates quaerendas accepi:

- x emendationem ascensionis rectae stellae polaris mediae pro ineunte anno 1843;
- y emendationem numeri Aberrationis $= 20\overset{\prime\prime}{,}453$ accepti;
- z Parallaxin annuam stellae polaris;
- u quantitatem, cujus coefficiens tempori proportionalis est, et ab ineunte anno 1843 putatur; quae quidem quantitas mutationem, si qua est, polorum instrumenti continet, nec non emendationes, si quae desiderantur, motus stellae proprii et numerorum Praecessionis ac Nutationis constantium; coefficiens enim Nutationis annis 1842 — 1844 cum tempore proxime progrediebatur, et ineunte anno 1843 nihilo fere aequalis erat;
- v discrimen dimidium inter ascensiones rectas in oppositis instrumenti positionibus observatas, positivum pro situ occid., negativum pro orient. sumtum.

Hanc igitur formam aequationibus conditionalibus tribui:

$$x + by + cz + du + ev + n = 0.$$

Coefficienti b supputando haec inservit formula notissima:

$$b = -\operatorname{Sec}\delta(\operatorname{Cos}\odot\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\omega + \operatorname{Sin}\odot\operatorname{Sin}\alpha), \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

ubi $\odot$ longitudinem Solis, ω obliquitatem Ecliptices, α et δ ascensionem rectam et declinationem stellae denotant. Quae quidem formula, ponendo

$$\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\omega = m\operatorname{Sin}\varphi \text{ et } \operatorname{Sin}\alpha = m\operatorname{Cos}\varphi,$$

hanc supputationi commodiorem formam induit

$$b = -m\operatorname{Sec}\delta\operatorname{Sin}(\odot + \varphi) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (b)$$

Formulam (a) respectu ad α, δ et ω differentiando, accipimus:

$$db = -\operatorname{Sec}\delta\left[\begin{pmatrix}\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Tang}\delta d\delta \\ +\operatorname{Cos}\alpha d\alpha\end{pmatrix}\operatorname{Sin}\odot + \begin{pmatrix}\operatorname{Tang}\delta\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\omega d\delta \\ -\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Cos}\omega d\alpha \\ -\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\omega d\omega\end{pmatrix}\operatorname{Cos}\odot\right].$$

Hanc in formulam substituendo

$$\operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Tang}\delta d\delta + \operatorname{Cos}\alpha d\alpha = n\operatorname{Cos}\psi$$

$$\operatorname{Tang}\delta\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\omega d\delta - \operatorname{Sin}\alpha\operatorname{Cos}\omega d\alpha - \operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Sin}\omega d\omega = n\operatorname{Sin}\psi,$$

nanciscimur:

$$db = -n\operatorname{Sec}\delta\operatorname{Sin}(\odot + \psi) \ldots\ldots\ldots (c)$$

Divisis denique aequationibus (b) et (c) per 15 et introductis valoribus ipsorum α, δ, ω pro ineunte anno 1843, nec non variationibus eorum annuis $d\alpha$, $d\delta$, $d\omega$, hi exoriuntur valores numerici pro 1843,0 valentes:

$$b = -2{,}310\operatorname{Sin}(\odot + 72^\circ 54' 18'') \ldots\ldots\ldots (d)$$

$$db = -0{,}00878\operatorname{Sin}(\odot + 52^\circ 43' 35'') \ldots\ldots\ldots (e)$$

Ope formularum (d) et (e) tabulam construxi, quae pro singulis longitudinis Solis gradibus coefficientes b et variationes eorum annuas db exhibebat.

Coefficientes c, ad Parallaxin pertinentes, quorum, ut cognitum est, expressio generalis haec est:

$$c = -\operatorname{Sec}\delta(\operatorname{Cos}\odot\operatorname{Sin}\alpha - \operatorname{Sin}\odot\operatorname{Cos}\alpha\operatorname{Cos}\omega),$$

ex eadem tabula obtinentur, si argumentum $\odot + 90^\circ$ adhibetur.

Ex ista igitur tabula quantitates b et c depromptae sunt.

Coefficiens d in partibus anni tropici expressus fuit.

Coefficientem $e = +1$ circ. ad occ. verso, $= -1$ ad orientem, et $= 0$, quando una eademque stellae culminatio in utraque instrumenti positione observata erat, assumsi.

Modus denique, quo quantitates n quaesitae sunt, ex Capp. III et IV satis perspicue elucet.

VII. De ponderibus aequationum conditionalium.

Aequationum conditionalium, modo jam exposito institutarum, pondus aequale omnibus tribuens, primam solutionem perfeci. Qua solutione facta, valoribusque quantitatum incognitarum inventis in aequationes conditionales substitutis, errores residuos, inde provenientes, ad momenta adhibui invenienda, quae variae in observando res conditionesque ad certitudinem observationum ipsarum habuerant. Ejusmodi res sunt: numerus filorum observatorum: conditiones imaginis stellae: alterum solummodo signum lectum, an ambo: eadem culminatio in altera sola, an in ambabus instrumenti positionibus observata: stella per coelum serenum an per nubes observata: observatio die instituta, an nocte. Calculus, quem hunc in finem institui, me docuit, quattuor harum rerum ultimas nullam ad certi-

tudinem observationum vim habuisse insignem, numerum vero filorum et conditiones imaginum tanti fuisse momenti, ut operae praetium esse posset videre, num solutio nova, respectu ad pondera his ex rebus provenientia habito, ad valores Parallaxis numerique Aberrationis mutandos valeret. Solutio, quam infra sum daturus, his ponderibus nisa est, nec, quod ad valores quantitatum incognitarum attinet, nisi levi modo a solutione priori discrepat.

Ad calculum ponderum instituendum iisdem usus sum imaginum coelique conditionum notationibus, quas cel. Peters in Dissertatione: «*Resultate aus Beobachtungen etc.*» dedit. In diariis enim ad tubum culminatorium pertinentibus ejusmodi notae nec semper nec tanta diligentia datae sunt, forsan ipsam ob eam caussam, quod hoc negotium tanta cura a cel. Peters simul ex eadem camera observante perficiebatur. Observationes autem, quae in Dissertatione citata publici juris factae sunt, spatium temporis a 11 Martii 1842 ad 30 Aprilis 1843 solummodo amplectuntur; quare cel. Peters pro reliquo tempore notationes, huc spectantes, ex diariis suis scriptis excerpsit mihique benevole communicavit. Insuper vero complures occurrunt dies, quibus stella polaris solo tubo culminatorio observata est. His pro diebus conditiones imaginum, nisi in diariis indicatae erant, ex congruentia filorum singulorum conclusi.

Jam per α imaginem prorsus et paene tranquillam, per β subinquietam, per γ inquietam et per δ imaginem valde inquietam designo. Schema sequens errores continet singulae observationis probabiles nec non numeros observationum, ex quibus hi errores conclusi sunt, pro variis imaginum conditionibus et pro variis filorum observatorum numeris.

Numerus filorum.	α	Numerus observ.	β	Numerus observ.	γ	Numerus observ.
8 et 9	0,349	97	0,396	81	0,497	47
6 et 7	0,407	24	0,438	33	0,507	36
4 et 5	0,389	24	0,536	12	0,487	11

Observationes ad terna solummodo fila factae pauciores sunt, quam ut errores earum probabiles satis certe concludi potuissent, nec pro omnibus imaginum conditionibus occurrunt; quare, sic putavi, certitudo earum melius ex lege concluditur, quam ceteri errores probabiles sequuntur. Eadem fere ex caussa errores probabiles ad conditionem imaginum δ pertinentes hic exclusi sunt.

Jam erat, ut formulam invenirem, quae singulis istis erroribus probabilibus quam optime responderet. Ex duabus vero partibus diversis singulae observationis, tubo transitorio factae, error probabilis consistit: una ex erroribus fortuitis visus auditusque, ideoque ex numero filorum observatorum et ex conditionibus imaginum stellae pendens: altera, quae illis rebus nec augeri nec diminui potest, ex incertitudine correctionum instrumenti fortuita et ex tali in videndo et audiendo inconstantia, quae diem ex die locum habeat, oriens. Haec

etiam pars variabilis accipi potest, e. g. si variis anni dieique temporibus correctiones instrumenti certitudine varia cognoscantur. Pro instrumento Pulcovensi eandem partem ex conditionibus imaginum stellarum pendere conjicere licet, si quidem imagines stellarum et signorum meridianorum nexum quendam inter se habeant. Quod si ε errorem singulae observationis et f numerum filorum observatorum denotant; si porro coefficiens partis prioris talis accipitur, ut pro 9 filis observatis unitatis numero exprimatur: haec exoritur formula:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\left(\frac{9}{f} \cdot \xi^2 + \eta^2\right)},$$

ubi quantitates tum ξ tum η aliae pro aliis imaginum conditionibus ponendae sunt, scilicet:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_\alpha = \pm \sqrt{\left(\frac{9}{f} \cdot \xi_\alpha^2 + \eta_\alpha^2\right)} \\ \varepsilon_\beta \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

Ex numeris schematis praecedentis et per methodum quadratorum minimorum quantitates $\xi_\alpha \ldots$, $\eta_\alpha \ldots$, respectu ad pondera ex numeris observationum provenientia habito, quaesivi, unde hi ipsorum η valores redundarunt:

$$\eta_\alpha = 0{,}297, \quad \eta_\beta = 0{,}111, \quad \eta_\gamma = 0{,}455$$

Nexus, si quis est, inter imagines stellarum et signorum talis sine dubio esse debet, ut simul meliores pejoresve sint; ideoque valores ipsorum η_α, η_β, η_γ, eundem in ordinem crescant. Quod si valores inventi ejusmodi legem non sequuntur, statim concludendum non est, nullum inter imagines stellarum et signorum esse nexum. Plerumque enim, quando imagines signorum inquietae erant, azimuthum singulum ex signorum inspectionibus solito pluribus pendet; quae quidem res haud dubie effecit, ut pro imaginibus signorum deterioribus errores probabiles diminuti sint. Interea, utcumque res sese habet, saltem caussa mihi sufficiens erat, cur quantitates η_α, η_β, η_γ aequales acciperem. Formulae igitur (α) in has abeunt:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_\alpha = \pm \sqrt{\left(\frac{9}{f} \cdot \xi_\alpha^2 + \eta^2\right)} \\ \varepsilon_\beta = \pm \sqrt{\left(\frac{9}{f} \cdot \xi_\beta^2 + \eta^2\right)} \\ \varepsilon_\gamma = \pm \sqrt{\left(\frac{9}{f} \cdot \xi_\gamma^2 + \eta^2\right)} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\beta)$$

Ex valoribus, quos novus calculus institutus praebuit, hae aequationes numericae exoriuntur:

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_\alpha = \pm \sqrt{\left[(0{,}157)^2 \frac{9}{f} + (0{,}323)^2\right]} \\ \varepsilon_\beta = \pm \sqrt{\left[(0{,}253)^2 \frac{9}{f} + (0{,}323)^2\right]} \\ \varepsilon_\gamma = \pm \sqrt{\left[(0{,}327)^2 \frac{9}{f} + (0{,}323)^2\right]} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (\gamma)$$

Quae formulae numeris schematis praecedentis ita respondent, ut error probabilis singuli erroris probabilis has secundum formulas computati $= \pm 0{,}''032$ sit.

Quod ad conditionem δ imaginum attinet, 21 sunt hujus conditionis observationes, per medium ad 6,3 fila institutae. Error earum probabilis $\varepsilon_\delta = \pm 0{,}''496$ est, unde, adhibita formula $\varepsilon_\delta = \pm \sqrt{\frac{9}{f} \cdot \xi_\delta^2 + \eta^2}$, $\xi_\delta = 0{,}''315$, sive ipsi ξ_γ fere aequalis, obtinetur; quare etiam pro utraque quantitate ξ_γ et ξ_δ valorem ipsius ξ_γ jam inventum accepi.

Jam pondera erroribus probabilibus (γ) respondentia sequentia evadunt, pro unitate ponderum illo accepto, cui 9 fila et conditio imaginis α respondent:

Num. filor.	α	β	γ et δ.
9	1,00	0,77	0,61
8	0,98	0,73	0,58
7	0,95	0,69	0,53
6	0,91	0,64	0,49
5	0,87	0,59	0,44
4	0,81	0,52	0,37
3	0,72	0,43	0,30

Calculum, quem ad errores probabiles varios pro reliquis in observando conditionibus inveniendos institui, ope errorum residuorum ex nova solutione provenientium refecturus, istam rem hoc loco praetereo.

VIII. Schema ascensiones rectas observatas et varias in observando res conditionesque, coefficientes aequationum conditionalium et pondera earum erroresque residuos exhibens.

Schemati sequenti haec praemittam.

In columna «Culminatio» inscripta *s* superiorem denotat culminationem, *i* inferiorem.

Designationibus conditionum imaginum, in Cap. VII explicatis, litterae *k* seu *w* adscriptae sunt, quando stella per coelum serenum seu per nubes observata est; quae coeli conditiones, quum non nisi ex adnotationibus cel. Peters tuto cognosci possent, hic pro iis diebus indicatae non sunt, quibus stella polaris solo tubo culminatorio observata est.

Numeros, qui in columna «Signa lecta» inscripta obveniunt, ita intelligas velim, ut 1 et 2 indicent, azimuthum per unum solum seu per ambo signa lecta inventum esse, 1,5 autem alterum azimuthorum, ante et post observationem stellae determinatorum (Conf. initium Cap. III), ex uno solo signo lecto conclusum esse, alterum ex ambobus.

Litterae *b*, *c*, *d*, *e*, *n*, quae coefficientes aequationum conditionalium repraesentant, hic eandem habent vim, quam in Cap. VI.

Reliquae columnae ex indicibus ipsis facile intelliguntur.

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
						h m s					s		s
1	1842 Mart. 11,6	i	9	βk	2	1 1 58,52	— 2,07	— 1,01	— 0,81	+ 1	+ 0,16	0,77	+ 0,80
2	13,1	s	9	βw	1	58,35	2,10	0,95	0,81	+ 1	— 0,20	0,77	+ 0,45
3	14,1	s	7	βw	1	58,48	2,11	0,92	0,80	+ 1	— 0,59	0,69	+ 0,06
4	16,6	i	8	αk	1	57,96	2,15	0,82	0,80	+ 1	— 0,52	0,98	+ 0,12
5	17,5	i	7	αw	2	58,15	2,16	0,79	0,80	+ 1	— 0,85	0,95	— 0,21
6	18,0	s	9	βk	1	57,30	2,17	0,77	0,79	+ 1	— 0,07	0,77	+ 0,56
7	18,5	i	4	αk	2	57,81	2,17	0,75	0,79	+ 1	— 0,67	0,81	— 0,04
8	19,0	s	9	βk	1	56,98	2,18	0,73	0,79	+ 1	+ 0,08	0,77	+ 0,71
9	19,5	i	7	βw	2	57,71	2,19	0,71	0,79	+ 1	— 0,74	0,69	— 0,11
10	21,0	s	9	βk	1	56,42	2,21	0,66	0,78	+ 1	+ 0,24	0,77	+ 0,88
11	21,5	i	4	γw	2	57,73	2,21	0,64	0,78	+ 1	— 1,19	0,37	— 0,56
12	22,0	s	6	βw	1	57,51	2,22	0,62	0,78	+ 1	— 1,09	0,64	— 0,46
13	23,0	s	6	δ	1	56,48	2,23	0,58	0,78	+ 1	— 0,30	0,49	+ 0,34
14	29,0	s	5	β	1	57,21	2,28	0,35	0,76	+ 1	— 1,74	0,59	— 1,10
15	Apr. 2,0	s	8	γk	1	55,62	2,30	0,20	0,75	+ 1	+ 0,08	0,58	+ 0,72
16	2,5	i	9	αw	2	56,71	2,30	0,17	0,75	+ 1	— 1,01	1,00	— 0,36
17	3,0	s	6	γw	1	57,52	2,30	0,15	0,75	+ 1	— 1,81	0,49	— 1,16
18	3,5	i	4	αk	2	56,41	2,30	0,13	0,75	+ 1	— 0,71	0,81	— 0,06
19	4,0	s	7	γk	1	56,59	2,30	0,11	0,75	+ 1	— 0,91	0,53	— 0,26
20	4,5	i	5	αk	2	56,12	2,30	— 0,09	0,75	+ 1	— 0,46	0,87	+ 0,20
21	7,0	s	3	β	1	57,25	2,30	+ 0,01	0,74	+ 1	— 1,67	0,43	— 1,02
22	8,5	i	5	αk	2	57,22	2,30	0,07	0,73	+ 1	— 1,59	0,87	— 0,94
23	9,0	s	4	δk	1	56,50	2,30	0,09	0,73	+ 1	— 0,82	0,37	— 0,17
24	9,5	i	5	αk	2	56,32	2,30	0,11	0,73	+ 1	— 0,58	0,87	+ 0,07
25	10,5	i	7	αw	2	55,72	2,30	0,15	0,73	+ 1	+ 0,18	0,95	+ 0,83
26	11,0	s	8	γ	1	56,27	2,30	0,17	0,73	+ 1	— 0,28	0,58	+ 0,37
27	11,5	i	4	αk	2	56,82	2,30	0,18	0,73	+ 1	— 0,72	0,81	— 0,07
28	12,5	i	5	αk	2	57,00	2,29	0,22	0,72	+ 1	— 0,65	0,87	+ 0,01
29	13,0	s	8	δk	1	55,56	2,29	0,24	0,72	+ 1	+ 0,53	0,58	+ 1,19
30	13,5	i	4	α	2	57,12	2,29	0,26	0,72	+ 1	— 0,49	0,81	+ 0,18
31	14,0	s	9	γk	1	56,36	2,28	0,28	0,72	+ 1	+ 0,41	0,61	+ 1,07
32	14,5	i	6	αk	2	57,64	2,28	0,30	0,72	+ 1	— 0,74	0,91	— 0,08
33	16,0	s	3	δk	1	59,07	2,27	0,36	0,71	+ 1	— 1,79	0,30	— 1,13
34	16,5	i	8	αw	1,5	58,80	2,26	0,38	0,71	+ 1	— 1,43	9,98	— 0,77
35	18,0	s	9	γk	1	58,77	2,26	0,44	0,71	+ 1	— 1,12	0,61	— 0,46
36	18,5	i	4	βk	2	59,02	2,25	0,46	0,71	+ 1	— 1,27	0,52	— 0,61
37	19,0	s	9	δk	1	58,10	2,25	0,48	0,70	+ 1	— 0,27	0,61	+ 0,39
38	20,5	i	9	αw	2	58,58	2,24	0,53	0,70	+ 1	— 0,48	1,00	+ 0,18
39	21,5	i	4	αw	2	58,67	2,23	0,57	0,70	+ 1	— 0,35	0,81	+ 0,31
40	25,4	i	5	αk	2	59,69	2,18	0,72	0,69	+ 1	+ 0,02	0,87	+ 0,70
41	25,9	s	9	γk	1	2 1,18	2,17	0,74	0,69	+ 1	— 1,24	0,61	— 0,57
42	26,4	i	4	αk	2	0,48	2,17	0,75	0,69	+ 1	— 0,30	0,81	+ 0,37
43	28,9	s	9	γw	1,5	1,19	2,14	0,85	0,68	+ 1	+ 0,15	0,61	+ 0,82
44	30,4	i	8	αw	2	2,92	2,12	0,90	0,67	+ 1	— 0,96	0,98	— 0,29
45	30,9	s	9	δk	1	2,04	2,11	0,92	0,67	+ 1	+ 0,11	0,61	+ 0,79
46	Maji 1,9	s	9	γk	2	3,37	2,10	0,95	0,67	+ 1	— 1,89	0,61	— 1,21
47	2,4	i	6	αw	2	3,54	2,09	0,97	0,67	+ 1	— 0,88	0,91	— 0,20
48	2,9	s	8	γw	2	3,33	2,08	0,99	0,67	+ 1	— 0,49	0,58	+ 0,19
49	3,9	s	9	δk	1,5	4,20	2,07	1,02	0,66	+ 1	— 0,99	0,61	— 0,30
50	4,4	i	5	βk	2	3,49	— 2,06	+ 1,04	— 0,66	+ 1	— 0,09	0,59	+ 0,61

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
						h m s					s		s
51	1842 Maji 4,9	s	9	γk	2	1 2 4,79	— 2,05	+ 1,06	— 0,66	+ 1	— 1,20	0,61	— 0,51
52	7,4	i	5	αk	1,5	5,27	2,00	1,14	0,66	+ 1	— 0,50	0,87	+ 0,19
53	7,9	s	8	γk	2	5,83	1,99	1,16	0,65	+ 1	— 0,79	0,58	— 0,10
54	10,9	s	8	δw	2	6,85	1,93	1,26	0,65	+ 1	+ 0,03	0,58	+ 0,72
55	13,4	i	9	αk	2	9,86	1,87	1,34	0,64	+ 1	— 1,45	1,00	— 0,75
56	13,9	s	7	γw	2	9,20	1,86	1,35	0,64	+ 1	— 0,50	0,53	+ 0,20
57	14,4	i	5	αk	2	9,78	1,85	1,37	0,64	+ 1	— 0,81	0,87	— 0,11
58	14,9	s	9	γk	2	10,23	1,84	1,39	0,63	+ 1	— 0,99	0,61	— 0,29
59	15,4	i	5	αk	1,5	11,31	1,83	1,40	0,63	+ 1	— 1,81	0,87	— 1,11
60	15,9	s	6	δk	2	11,77	1,82	1,42	0,63	+ 1	— 1,81	0,49	— 1,09
61	16,4	i	9	βk	1,5	11,19	1,81	1,43	0,63	+ 1	— 1,18	0,77	— 0,47
62	16,9	s	8	γk	2	11,38	1,80	1,45	0,63	+ 1	— 1,12	0,58	— 0,41
63	19,9	s	3	δw	2	11,46	1,74	1,51	0,62	+ 1	+ 0,48	0,30	+ 1,19
64	23,4	i	9	αk	2	14,83	1,63	1,61	0,61	+ 1	— 0,40	1,00	+ 0,32
65	24,4	i	9	βk	2	15,41	1,60	1,64	0,61	+ 1	— 0,21	0,77	+ 0,51
66	24,9	s	3	γw	2	16,16	1,59	1,65	0,61	+ 1	— 0,58	0,30	+ 0,14
67	25,4	i	8	βk	2	16,58	1,57	1,67	0,61	+ 1	— 0,64	0,73	+ 0,08
68	25,9	s	9	γ	2	17,95	1,56	1,68	0,60	+ 1	— 1,64	0,61	— 0,92
69	26,4	i	9	αk	2	17,04	1,54	1,70	0,60	+ 1	— 0,36	1,00	+ 0,36
70	26,9	s	8	γw	2	17,58	1,53	1,71	0,60	+ 1	— 0,54	0,58	+ 0,19
71	27,9	s	9	γw	2	18,81	1,50	1,74	0,60	+ 1	— 1,09	0,61	— 0,37
72	28,4	i	9	αk	2	18,73	1,48	1,76	0,60	+ 1	— 0,67	1,00	+ 0,05
73	28,9	s	5	βk	2	20,66	1,47	1,77	0,60	+ 1	— 2,29	0,59	— 1,57
74	29,9	s	7	γk	2	20,37	1,44	1,80	0,59	+ 1	— 1,36	0,53	— 0,63
75	30,4	i	8	αk	2	20,40	1,42	1,82	0,59	0	— 1,09	0,98	— 0,35
76	30,9	s	3	αk	2	20,10	1,41	1,83	0,59	— 1	— 0,48	0,72	+ 0,25
77	31,4	i	8	αk	2	20,31	1,39	1,84	0,59	0	— 0,37	0,98	+ 0,37
78	Jun. 3,3	i	9	βk	2	23,68	1,30	1,90	0,58	— 1	— 1,67	0,77	— 0,93
79	4,3	i	9	αk	2	23,76	1,27	1,92	0,58	— 1	— 0,97	1,00	— 0,24
80	4,8	s	9	αk	2	23,38	1,25	1,93	0,58	— 1	— 0,18	1,00	+ 0,56
81	5,3	i	7	αk	2	23,74	1,24	1,94	0,58	— 1	— 0,12	0,95	+ 0,61
82	5,8	s	9	βk	2	24,66	1,22	1,95	0,58	— 1	— 0,62	0,77	+ 0,12
83	6,3	i	9	αw	2	24,75	1,20	1,96	0,57	— 1	— 0,27	1,00	+ 0,47
84	6,8	s	9	γk	2	25,88	1,19	1,97	0,57	— 1	— 0,94	0,61	— 0,19
85	7,3	i	9	αk	2	25,73	1,17	1,98	0,57	— 1	— 0,36	1,00	+ 0,38
86	7,8	s	9	βk	2	26,43	1,15	1,99	0,57	— 1	— 0,63	0,77	+ 0,12
87	8,3	i	9	αk	2	27,42	1,14	2,00	0,57	— 1	— 1,20	1,00	— 0,46
88	8,8	s	9	βw	2	28,28	1,12	2,01	0,57	— 1	— 1,64	0,77	— 0,89
89	10,3	i	9	γk	2	28,25	1,07	2,03	0,56	— 1	— 0,41	0,61	+ 0,33
90	10,8	s	9	αw	2	28,75	1,05	2,04	0,56	— 1	— 0,53	1,00	+ 0,22
91	11,8	s	6	γk	2	30,13	1,02	2,06	0,56	— 1	— 1,19	0,49	— 0,45
92	14,3	i	7	αw	2	31,83	0,93	2,11	0,55	— 1	— 1,09	0,95	— 0,33
93	18,3	i	9	βw	2	34,33	0,82	2,16	0,54	— 1	— 0,40	0,77	+ 0,35
94	18,8	s	9	βk	2	35,15	0,81	2,16	0,54	— 1	— 0,76	0,77	0,00
95	20,3	i	9	βw	2	36,57	0,76	2,18	0,54	— 1	— 0,81	0,77	— 0,05
96	20,8	s	9	αk	2	37,35	0,75	2,19	0,53	— 1	— 1,13	1,00	— 0,36
97	21,3	i	9	αw	2	36,95	0,73	2,20	0,53	— 1	— 0,27	1,00	+ 0,49
98	22,3	i	9	γk	2	38,11	0,71	2,21	0,53	— 1	— 0,54	0,61	+ 0,23
99	22,8	s	8	βk	2	39,07	0,69	2,21	0,53	— 1	— 1,05	0,73	— 0,27
100	23,3	i	9	βk	2	39,31	— 0,68	+ 2,22	— 0,53	— 1	— 0,88	0,77	— 0,11

*

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
						h m s					s		s
101	1842 Jul. 9,7	*s*	9	*βw*	1	1 2 52,45	+ 0,01	+ 2,30	− 0,48	− 1	− 0,40	0,77	+ 0,41
102	18,2	*i*	9	*βk*	1,5	3 0,25	0,34	2,27	0,46	− 1	− 1,16	0,77	− 0,34
103	18,7	*s*	9	*βk*	2	0,68	0,36	2,27	0,46	− 1	− 1,13	0,77	− 0,30
104	19,7	*s*	9	*αk*	1	1,37	0,40	2,27	0,45	− 1	− 0,95	1,00	− 0,13
105	20,7	*s*	9	*βk*	2	1,67	0,43	2,25	0,45	− 1	− 0,43	0,77	+ 0,40
106	21,2	*i*	6	*αw*	2	3,08	0,45	2,24	0,45	− 1	− 1,44	0,91	− 0,62
107	24,7	*s*	8	*βw*	2	5,08	0,58	2,22	0,44	− 1	− 0,92	0,73	− 0,09
108	25,7	*s*	3	*βw*	2	5,45	0,62	2,21	0,44	− 1	− 0,60	0,43	+ 0,24
109	27,7	*s*	7	*βw*	2	6,91	0,69	2,19	0,43	− 1	− 0,58	0,69	+ 0,25
110	29,2	*i*	3	*δ*	2	8,53	0,75	2,17	0,43	− 1	− 0,97	0,30	− 0,15
111	Aug. 1,2	*i*	9	*αk*	2	11,32	0,86	2,14	0,42	− 1	− 1,22	1,00	− 0,39
112	1,7	*s*	7	*γk*	2	12,36	0,88	2,13	0,42	− 1	− 1,84	0,53	− 1,00
113	2,2	*i*	9	*αk*	2	11,83	0,89	2,12	0,42	− 1	− 0,91	1,00	− 0,08
114	5,7	*s*	9	*βw*	1,5	14,29	1,02	2,07	0,41	+ 1	− 0,85	0,77	0,00
115	6,2	*i*	9	*βk*	2	14,59	1,03	2,06	0,41	+ 1	− 0,84	0,77	+ 0,01
116	6,7	*s*	4	*βw*	2	15,75	1,05	2 05	0,41	+ 1	− 1,67	0,52	− 0,82
117	7,2	*i*	8	*βk*	1,5	14,82	1,07	2,04	0,40	+ 1	− 0,43	0,73	+ 0,42
118	7,7	*s*	9	*αk*	1,5	14,65	1,09	2,03	0,40	+ 1	+ 0,05	1,00	+ 0,90
119	8,2	*i*	9	*αw*	2	15,28	1,10	2,02	0,40	+ 1	− 0,27	1,00	+ 0,58
120	8,7	*s*	9	*βw*	2	16,21	1,12	2,01	0,40	+ 1	− 0,89	0,77	− 0,04
121	9,2	*i*	9	*βk*	2	17,10	1,13	2,00	0,40	+ 1	− 1,46	0,77	− 0,61
122	9,7	*s*	9	*βw*	2	16.23	1,15	1,99	0,40	+ 1	− 0,43	0,77	+ 0,42
123	10,2	*i*	9	*αk*	2	17,58	1,17	1,98	0,40	+ 1	− 1,26	1,00	− 0,41
124	10,7	*s*	9	*β*	2	16,56	1,18	1,97	0,39	+ 1	+ 0,12	0,77	+ 0,98
125	11,2	*i*	9	*αk*	2	17,13	1,20	1,96	0,39	+ 1	− 1,08	1,00	− 0,23
126	11,7	*s*	9	*αk*	2	17,10	1,22	1,95	0,39	+ 1	+ 0,30	1,00	+ 1,15
127	12,2	*i*	9	*βk*	2	18,93	1,23	1,94	0,39	+ 1	− 1,15	0,77	− 0,29
128	12,7	*s*	9	*βk*	2	19,06	1,25	1,93	0,39	+ 1	− 0,89	0,77	− 0,03
129	13,1	*i*	9	*βk*	2	19,21	1,26	1,92	0,39	+ 1	− 0,65	0,77	+ 0,21
130	13,6	*s*	9	*βk*	2	19,83	1,28	1,91	0,39	+ 1	− 0,88	0,77	− 0,02
131	16,1	*i*	9	*βk*	2	21,63	1,36	1,86	0,38	+ 1	− 0,82	0,77	+ 0,04
132	17,1	*i*	9	*αw*	2	21,59	1,39	1,84	0,38	+ 1	− 0,10	1,00	+ 0,76
133	18,1	*i*	4	*γw*	2	24,10	1,42	1,82	0,37	+ 1	− 1,98	0,37	− 1,12
134	18,6	*s*	9	*γk*	2	24,03	1,44	1,81	0,37	+ 1	− 1,60	0,61	− 0,73
135	21,6	*s*	9	*αk*	2	25,17	1,53	1,73	0,36	+ 1	− 1,14	1,00	− 0,28
136	22,1	*i*	4	*αw*	1,5	25,10	1,54	1,72	0,36	+ 1	− 0,70	0,81	+ 0,16
137	22,6	*s*	7	*γk*	2	25,53	1,56	1,70	0,36	+ 1	− 0,97	0,53	− 0,11
138	24,1	*i*	9	*α*	1,5	26,23	1,60	1,66	0,36	+ 1	− 0,82	1,00	+ 0,04
139	24,6	*s*	7	*α*	2	25,34	1,61	1,65	0,36	+ 1	+ 0,38	0,95	+ 1,24
140	25,1	*i*	3	*α*	1,5	26,56	1,63	1,64	0,36	+ 1	− 0,52	0,72	+ 0,34
141	25,6	*s*	7	*β*	2	27,19	1,64	1,62	0,35	+ 1	− 0,83	0,69	+ 0,03
142	26,1	*i*	3	*δ*	2	25,84	1,65	1,61	0,35	+ 1	+ 0,85	0,30	+ 1,71
143	26,6	*s*	9	*α*	2	27,49	1,66	1,59	0,35	+ 1	− 0,47	1,00	+ 0,39
144	30,6	*s*	9	*β*	2	29,21	1,77	1,48	0,34	+ 1	+ 0,33	0,77	+ 1,21
145	Sept. 11,1	*i*	6	*βw*	2	36,05	2,02	1,11	0,31	+ 1	− 1,06	0,64	− 0,19
146	12,6	*s*	9	*βk*	2	36,78	2,05	1,06	0,30	− 1	− 1,06	0,77	− 0,20
147	13,1	*i*	7	*βk*	2	37,45	2,06	1,04	0,30	− 1	− 1,52	0,69	− 0,65
148	13,6	*s*	9	*αw*	2	37,59	2,07	1,02	0,30	+ 1	− 1,45	1,00	− 0,58
149	14,1	*i*	6	*γk*	1	37,82	2,08	1,00	0,30	+ 1	− 1,50	0,49	− 0,63
150	16,1	*i*	7	*αw*	1	37,31	+ 2,11	+ 0,93	− 0,29	− 1	− 0,38	0,95	+ 0,48

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
151	1842 Sept. 17,1	*i*	7	*γw*	1	h m s 1 3 37,60	+ 2,13	+ 0,90	— 0,29	— 1	s — 0,40	0,53	s + 0,46
152	17,6	*s*	7	*γ*	2	37,89	2,13	0,88	0,29	— 1	— 0,57	0,53	+ 0,30
153	18,6	*s*	9	*γk*	2	39,02	2,15	0,84	0,29	— 1	— 1,44	0,61	— 0,58
154	21,0	*i*	9	*γk*	1	38,97	2,18	0,75	0,28	— 1	— 0,62	0,61	+ 0,25
155	21,5	*s*	9	*aw*	2	39,28	2,19	0,74	0,28	— 1	— 0,77	1,00	+ 0,09
156	22,0	*i*	9	*γw*	1	39,72	2,19	0,72	0,28	— 1	— 1,01	0,61	— 0,14
157	22,5	*s*	9	*γw*	2	39,95	2,20	0,70	0,28	— 1	— 1,04	0,61	— 0,18
158	27,0	*i*	3	*βw*	1	41,97	2,25	0,53	0,27	— 1	— 1,51	0,43	— 0,66
159	29,0	*i*	8	*γw*	1	42,39	2,26	0,45	0,26	— 1	— 1,55	0,58	— 0,70
160	30,5	*s*	9	*ak*	2	41,42	2,27	0,40	0,25	— 1	— 0,39	1,00	+ 0,45
161	Oct. 2,0	*i*	9	*ak*	1	42,41	2,28	0,33	0,25	— 1	— 1,21	1,00	— 0,36
162	6,0	*i*	7	*γw*	1	44,50	2,30	0,17	0,24	— 1	— 2,61	0,53	— 1,78
163	6,5	*s*	9	*γk*	2	44,15	2,30	0,15	0,24	— 1	— 2,15	0,61	— 1,31
164	7,0	*i*	6	*β*	1	44,22	2,30	0,13	0,24	— 1	— 2,11	0,64	— 1,28
165	7,5	*s*	9	*a*	2	43,11	2,31	0,11	0,24	— 1	— 0,88	1,00	— 0,04
166	8,0	*i*	5	*βw*	1	43,68	2,31	+ 0,09	0,23	— 1	— 1,35	0,59	— 0,52
167	10,5	*s*	9	*ak*	2	43,60	2,31	0,00	0,23	— 1	— 0,87	1,00	— 0,03
168	11,0	*i*	6	*γk*	1	44,54	2,31	— 0,02	0,23	— 1	— 1,77	0,49	— 0,94
169	11,5	*s*	9	*γw*	1,5	43,59	2,31	0,04	0,23	— 1	— 0,79	0,77	+ 0,05
170	12,0	*i*	7	*γk*	1	44,33	2,31	0,07	0,22	— 1	— 1,54	0,53	— 0,71
171	12,5	*s*	9	*aw*	2	43,14	2,31	0,09	0,22	— 1	— 0,35	1,00	+ 0,49
172	13,0	*i*	8	*ak*	1	44,22	2,31	0,11	0,22	— 1	— 1,44	0,98	— 0,61
173	13,5	*s*	9	*βw*	2	43,38	2,30	0,13	0,22	— 1	— 0,62	0,77	+ 0,22
174	14,0	*i*	9	*βw*	1	43,18	2,30	0,15	0,22	— 1	— 0,45	0,77	+ 0,38
175	16,5	*s*	9	*ak*	2	43,93	2,29	0,25	0,21	— 1	— 1,37	1,00	— 0,54
176	17,0	*i*	8	*ak*	1	43,22	2,29	0,27	0,21	— 1	— 0,67	0,98	+ 0,15
177	17,5	*s*	9	*βw*	2	42,27	2,29	0,29	0,21	— 1	+ 0,27	0,77	+ 1,10
178	19,0	*i*	7	*βw*	1	42,57	2,28	0,35	0,20	— 1	+ 0,01	0,69	+ 0,83
179	19,5	*s*	9	*aw*	2	43,71	2,28	0,37	0,20	— 1	— 1,12	1,00	— 0,29
180	21,5	*s*	9	*βk*	2	43,63	2,27	0,44	0,20	— 1	— 0,95	0,77	— 0,13
181	23,0	*i*	4	*βw*	1	44,44	2,25	0,50	0,19	— 1	— 1,74	0,52	— 0,91
182	23,5	*s*	9	*ak*	2	43,18	2,25	0,52	0,19	— 1	— 0,49	1,00	+ 0,33
183	27,4	*s*	9	*ak*	2	42,38	2,21	0,67	0,18	— 1	— 0,27	1,00	+ 0,55
184	Nov. 15,9	*i*	7	*βw*	2	38,76	1,86	1,37	0,13	— 1	+ 1,11	0,69	+ 1,89
185	Dec. 1,3	*s*	6	*γk*	2	31,32	1,42	1,82	0,09	— 1	— 1,36	0,49	— 0,62
186	6,3	*s*	9	*β*	2	29,10	1,25	1,93	0,07	+ 1	— 1,94	0,77	— 1,19
187	7,8	*i*	9	*γw*	2	26,60	1,20	1,97	0,07	+ 1	+ 0,02	0,61	+ 0,76
188	17,3	*s*	9	*ak*	2	20,49	0,85	2,15	0,04	+ 1	— 0,36	1,00	+ 0,37
189	19,3	*s*	9	*βk*	2	17,66	0,77	2,18	0,04	+ 1	+ 1,04	0,77	+ 1,76
190	19,8	*i*	7	*γk*	2	20,52	0,76	2,18	— 0,03	+ 1	— 2,21	0,53	— 1,49
191	1843 Jan. 2,8	*i*	9	*γk*	1,5	8,18	+ 0,19	2,30	0,00	+ 1	— 0,37	0,61	+ 0,32
192	31,2	*s*	9	*aw*	2	2 46,97	— 0,94	2,11	+ 0,08	+ 1	— 1,50	1,00	— 0,85
193	31,7	*i*	9	*ak*	2	44,59	0,96	2,10	0,08	+ 1	+ 0,46	1,00	+ 1,11
194	Febr. 3,2	*s*	7	*βw*	2	44,10	1,05	2,06	0,09	+ 1	— 1,08	0,69	— 0,44
195	3,7	*i*	9	*βw*	2	42,55	1,07	2,05	0,09	+ 1	+ 0,10	0,77	+ 0,74
196	10,7	*i*	9	*βk*	2	39,71	1,31	1,90	0,11	+ 1	— 1,49	0,77	— 0,85
197	11,2	*s*	9	*aw*	2	38,68	1,33	1,89	0,11	+ 1	— 0,86	1,00	— 0,23
198	16,1	*s*	8	*aw*	2	34,97	1,49	1,76	0,12	+ 1	— 0,69	0,98	— 0,06
199	19,1	*s*	9	*ak*	2	34,32	1,58	1,68	0,13	+ 1	— 1,78	1,00	— 1,15
200	21,1	*s*	9	*γk*	2	32,46	1,64	— 1,63	+ 0,14	+ 1	— 0,90	0,61	— 0,27

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	*b*	*c*	*d*	*e*	*n*	Pondus	Error residuus
						h m s					s		s
201	1843 Febr. 21,6	*i*	8	*βk*	1,5	1 2 32,46	— 1,65	— 1,61	+ 0,14	+ 1	— 1,13	0,73	— 0,50
202	22,6	*i*	7	*γ*	2	32,72	1,68	1,58	0,14	+ 1	— 1,87	0,53	— 1,25
203	23,6	*i*	7	*αw*	2	30,72	1,71	1,55	0,15	+ 1	— 0,35	0,95	+ 0,27
204	Mart. 7,6	*i*	9	*βk*	2	24,81	2,00	1,16	0,18	+ 1	— 0,09	0,77	+ 0,53
205	8,1	*s*	9	*βw*	1	25,53	2,01	1,14	0,18	— 1	— 0,97	0,77	— 0,35
206	9,1	*s*	9	*γk*	1	24,47	2,03	1,11	0,18	— 1	— 0,21	0,61	+ 0,40
207	16,1	*s*	7	*βk*	1	22,76	2,14	0,86	0,20	— 1	— 1,07	0,69	— 0,45
208	16,6	*i*	6	*γk*	1,5	21,22	2,15	0,84	0,20	— 1	+ 0,35	0,49	+ 0,96
209	17,1	*s*	9	*βw*	1	21,57	2,16	0,82	0,20	— 1	— 0,13	0,77	+ 0,49
210	17,6	*i*	7	*αw*	2	20,29	2,16	0,80	0,21	— 1	+ 1,05	0,95	+ 1,66
211	18,1	*s*	9	*βk*	1	23,07	2,17	0,78	0,21	— 1	— 1,83	0,77	— 1,21
212	18,6	*i*	9	*αw*	2	20,99	2,18	0,76	0,21	— 1	+ 0,18	1,00	+ 0,79
213	19,1	*s*	9	*γw*	1	23,22	2,19	0,74	0,21	— 1	— 2,11	0,61	— 1,49
214	19,6	*i*	9	*βk*	2	21,58	2,19	0,72	0,21	— 1	— 0,53	0,77	+ 0,08
215	20,5	*i*	7	*γk*	1,5	21,98	2,20	0,68	0,21	— 1	— 1,02	0,53	— 0,40
216	21,0	*s*	7	*βw*	1	22,01	2,21	0,67	0,22	— 1	— 1,10	0,69	— 0,49
217	23,0	*s*	7	*γw*	1	22,00	2,23	0,59	0,22	— 1	— 1,28	0,53	— 0,66
218	23,5	*i*	7	*βk*	2	20,71	2,23	0,57	0,22	— 1	— 0,06	0,69	+ 0,57
219	24,0	*s*	9	*βk*	1	21,42	2,24	0,56	0,22	— 1	— 0,84	0,77	— 0,22
220	24,5	*i*	8	*αk*	2	21,19	2,25	0,54	0,22	— 1	— 0,70	0,98	— 0,07
221	25,0	*s*	8	*γk*	1	22,19	2,25	0,52	0,23	— 1	— 1,78	0,58	— 1,16
222	25,5	*i*	9	*βk*	2	21,27	2,26	0,50	0,23	— 1	— 0,97	0,77	— 0,34
223	26,0	*s*	9	*βk*	1	20,72	2,26	0,48	0,23	— 1	— 0,52	0,77	+ 0,10
224	30,5	*i*	7	*γk*	2	19,09	2,29	0,30	0,24	— 1	+ 0,45	0,53	+ 1,08
225	31,0	*s*	7	*γw*	1	19,70	2,29	0,28	0,24	— 1	— 0,17	0,53	+ 0,45
226	Apr. 2,0	*s*	7	*γk*	1	21,08	2,30	0,20	0,25	— 1	— 1,46	0,53	— 0,83
227	3,5	*i*	7	*αk*	2	20,37	2,30	0,14	0,25	— 1	— 0,58	0,95	+ 0,05
228	4,0	*s*	7	*βk*	1	21,16	2,31	0,13	0,25	— 1	— 1,31	0,69	— 0,67
229	4,5	*i*	9	*βk*	2	19,61	2,31	0,11	0,25	— 1	+ 0,30	0,77	+ 0,93
230	5,0	*s*	7	*γk*	1	21,65	2,31	0,09	0,26	— 1	— 1,69	0,53	— 1,05
231	5,5	*i*	7	*βk*	2	20,52	2,31	— 0,07	0,26	— 1	— 0,50	0,69	+ 0,13
232	11,5	*i*	8	*γk*	2	20,39	2,30	+ 0,17	0,27	— 1	— 0,12	0,58	+ 0,51
233	14,0	*s*	9	*δk*	1	21,08	2,28	0,27	0,28	+ 1	— 0,42	0,61	+ 0,22
234	14,5	*i*	9	*αk*	2	21,18	2,28	0,29	0,28	+ 1	0,39	1,00	+ 0,25
235	15,0	*s*	9	*βk*	1	22,18	2,27	0,31	0,28	+ 1	— 1,26	0,77	— 0,62
236	16,5	*i*	9	*βk*	2	21,68	2,27	0,36	0,29	+ 1	— 0,29	0,77	+ 0,35
237	18,0	*s*	9	*γw*	1	23,28	2,26	0,42	0,29	+ 1	— 1,40	0,53	— 0,76
238	20,0	*s*	9	*γk*	1	22,87	2,25	0,50	0,30	+ 1	— 0,38	0,61	+ 0,26
239	20,5	*i*	9	*αw*	2	24,79	2,25	0,52	0,30	+ 1	— 2,17	1,00	— 1,53
240	21,0	*s*	7	*γk*	1	23,57	2,24	0,54	0,30	+ 1	— 0,82	0,53	— 0,18
241	21,5	*i*	7	*αk*	2	23,26	2,24	0,56	0,30	+ 1	— 0,40	0,95	+ 0,24
242	22,0	*s*	7	*γ*	1	24,46	2,23	0,58	0,30	+ 1	— 1,49	0,53	— 0,84
243	22,5	*i*	9	*αk*	2	24,10	2,23	0,60	0,30	+ 1	— 1,03	1,00	— 0,38
244	23,0	*s*	7	*γw*	1	23,71	2,22	0,62	0,31	— 1	— 0,54	0,53	+ 0,10
245	24,5	*i*	8	*αk*	1,5	24,22	2,20	0,67	0,31	— 1	— 0,70	0,98	— 0,05
246	25,0	*s*	6	*βk*	1	23,83	2,20	0,69	0,31	— 1	— 0,19	0,64	+ 0,45
247	25,4	*i*	9	*βk*	2	23,44	2,19	0,71	0,31	— 1	+ 0,35	0,77	+ 1,00
248	25,9	*s*	9	*γk*	1	23,83	2,19	0,73	0,31	— 1	+ 0,10	0,61	+ 0,74
249	26,4	*i*	8	*αk*	2	24,64	2,18	0,74	0,31	— 1	— 0,54	0,98	+ 0,11
250	26,9	*s*	8	*δk*	1	24,57	— 2,17	+ 0,76	+ 0,32	— 1	— 0,30	0,58	+ 0,34

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
251	1843 Apr. 27,4	*i*	9	*αk*	2	1h 2m 24s,62	− 2,17	+ 0,78	+ 0,32	− 1	− 0s,16	1,00	+ 0s,49
252	27,9	*s*	7	*δk*	1	25,51	2,16	0,80	0,32	− 1	− 0,84	0,53	− 0,20
253	28,4	*i*	7	*αk*	2	25,58	2,16	0,82	0,32	− 1	− 0,68	0,95	− 0,03
254	28,9	*s*	7	*δw*	1	25,39	2,15	0,84	0,32	− 1	− 0,25	0,53	+ 0,39
255	29,9	*s*	7	*γk*	1	25,92	2,14	0,87	0,32	− 1	− 0,28	0,69	+ 0,37
256	30,4	*i*	9	*γk*	2	25,57	2,13	0,89	0,33	+ 1	+ 0,31	0,61	+ 0,96
257	Maji 1,9	*s*	6	*δ*	1	26,93	2,10	0,95	0,33	+ 1	− 0,27	0,49	+ 0,39
258	2,4	*i*	7	*α*	1,5	27,49	2,10	0,96	0,33	+ 1	− 0,57	0,95	+ 0,09
259	2,9	*s*	7	*βw*	1	27,92	2,09	0,98	0,33	+ 1	− 0,76	0,69	− 0,10
260	4,4	*i*	7	*α*	1,5	29,20	2,07	1,03	0,34	+ 1	− 1,35	0,95	− 0,68
261	16,4	*i*	8	*αw*	2	33,94	1,81	1,43	0,37	0	+ 0,40	0,98	+ 1,09
262	17,9	*s*	8	*γ*	2	37,24	1,77	1,47	0,37	0	− 1,99	0,58	− 1,30
263	18,4	*i*	7	*γ*	1,5	35,62	1,76	1,49	0,37	0	− 0,08	0,53	+ 0,61
264	21,4	*i*	5	*βw*	2	37,28	1,68	1,57	0,38	0	− 0,09	0,59	+ 0,59
265	22,4	*i*	8	*β*	2	38,48	1,65	1,60	0,39	0	− 0,73	0,73	− 0,03
266	22,9	*s*	6	*β*	2	38,99	1,64	1,61	0,39	0	− 0,95	0,64	− 0,25
267	23,4	*i*	9	*α*	2	38,98	1,64	1,63	0,39	0	− 0,63	1,00	+ 0,07
268	23,9	*s*	8	*γ*	2	38,64	1,61	1,64	0,39	0	+ 0,03	0,58	+ 0,73
269	24,4	*i*	8	*α*	2	39,20	1,60	1,65	0,39	0	− 0,18	0,98	+ 0,51
270	24,9	*s*	8	*α*	2	40,92	1,59	1,67	0,39	0	− 1,56	0,98	− 0,86
271	25,4	*i*	8	*α*	2	40,38	1,58	1,68	0,39	0	− 0,65	0,98	+ 0,05
272	25,9	*s*	8	*α*	2	40,84	1,56	1,70	0,40	0	− 0,74	0,98	− 0,04
273	26,4	*i*	8	*γ*	2	40,36	1,55	1,71	0,40	0	+ 0,12	0,58	+ 0,81
274	26,9	*s*	8	*β*	2	41,77	1,54	1,73	0,40	0	− 0,90	0,73	− 0,20
275	30,9	*s*	8	*β*	2	44,39	1,42	1,82	0,41	0	− 0,38	0,73	+ 0,34
276	31,9	*s*	8	*α*	2	45,57	1,39	1,85	0,41	0	− 0,85	0,98	− 0,13
277	Jun. 2,3	*i*	8	*α*	2	46,48	1,35	1,88	0,42	0	− 0,77	0,98	− 0,06
278	2,8	*s*	8	*α*	2	47,13	1,34	1,89	0,42	0	− 1,08	0,98	− 0,36
279	3,3	*i*	7	*α*	2	46,91	1,32	1,90	0,42	0	− 0,53	0,95	+ 0,19
280	7,3	*i*	6	*α*	2	50,57	1,18	1,99	0,43	0	− 1,34	0,91	− 0,61
281	7,8	*s*	8	*α*	2	51,56	1,16	2,00	0,43	0	− 1,93	0,98	− 1,21
282	10,3	*i*	8	*γ*	2	52,46	1,08	2,04	0,44	0	− 0,64	0,58	+ 0,09
283	10,8	*s*	8	*α*	2	53,01	1,06	2,05	0,44	0	− 0,74	0,98	− 0,01
284	11,8	*s*	8	*α*	2	54,34	1,03	2,07	0,44	0	− 1,19	0,98	− 0,46
285	13,3	*i*	8	*α*	2	55,40	0,97	2,10	0,45	0	− 0,99	0,98	− 0,26
286	14,3	*i*	8	*β*	2	55,20	0,94	2,11	0,45	0	0,00	0,73	+ 0,74
287	14,8	*s*	8	*β*	2	56,28	0,92	2,12	0,45	0	− 0,70	0,73	+ 0,04
288	15,3	*i*	8	*α*	2	56,65	0,90	2,13	0,45	0	− 0,69	0,98	+ 0,05
289	16,3	*i*	8	*α*	2	57,22	0,87	2,14	0,45	0	− 0,54	0,98	+ 0,19
290	16,8	*s*	8	*β*	2	57,70	0,85	2,16	0,45	0	− 0,67	0,73	+ 0,07
291	17,3	*i*	8	*α*	2	58,30	0,84	2,16	0,46	0	− 0,92	0,98	− 0,18
292	22,3	*i*	8	*γ*	2	3 0,92	0,66	2,22	0,47	0	+ 0,45	0,58	+ 1,21
293	22,8	*s*	8	*β*	2	2,54	0,64	2,22	0,47	0	− 0,72	0,73	+ 0,03
294	23,3	*i*	8	*α*	2	2,24	0,62	2,23	0,47	0	+ 0,06	0,98	+ 0,82
295	25,3	*i*	7	*γ*	2	4,90	0,55	2,25	0,48	0	− 0,76	0,53	+ 0,01
296	25,8	*s*	7	*β*	2	6,14	0,53	2,26	0,48	0	− 1,54	0,69	− 0,77
297	28,3	*i*	8	*β*	2	8,06	0,43	2,28	0,49	0	− 1,36	0,73	− 0,59
298	29,8	*s*	6	*α*	2	9,49	0,38	2,29	0,49	0	− 1,63	0,91	− 0,87
299	Jul. 4,3	*i*	8	*γ*	2	10,84	0,21	2,30	0,50	0	+ 0,54	0,58	+ 1,32
300	6,8	*s*	8	*α*	2	14,72	− 0,11	+ 2,31	+ 0,51	0	− 1,12	0,98	− 0,33

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
						h m s					s		s
301	1843 Jul. 7,3	*i*	8	*α*	2	1 3 14,90	— 0,09	+ 2,31	+ 0,51	0	— 0,82	0,98	— 0,03
302	7,8	*s*	8	*α*	2	16,00	0,07	2,31	0,51	0	— 1,45	0,98	— 0,67
303	8,2	*i*	8	*α*	2	16,80	0,05	2,31	0,51	0	— 1,78	0,98	— 0,99
304	9,2	*i*	8	*α*	2	16,83	— 0,02	2,31	0,52	0	— 0,88	0,98	— 0,09
305	9,7	*s*	8	*α*	2	16,90	0,00	2,31	0,52	0	— 0,50	0,98	+ 0,29
306	10,2	*i*	6	*α*	2	17,41	+ 0,02	2,31	0,52	0	— 0,57	0,91	+ 0,21
307	10,7	*s*	8	*α*	2	17,69	0,04	2,31	0,52	0	— 0,42	0,98	+ 0,37
308	11,2	*i*	8	*α*	2	18,58	0,06	2,31	0,52	0	— 0,90	0,98	— 0,11
309	11,7	*s*	8	*α*	2	18,91	0,08	2,31	0,52	0	— 0,82	0,98	— 0,03
310	12,2	*i*	8	*α*	2	19,06	0,10	2,31	0,53	0	— 0,58	0,98	+ 0,20
311	20,7	*s*	8	*α*	2	25,25	0,42	2,27	0,55	0	— 0,04	0,98	+ 0,77
312	25,7	*s*	8	*α*	2	28,45	0,61	2,23	0,56	0	+ 0,98	0,98	+ 1,80
313	Aug. 3,2	*i*	8	*γ*	2	36,56	0,92	2,12	0,59	0	— 0,80	0,58	+ 0,02
314	4,2	*i*	8	*β*	2	37,13	0,95	2,10	0,59	0	— 0,51	0,73	+ 0,30
315	4,7	*s*	8	*γ*	1,5	36,49	0,97	2,09	0,59	0	+ 0,55	0,58	+ 1,37
316	8,2	*i*	8	*α*	2	40,67	1,09	2,03	0,60	0	— 0,98	0,98	— 0,15
317	8,7	*s*	8	*γ*	2	40,19	1,11	2,02	0,60	0	— 0,15	0,58	+ 0,68
318	9,2	*i*	8	*β*	2	41,05	1,12	2,01	0,60	0	— 0,70	0,73	+ 0,12
319	9,7	*s*	8	*α*	2	41,63	1,14	2,00	0,60	0	— 0,96	0,98	— 0,13
320	10,2	*i*	8	*α*	2	41,63	1,16	1,99	0,60	0	— 0,67	0,98	+ 0,16
321	12,2	*i*	8	*α*	2	43,31	1,23	1,96	0,61	0	— 1,16	0,98	— 0,32
322	Sept. 10,6	*s*	8	*αw*	2	59,11	2,01	1,14	0,69	0	— 0,19	0,98	+ 0,65
323	11,1	*i*	3	*βk*	2	4 0,78	2,02	1,12	0,69	— 1	— 1,63	0,43	— 0,79
324	12,1	*i*	8	*βw*	2	0,22	2,04	1,09	0,69	0	— 0,61	0,73	+ 0,24
325	12,6	*s*	7	*βk*	2	0,62	2,05	1,08	0,70	0	— 0,76	0,69	+ 0,09
326	13,1	*i*	8	*βw*	2	1,00	2,06	1,06	0,70	0	— 0,88	0,73	— 0,03
327	13,6	*s*	8	*αw*	2	1,12	2,07	1,04	0,70	0	— 0,75	0,98	+ 0,09
328	14,1	*i*	8	*βk*	2	2,74	2,07	1,02	0,70	0	— 2,14	0,73	— 1,29
329	14,6	*s*	7	*αk*	2	2,15	2,08	1,00	0,70	0	— 1,30	0,95	— 0,46
330	15,1	*i*	8	*βk*	2	1,78	2,09	0,99	0,70	0	— 0,69	0,73	+ 0,15
331	15,6	*s*	8	*γ*	2	2,14	2,10	0,97	0,70	0	— 0,82	0,58	+ 0,01
332	16,1	*i*	8	*α*	2	3,16	2,10	0,95	0,71	0	— 1,63	0,98	— 0,79
333	17,1	*i*	8	*βk*	2	3,98	2,12	0,91	0,71	0	— 2,04	0,73	— 1,19
334	19,1	*i*	8	*γk*	2	3,55	2,15	0,84	0,71	0	— 0,98	0,58	— 0,13
335	19,6	*s*	7	*βk*	2	3,53	2,16	0,82	0,72	0	— 0,82	0,69	+ 0,02
336	22,0	*i*	8	*βw*	2	3,73	2,19	0,73	0,72	0	— 0,45	0,73	+ 0,40
337	22,5	*s*	8	*αk*	2	4,06	2,20	0,71	0,72	0	— 0,67	0,98	+ 0,18
338	23,0	*i*	8	*βw*	2	4,84	2,21	0,69	0,72	0	— 1,33	0,73	— 0,48
339	23,5	*s*	4	*αk*	2	3,75	2,21	0,67	0,73	— 1	— 0,12	0,81	+ 0,72
340	26,5	*s*	8	*βk*	2	5,61	2,25	0,56	0,73	0	— 1,01	0,73	— 0,18
341	30,0	*i*	8	*γw*	2	6,86	2,27	0,42	0,74	0	— 1,12	0,58	— 0,28
342	Oct. 2,0	*i*	8	*γw*	2	7,36	2,29	0,34	0,75	0	— 1,24	0,58	— 0,40
343	3,5	*s*	8	*αk*	2	6,20	2,30	0,28	0,75	0	+ 0,10	0,98	+ 0,94
344	5,5	*s*	3	*δ*	2	7,39	2,31	0,20	0,76	+ 1	— 0,98	0,30	— 0,14
345	6,5	*s*	7	*βw*	2	6,72	2,31	0,17	0,76	0	— 0,24	0,69	+ 0,58
346	7,0	*i*	8	*βk*	2	8,19	2,31	+ 0,15	0,76	0	— 1,67	0,73	— 0,84
347	11,0	*i*	4	*α*	2	9,02	2,31	— 0,01	0,77	0	— 1,90	0,81	— 1,07
348	11,5	*s*	8	*γ*	2	6,62	2,31	0,03	0,77	0	+ 0,59	0,58	+ 1,42
349	12,0	*i*	4	*α*	2	7,73	2,31	0,05	0,78	0	— 0,44	0,81	+ 0,38
350	15,5	*s*	7	*α*	2	7,91	+ 2,31	— 0,19	+ 0,78	0	— 0,33	0,95	+ 0,50

Schema ascensionum rect. obs., rel.

Num. curr.	Dies	Culminatio	Num. filorum	Condit. imag. et coeli	Signa lecta	Asc. recta observata	b	c	d	e	n	Pondus	Error residuus
						h m s					s		s
351	1843 Oct. 18,5	s	4	aw	2	1 4 8,48	+ 2,29	− 0,32	+ 0,79	− 1	− 1,14	0,81	− 0,34
352	26,4	s	5	βw	2	8,62	2,23	0,62	0,82	0	− 1,53	0,59	− 0,73
353	30,9	i	8	βk	2	7,99	2,17	0,80	0,83	0	− 1,69	0,73	− 0,89
354	31,4	s	8	β	2	7,17	2,16	0,82	0,83	0	− 0,98	0,73	− 0,18
355	31,9	i	7	γw	2	5,62	2,16	0,84	0,83	0	+ 0,42	0,53	+ 1,21
356	Nov. 1,4	s	8	β	2	7,25	2,15	0,85	0,83	0	− 1,35	0,73	− 0,55
357	2,4	s	8	aw	2	6,44	2,13	0,89	0,83	0	− 0,83	0,98	− 0,03
358	3,4	s	8	ak	2	6,31	2,12	0,93	0,84	0	− 1,08	0,98	− 0,28
359	17,9	i	8	βk	2	1,35	1,82	1,43	0,88	0	− 0,51	0,73	+ 0,24
360	18,4	s	7	βk	2	0,50	+ 1,81	1,45	0,88	0	+ 0,16	0,69	+ 0,92
361	1844 Mart. 8,1	s	7	β	2	2 48,33	− 2,03	1,13	1,18	+ 1	− 0,05	0,69	+ 0,55
362	8,6	i	7	β	1,5	49,22	2,04	1,11	1,18	+ 1	− 1,08	0,69	− 0,48
363	9,1	s	7	β	1,5	47,56	2,05	1,09	1,18	+ 1	+ 0,46	0,69	+ 1,06
364	21,0	s	7	γk	1,5	45,07	2,23	0,65	1,22	+ 1	− 0,34	0,53	+ 0,26
365	21,5	i	7	γ	2	44,54	2,23	0,63	1,22	+ 1	+ 0,14	0,53	+ 0,74
366	22,0	s	7	γk	1,5	45,73	2,24	0,61	1,22	+ 1	− 1,11	0,53	− 0,51
367	22,5	i	5	βk	2	45,82	2,24	0,59	1,22	+ 1	− 1,23	0,59	− 0,62
368	25,0	s	7	βk	1,5	45,49	2,26	0,49	1,23	− 1	− 1,02	0,69	− 0,42
369	31,5	i	5	γ	2	44.40	2,31	0,24	1,25	− 1	− 0,68	0,44	− 0,07
370	Apr. 3,5	i	7	βk	1,5	43,42	2,32	0,12	1,25	− 1	+ 0,32	0,69	+ 0,93
371	4,0	s	5	γw	1,5	44,28	2,32	0,10	1,26	− 1	− 0,49	0,44	+ 0,13
372	5,5	i	5	ak	2	44,81	2,32	0,04	1,26	− 1	− 0,79	0,87	− 0,18
373	6,0	s	4	γw	2	45,58	2,32	− 0,01	1,26	− 1	− 1,47	0,37	− 0,85
374	10,0	s	7	δk	1,5	46,10	2,31	+ 0,15	1,27	− 1	− 1,39	9,53	− 0,78
375	10,5	i	5	βw	2	44,63	2,31	0,16	1,27	− 1	+ 0,13	0,59	+ 0,75
376	14,0	s	7	βk	2	45,41	2,30	0,30	1,28	− 1	− 0,37	0,69	+ 0,25
377	15,5	i	7	βk	2	45,30	2,29	0,36	1,29	− 1	− 0,04	0,69	+ 0,59
378	16,0	s	7	βk	1,5	45,31	2,29	0,38	1,29	− 1	+ 0,05	0,69	+ 0,67
379	16,5	i	7	a	2	46,11	2,28	0,40	1,29	− 1	− 0,63	0,95	0,00
380	17,0	s	7	γw	2	45,53	2,28	0,41	1,29	− 1	+ 0,08	0,53	+ 0,70
381	30,9	s	6	δ	2	51,15	2,12	0,94	1,33	+ 1	− 0,82	0,49	− 0,19
382	Maji 1,4	i	7	a	2	50,94	2,11	0,95	1,33	+ 1	− 0,36	0,95	+ 0,28
383	1,9	s	7	δk	1,5	51,95	2,10	0,97	1,33	+ 1	− 1,12	0,53	− 0,48
384	2,4	i	5	ak	2	52,75	2,10	0,99	1,33	+ 1	− 1,65	0,87	− 1,00
385	2,9	s	7	γk	1,5	51,82	2,09	1,01	1,34	+ 1	− 0,45	0,53	+ 0,20
386	3,4	i	7	ak	2	51,83	2,08	1,03	1,34	+ 1	− 0,16	0,95	+ 0,49
387	3,9	s	7	γk	1,5	52,17	2,07	1,05	1,34	+ 1	− 0,22	0,53	+ 0,43
388	5,9	s	5	γw	1,5	53,23	2,03	1,11	1,34	+ 1	− 0,17	0,44	+ 0,48
389	6,9	s	5	γk	1,5	53,87	2,01	1,15	1,35	+ 1	− 0,30	0,44	+ 0,35
390	9,9	s	5	γ	1,5	55,36	1,94	1,25	1,35	+ 1	− 0,44	0,44	+ 0,21
391	10,4	i	5	γ	2	55,00	1,94	1,26	1,36	+ 1	+ 0,14	0,44	+ 0,79
392	10,9	s	5	γ	2	56,82	1,93	1,28	1,36	+ 1	− 1,45	0,44	- 0,80
393	11,4	i	5	β	2	56,21	1,92	1,29	1,36	+ 1	− 0,60	0,59	+ 0,05
394	11,9	s	5	a	2	57,66	1,91	1,31	1,36	+ 1	− 1,80	0,87	− 1,14
395	Jun. 8,3	i	5	γ	2	3 16,77	1,22	2,03	1,43	− 1	− 2,07	0,44	− 1,37
396	12,3	i	5	a	2	19,35	− 0,99	+ 2,10	+ 1,45	− 1	− 1,38	0,87	− 0,66

IX. Aequationes finales et valores quantitatum quaesitarum, nec non quaedam de his animadvertenda.

Aequationibus conditionalibus, quales schemate praecedenti continentur, per radicem ponderum adjunctorum quadratam multiplicatis, per methodum quadratorum minimorum has accepi aequationes finales:

$$+296{,}39.x - 138{,}00.y + 238{,}52.z + 17{,}42.u + 21{,}68.v - 218{,}''09 = 0$$
$$-138{,}00.x + 964{,}96.y - 52{,}10.z + 8{,}05.u - 105{,}51.v + 59{,}95 = 0$$
$$+238{,}52.x - 52{,}10.y + 614{,}78.z - 1{,}62.u - 3{,}43.v - 189{,}11 = 0$$
$$+17{,}42.x + 8{,}05.y - 1{,}62.z + 108{,}48.u - 23{,}27.v - 11{,}02 = 0$$
$$+21{,}68.x - 105{,}51.y - 3{,}43.z - 23{,}27.u + 217{,}48.v - 12{,}28 = 0$$

Quas inter aequationes eliminatio peracta sequentia praebuit quantitatum incognitarum pretia:

$x = +0{,}^s7376$ cum errore prob. $\pm 0{,}^s0267$

$y = +0{,}''0452$ » $\pm 0{,}''0125$

$z = +0{,}''0253$ » $\pm 0{,}''0179$

$u = -0{,}^s0191$ » $\pm 0{,}^s0357$

$v = +0{,}^s0033$ » $\pm 0{,}^s0257$

Errorem singulae observationis probabilem $= \pm \frac{0{,}^s364}{\sqrt{p}}$ obtinui, ubi p pondus denotat, quale schemate Cap. VII exhibetur.

Ut calculus prolixus sine errore ad exitum perduceretur, nulla omisi adjumenta, quibus hujusmodi calculus juste peractus solito modo subinde probari potest. Postremo summam, ex quadratis errorum residuorum per $\sqrt{p}$ multiplicatorum compositam, tum ex aequationibus ipsis, ope $\Sigma pn^2 = 276{,}31$ inventi, tum ex pretiis quantitatum incognitarum in aequationes conditionales substitutis quaesivi. Priori modo hanc summam $= 113{,}60$, posteriori autem $= 113{,}75$ inveni. Qui quidem numeri tam parum inter se discrepant, ut calculus justus haberi possit.

Jam pretia quantitatum incognitarum inventa paulo propius examinare juvat. Valor igitur quantitatis u, quae tempori proportionalis est, minor errore suo probabili inventus, probat, observatorem ipsum in observando sibimet constantem, figurasque polorum instrumenti nulli mutationi insigni subjectas fuisse. Etenim ponere licet, momenta reliqua, ex quibus haec quantitas pendeat, motum dico stellae proprium numerosque Praecessionis ac Nutationis constantes, non nisi erroribus perexiguis, hic prorsus evanescentibus, obnoxia esse.

Quantitas v, quae discrimen constans inter observationes in oppositis instrumenti positionibus institutas repraesentat, ut jam in Cap. VI monitum est, ex figuris polorum atque ex flexione instrumenti, si quidem in circulo maximo non agat, pendet. Emendatio, quam

figurae polorum desiderant, si valor $\frac{1}{2}(d\alpha_{,} - d\alpha_{,}') = +0^s{,}010 \,\text{Tang}\,\delta'$, in fine Cap. IV datus, non justus est, perexigua debet esse. Pretium igitur quantitatis v inventum, nihilo fere aequale, suppositioni non contrarium est, flexionem legi circuli maximi parere.

Valor correctionis $x = +0^s{,}7376$ ascensionem rectam stellae polaris mediam pro ineunte anno 1843 $= 1^h 3^m 1^s{,}908$ praebet, cui vero insuper emendatio

$$-\tfrac{1}{4}(\varrho_s + \varrho_i + \varrho'_s + \varrho'_i)\,\text{Cosec}\,\delta\,\text{Tang}\,\delta',$$

secundum aequationem (16) Cap. IV, addenda est. Nemini mirum videbitur, tantam ascensionis rectae Besselianae emendationem inventam esse. Pro stellis enim polo tam propinquis alius astronomis videtur esse observandi modus, quam quo in aliis stellis observandis utantur, et sane cuique suus. Ita, ut cognitum est, ascensiones rectae stellae polaris a Struve et Preuss uno eodemque instrumento Dorpati observatae quantitate constante $0^s{,}844$ inter se differunt (Peters: *Num. const. Nut. p.* 18).

Ex valore quantitatis y oritur numerus Aberrationis constans $= 20''{,}453 + 0''{,}0452 = 20''{,}4982$, cum errore probabili $\pm 0''{,}0125$. Res notatu digna est, cel. Peters ex observationum serie, de qua in principio hujus opusculi mentio facta est, valorem hujus numeri fere eundem, $20''{,}503 \pm 0''{,}018$, invenisse (vide: *Resultate etc.* § 10). Haec ipsa congruentia ejusdem argumenti, quod Peters l. c. protulit, jam de tubo nostro culminatorio, mutatis scilicet mutandis, adhibendi auctoritatem adjungit. Profert nempe, numerum Aberrationis, quem ipse $= 20''{,}503 \pm 0''{,}018$ invenisset, secundum recentissimam determinationem, ab ill. Struve factam, $= 20''{,}4451$ cum errore prob. $\pm 0''{,}0111$ esse; discrimen autem inter haec pretia majus prorsus non esse, quam quod per errores probabiles et parvam quandam refractionis a theoria assumta deviationem, ex temporibus anni dieique pendentem, explicari posset; se vero congruentiam duorum pretiorum gravissimum praestantiae instrumenti, a se adhibiti, testimonium habere.

Quod denique ad Parallaxin stellae polaris attinet, cel. Peters ex sua observationum serie valorem $= +0''{,}067 \pm 0''{,}012$ deduxit. Quo cum valore Parallaxis hic inventa, $0''{,}025 \pm 0''{,}018$, intra limites errorum probabilium paene convenit. Praeterea quattuor mihi notae sunt tales Parallaxis stellae polaris determinationes, quae ea fide gaudeant, ut cum illis duabus conferri possint. Sex igitur hujus quantitatis valores, fide maxima dignos, habemus, quos, cum pretiis numeri Aberrationis simul inventis, hic in unum conferam:

a) pretia a Struve ex ascensionibus rectis, tubo transitorio Dorpatensi observatis, deducta, et a Peters ob membra Nutationis, ex excentricitate orbitae terrestris pendentia correcta (Struve: *Observ. Dorp. vol. III p. LIII*, et Peters: *Recherches sur la Parallaxe des étoiles fixes. St.-Pétersb.* 1848 *pagg.* 53—55):

Parallaxis $+0''{,}075 \pm 0''{,}034$, Aberrationis $20''{,}357 \pm 0''{,}030$;

b) a Lindenau ex 890 ascensionibus rectis a compluribus Astronomis observatis (Lindenau: *Versuch einer neuen Bestimmung etc. Berlin* 1842):

Parallaxis $+0''{,}144 \pm 0''{,}056$, Aberrationis $20''{,}449 \pm 0''{,}032$;

*

c) a Peters ex asc. rectis circulo merid. Dorpatensi observatis (Peters: *Num. const. Nut.*):

Parallaxis + 0″,160 ± 0″,027, Aberrationis 20″,425 ± 0″,017;

d) a Lundahl ex declinationibus circulo merid. Dorpatensi observatis (Lundahl: *Specimen academicum de numeris Nutat. et Aberr. etc. Helsingf.* 1842):

Parallaxis + 0″,147 ± 0″,030, Aberrationis 20″,551 ± 0″,043;

e) a Peters ex declinationibus Pulcovae observatis (Peters: *Resultate etc.*):

Parallaxis + 0″,067 ± 0″,012, Aberrationis 20″,503 ± 0″,018;

f) ex serie ascensionum rectarum hic tractata:

Parallaxis + 0″,025 ± 0″,018, Aberrationis 20″,498 ± 0″,012.

Quorum Parallaxis valorum primus cum duabus determinationibus Pulcovae factis satis bene congruit; tres autem sequentes ab iis paulo longius discrepant, quam ad errores probabiles convenit. Quod si ex omnibus sex valoribus medium, respectis ponderibus, qualia ex erroribus probabilibus prodeunt, quaerimus, valorem Parallaxis stellae polaris quam maxime probabilem = + 0″,088 ± 0″,009 obtinemus. Error hujus valoris probabilis ex erroribus singularum determinationum probabilibus deductus est. Sin autem eum ex differentiis inter valorem Parallaxis medium 0″,088 et singulas sex determinationes supputamus, erit ± 0″,014. Sex numeri Aberrationis valores, eodem modo combinati, pretium ejusdem quantitatis medium = 20″,467 ± 0″,008 seu, si error probabilis posteriori modo supputatur, ± 0″,014 praebent. Si hunc errorem probabilem verum accipimus, numerus Aberrationis ex observationibus stellae polaris deductus cum illo, quem ill. Struve Pulcovae invenit, 20″,445 ± 0″,011, intra limites errorum probabilium convenit. Haec ipsa congruentia idonea est, quae Parallaxi deductae fidem gravissimam tribuat. Praeterea forte fieri non potuit, ut sex Parallaxis determinationes, instrumentis tam diversis factae, omnes valorem positivum tanta inter se suppeditent congruentia, ut pretium ex iis medium errori probabili 0″,014 solummodo obnoxium sit.

X. Inquisitio momentorum, quae variae in observando res conditionesque ad certitudinem observationum habuerunt.

Ultimo loco ea, quae ex errorum probabilium, ad varias observationum res conditionesque pertinentium, calculo refecto prodierunt, hic breviter exponam. Quod si easdem retinemus designationes, ac in Cap. VII, errores aequationum conditionalium residui, ex nova earum solutione provenientes, singulae observationis errorem probabilem, ad unitatem ponderum (Conf. Cap. VII) reductum praebent hunc, ex variis imaginum conditionibus et ex vario filorum observatorum numero singulatim computatum:

Ex numero filorum.	ex α		ex β		ex γ		ex δ		Medium
9	$\pm 0^{s},371$	$\pm 0^{s},026$	$\pm 0^{s},369$	$\pm 0^{s},025$	$\pm 0^{s},373$	$\pm 0^{s},034$			$\pm 0^{s},371$
8	0,356	0,025	0,293	0,034	0,397	0,037			0,350
7	0,403	0,041	0,367	0,035	0,374	0,032			0 379
6	0,333	0,072	0,354	0,079	0,392	0,072			0,361
5	0,424	0,051	0,427	0,059	0,298	0,063			0,394
3 et 4	0,259	0,049	0,352	0,067	0,311	0,089			0,297
6,3							$\pm 0^{s},320$	$\pm 0^{s},039$	0,320
Medium	0,365		0,356		0,372		0,320		

Errorem probabilem ex conditione imaginis δ deductum, ut in Cap. VII, ita hic etiam unum dedi pro medio filorum numero. Jam facile intelligitur, omnes illos errores probabiles, $= \pm 0^{s},364$ (Conf. Cap. IX) esse debere, si pondera ita determinata essent, ut observationibus plene responderent. Quum vero pondera per formulas generales, singulis erroribus probabilibus quam proxime solummodo respondentes, quaesita sunt, hac ipsa ex caussa discrimina parva locum habere possunt. Credo vero, parva discrimina non impedire, quo minus pondera rite determinata haberi possint, praesertim si media pro singulis imaginis conditionibus et pro singulis filorum numeris inspicias.

Deinde ex iis observationibus, pro quibus conditiones coeli certe notae erant, hos accepi singulae observationis errores probabiles, sicut errores probabiles infra exhibitos, ad unitatem ponderum relatos:

pro observationibus per coelum serenum $\pm 0^{s},346 \pm 0^{s},013$,
pro observationibus per nubes $\pm 0^{s},364 \pm 0^{s},018$.

Quibus ex numeris concludere licet, nubes in certitudinem transituum stellae polaris nullam vim habuisse. Eodem modo cel. Peters in § 11 dissertationis «*Resultate* etc.» monstravit, nubes ad distantias ejusdem stellae zenithales nullius fere momenti fuisse.

Porro, ut certior fierem, num una eademque stellae culminatio in una sola instrumenti positione seu in ambabus observata ad certitudinem quidquam afferre valuisset, hos deduxi errores probabiles:

pro una instrumenti positione $\pm 0^{s},359 \pm 0^{s},018$
pro ambabus positionibus $\pm 0^{s},370 \pm 0^{s},018$

Nihil fere igitur interest, num hic an ille observandi modus adhibitus sit. Quum per posteriorem modum error tubi collimationis prorsus eliminetur, prior vero modus observationes ex variationibus hujus erroris intra periodos, quibus idem error constans acceptus est, pendentes reddat; concludimus, axem tubi opticum intra periodos acceptas (Conf. Cap. III) nullis penitus mutationibus subjectum fuisse.

Jam calculus ad vim inveniendam institutus, quam unum solum seu ambo signa lecta habuerint, hos praebuit errores probabiles:

pro uno signo lecto $\pm 0^s{,}354 \pm 0^s{,}019$
pro ambobus signis lectis $\pm 0^s{,}364 \pm 0^s{,}010$

Quamvis primo intuitu mirum videatur, secundum numerum priore non esse minorem, non tamen prorsus inexspectatum est. Duo enim signa, quibus instrumentum nostrum munitum est, non eadem certitudine leguntur, quum signum boreale imaginem longe meliorem praebeat quam signum australe. Quod imaginum discrimen ex majori saltem parte exinde originem ducit, quod lens interposita signi australis, quam borealis, minus perfecte fabricata est; unde exstitit, ut signum australe interdum non conspiceretur. Ita etiam ex diariis patet, quando unum tantum signum lectum fuerit, hoc boreale fuisse, idque imprimis prope ipsum meridiem locum habuisse. His monitis facile intelligitur, unum signum lectum eandem, immo majorem, praebere posse certitudinem ac duo, simulac ex utriusque signi lectionibus medium sumtum arithmeticum adhibetur. Quod si errores probabiles supra dati aequales essent, et haec aequalitas ex sola caussa nunc indicata orta fuisset, errores probabiles, quibus lectiones signorum, borealis et australis, obnoxiae forent, haberent rationem $1 : \sqrt{3}$, unde ratio ponderum esset $3 : 1$. Ad differentiam vero inter duos errores probabiles explicandam cognoveris necesse est, quanta pars eorum signis lectis tribuenda sit, et hujus ipsius partis quaenam fractio talis sit, ut ex numero signorum lectorum pendeat. Duobus enim signis lectis vis earum signorum mutationum non diminuitur, quibus ambo aequali modo afficiuntur. Nuncupemus hanc fractionem pro signo boreali ε_b et pro signo australi ε_a, exoritur aequatio

$$\tfrac{1}{4}(\varepsilon_b^2 + \varepsilon_a^2) - \varepsilon_b^2 = \frac{(0^s{,}364)^2 - (0^s{,}354)^2}{m},$$

ubi m medium denotat inter quantitates $\mathrm{Sin}^2(\varphi - \delta)\mathrm{Sec}^2\delta$ et $\mathrm{Sin}^2(\varphi + \delta)\mathrm{Sec}^2\delta$, φ et δ elevationem poli et declinationem stellae polaris denotantibus. Pro $\tfrac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_b^2 + \varepsilon_a^2)}$ valorem assumo $0^s{,}0080$ in Cap. I datum, et accipimus $\varepsilon_b = \pm 0^s{,}0066$ et $\varepsilon_a = \pm 0^s{,}0146$. Videmus itaque, lectionem signi borealis 2,2 fere vices certiorem fuisse quam australis.

Denique, monentes, his annis in specula Pulcovensi transitus stellae polaris superiores inde a 7 Aug. usque ad 3 Febr., transitus vero inferiores inde a 28 Nov. usque ad 27 Maji ante ortum et post occasum solis locum habuisse, observationum interdiu aut noctu institutarum errores probabiles accipimus hos:

pro observationibus diurnis $\pm 0^s{,}354 \pm 0^s{,}011$
» nocturnis $\pm 0^s{,}373 \pm 0^s{,}014$

Apparet, observationum interdiu et noctu factarum quam proxime eandem fuisse certitudinem.

DÉTERMINATION

DE LA PARALLAXE

DE L'ÉTOILE GROOMBRIDGE 1830.

PAR

M. O. Struve.

(Lu le 15 février 1850.)

En 1842, M. Argelander fit la découverte intéressante que l'étoile Groombridge 1830, étoile de 6me grandeur dans la constellation de la Grande Ourse, se meut sur le ciel avec un mouvement propre annuel de plus de sept secondes du grand cercle. Ce mouvement propre est le plus rapide que nous connaissions jusqu'à présent sur la sphère céleste. Or, en admettant que la grandeur du mouvement propre nous soit un indice en faveur de la proximité de l'étoile au Soleil, il s'explique facilement pourquoi tout de suite, de différents côtés, des astronomes distingués s'appliquaient à la détermination de la parallaxe de cette étoile. Le monde savant connaît les travaux de MM. Faye [1]), Peters [2]) et Wichmann [3]) concernant cet objet, et dont les deux premiers donnaient des valeurs de la parallaxe tellement différentes, qu'elles devaient jeter quelque doute sur l'exactitude des méthodes d'observation, suivies de l'un ou de l'autre côté. Le troisième résultat, celui de M. Wichmann, déduit des observations faites par feu M. Schlueter à l'aide de l'héliomètre de Königsberg, parut confirmer le résultat trouvé par M. Peters. Cependant, étant sujet à différentes objections plus ou moins graves, le résultat de M. Wichmann ne fut

---

[1]) Comptes rendus des Séances de l'Académie de Paris. Vol. 23 pag. 440 et 1074.

[2]) Mémoires de l'Académie de St.-Pétersbourg, VI Série, Tome V, Livr. 1.

[3]) Astronomische Nachrichten No. 610 et Dissertation «De Parallaxi stellae Argelandriae» auctore Wichmann. Regiomonti Pr. 1847.

regardé par l'auteur lui-même que comme une négation par rapport à la grande parallaxe trouvée par M. Faye, mais nullement comme une confirmation de celle de M. Peters. En renvoyant, pour se former un jugement sur les travaux antérieurs, aux discussions intéressantes qui ont eu lieu, sur cet objet, entre M. Faye et M. W. Struve, et qui sont consignées dans les Comptes rendus de l'Académie de Paris[4]), je passe directement à une relation détaillée des observations que j'ai faites, sur l'invitation de M. W. Struve, à l'aide de la grande lunette parallactique de l'Observatoire central, dans le but de contribuer de mon côté à une connaissance plus exacte de la parallaxe de l'étoile en question.

L'étoile Groombridge 1830 se trouve dans une partie du ciel extrêmement pauvre en étoiles. Même avec le grossissement le plus faible de notre lunette, et qui a un champ de 11 minutes, on n'aperçoit, dans le même champ avec cette étoile, qu'une seule petite étoile télescopique, trop faible pour se prêter aux mesures micrométriques exactes de distance et de position. Or, ce genre d'observation n'étant point applicable, il fallait choisir entre les méthodes des différences en Æ ou en déclinaison. De ces deux méthodes, la dernière s'approche de l'exactitude des mesures micrométriques directes, tandisque la première laisse trop de vague pour des déterminations aussi délicates que celles des parallaxes des étoiles fixes, vu qu'il y faut diviser, par la vue, à l'aide de l'estime, un espace de plusieurs secondes, défini par l'ouïe qui saisit les battements de l'horloge employée. Par conséquent, je n'ai pas hésité à me décider en faveur de la méthode des différences en déclinaison.

Dans l'application de cette méthode d'observation, pour le but de la détermination de la parallaxe d'une étoile, il est de la plus haute importance de choisir convenablement les étoiles de comparaison. La position la plus favorable de ces étoiles est telle, que l'étoile dont on cherche la parallaxe, se trouve exactement à mi-chemin entre les étoiles de comparaison, soit en déclinaison soit en Æ. Or, comme une disposition parfaitement symétrique des étoiles de comparaison, par rapport à l'étoile principale, n'aura lieu que dans des cas exceptionnels, il faut tâcher en général de s'approcher de cette symétrie autant que possible. En outre, il est requis que les différences en déclinaison, entre l'étoile principale et chacune des étoiles de comparaison, ne surpassent pas le diamètre d'un cercle qui circonscrit la partie du champ de la lunette où les images sont les plus nettes. Enfin les différences en Æ ne doivent pas être trop grandes, pour ne pas trop exposer la lunette à des changements accidentels de position, dans les intervalles entre les passages des différentes étoiles.

Guidé par ces considérations, je fis le 4 Novembre 1847, une liste de toutes les étoiles visibles dans le voisinage de Groombridge 1830, en prenant pour limite des différences en Æ, 4 minutes en temps, et pour celle des différences en déclinaison 5 minutes du grand cercle. Voici cette liste, qui donne les positions approchées de ces étoiles par rapport à Groombridge 1830:

---

[4]) Comptes rendus, Vol. 25 pag. 136 — 147 et Vol. 26 pag. 64 — 76.

	Diff. en *AR*.	Diff. en décl.	Grandeur.
1.	$-3^m\ 6^s$	$+3'$	(9.10)
2.	$-2\ 18$	-3	(8.9)
3.	$-1\ 14$	$+3$	(11)
4.	$-0\ 35$	$+3$	(11)
5.	$+0\ 51$	$+1$	(10.11)
6.	$+1\ 58$	$-0{,}5$	(8.9)
7.	$+2\ 22$	$+5$	(8)

Dans cette liste, les étoiles 2 et 7 sont le plus symétriquement disposées des deux côtés de l'étoile principale. Ce sont ces étoiles qui avaient servi aux mesures de Schlueter. Cependant la différence en décl. de 5 minutes pour l'étoile 7 m'aurait obligé à me servir du grossissement le plus faible de notre lunette, ce que je voulais éviter, si cela était faisable, pour ne pas trop augmenter les erreurs accidentelles des observations. En outre, il était d'un certain intérêt que l'une des étoiles de comparaison fût la même dont s'était servi M. Faye dans ses recherches. Cette étoile étant la 6me de la liste précédente, le choix de l'autre étoile de comparaison devait s'arrêter sur 1, vu que les deux autres étoiles, 3 et 4, qui se trouvent dans le même quadrant à partir de Groombridge 1830, étaient trop faibles pour être favorablement observées au champ illuminé de la lunette.

Pour plus de simplicité, je désignerai, dans ce qui suit, l'étoile Groombridge 1830 par G, l'étoile précédente 1, qui est la plus boréale, par b et l'étoile 7, la plus australe, par a. Les différences en déclinaison mesurées entre b et G seront désignées par Δb, entre a et G par Δa, enfin leurs sommes ou la différence en déclinaison entre les deux étoiles de comparaison par Δab.

Les opérations nécessaires pour la détermination d'une différence en déclinaison entre deux astres, à l'aide d'un équatorial pourvu d'un micromètre filaire, se succèdent en général dans l'ordre suivant. On place les fils parallèles du micromètre dans la direction du mouvement diurne des astres, et l'on observe, dans cette position de l'appareil, l'indication de la vis micrométrique correspondante à la coïncidence des fils. Ensuite on dirige le fil fixe du micromètre (*) sur l'étoile précédente, à l'aide de la vis de rappel appliquée au cercle de déclinaison. Ayant auparavant placé le fil mobile approximativement dans la position où l'étoile suivante passera par le champ, on produit, par un petit mouvement de la vis micrométrique, une bissection de cette étoile par le fil mobile, au moment où elle se trouve au milieu de la corde qu'elle décrit au champ de la lunette par le mouvement diurne. Enfin on n'a qu'à lire encore l'indication du micromètre et l'observation est achevée.

(*) Pour ne pas confondre les fils du micromètre, je désigne ici par fil fixe du micromètre celui des deux fils parallèles, qui ne change pas sa position, si l'on tourne la vis micrométrique, quoique dans tous les micromètres construits dans les ateliers de Munich, ce fil soit également susceptible d'un mouvement qui nous permet de changer à volonté le lieu de coïncidence des deux fils.

Dans cette opération, on suppose tacitement que la direction de la lunette n'ait point changé en déclinaison, dans l'intervalle entre les passages des deux étoiles comparées. En général, dans un instrument solide et construit d'après de justes principes de mécanique, cette supposition sera vraie tant qu'il n'y a pas de circonstances extérieures, par exemple de changements brusques dans l'état de l'atmosphère, qui exercent une action nuisible. En tout cas, l'influence de ces causes perturbatrices ne sera que très petite, si l'intervalle entre les deux passages consécutifs n'est pas excessivement grand. Cependant, vu qu'il est impossible d'éviter entièrement ces actions, il faut, dans toutes les recherches délicates, au moins tâcher d'arranger les observations de sorte, que les perturbations n'exercent aucune influence sur les résultats, ou que les observations elles-mêmes les fassent connaître.

Ce furent principalement ces considérations qui nous engagèrent à baser les recherches sur la parallaxe de Groombridge 1830 sur des comparaisons à faire avec deux étoiles situées symétriquement des deux côtés de l'étoile à examiner. Toutes les causes perturbatrices dont je parle, comme les actions thermométriques ou hygrométriques etc., n'agissent point subitement ou par sauts, mais peu à peu dans de plus longues périodes. Il s'en suit que, dans des intervalles de plus courte durée, l'action en doit être supposée proportionnelle à la durée de ces intervalles. Dans la moyenne d'un très grand nombre d'observations exécutées sous des conditions aussi différentes qu'elles le sont dans le courant de l'année ou dans des saisons opposées, les perturbations se compenseront de très près. Par conséquent nous pouvons regarder la moyenne arithmétique de toutes les valeurs Δab comme libre de l'influence de ces causes perturbatrices; et, en comparant les valeurs isolées avec cette moyenne, nous trouvons, pour chaque jour, la quantité du déplacement qu'a subi la lunette dans l'intervalle égal à la différence en AR entre les deux étoiles de comparaison. Enfin, pour avoir les corrections correspondantes de Δb et Δa, il ne reste qu'à répartir la quantité trouvée pour Δab, sur les Δb et les Δa, en proportion des différences en AR, entre b et G et entre G et a, à la différence totale en AR entre b et a. Il s'entend que cette méthode de corriger les observations renferme la condition que les Δab mesurés soient d'avance délivrés de tout changement périodique, d'après de certaines lois connues, ou séculaire.

Dès les premiers jours d'observation, je fis la remarque que le mouvement de la lunette, à l'aide de la vis de rappel appliquée au cercle de déclinaison, produisait une tension dans le bras du levier sur lequel cette vis agit directement. Cette tension était plus forte, en raison que le frottement des pivots de l'axe de déclinaison dans son canon, augmentait par un grand froid ou dans des positions très inclinées de cet axe. Elle produisait un petit déplacement subit de la lunette, et qui eut lieu après que j'avais dirigé le fil fixe du micromètre exactement sur l'étoile. J'aurais pu diminuer ou anéantir l'influence de ce déplacement sur les résultats, en tournant alternativement la vis dans les deux sens opposés; mais cet expédient ne me parut pas aussi sûr qu'un autre auquel j'eus recours.

A l'aide de la vis de rappel en déclinaison, je dirigeais la lunette de sorte que, dans des angles horaires orientaux, l'étoile précédente restât à une distance de quelques dixièmes de seconde au nord du fil fixe et, en suivant le mouvement de l'étoile dans son parallèle, à l'aide de la vis sans fin du cercle horaire, j'attendais le moment où, par le changement de la réfraction, l'étoile s'abaissait sur le fil. A l'ouest du méridien au contraire, l'étoile devait être placée un peu au sud du fil fixe pour qu'une bissection pût être produite par le changement de réfraction. De cette manière j'étais sûr que chaque tension, produite dans l'appareil par le mouvement de rappel, avait cessé d'agir avant que la bissection eût lieu, et l'observation elle-même était plus exacte, vu que je n'avais à faire attention qu'au seul phénomène de la bissection, phénomène que je voyais se préparer peu à peu. C'est donc une méthode d'observation analogue à celle des distances zénithales à l'aide d'un cercle vertical, où l'on ne dirige pas le fil exactement sur l'étoile, mais on attend le passage de l'étoile par le fil horizontal, avec cette seule différence que, dans notre cas, le changement de réfraction remplace le changement de hauteur produit par le mouvement diurne des astres.

Dans notre latitude et sous un angle horaire de 5 heures, l'étoile Groombridge 1830 a une hauteur de 40^0 à peu près, et le changement horaire de hauteur est approximativement de $7^0,5$. La réfraction varie ici de $2'',4$ avec chaque degré de hauteur. Or, ayant placé l'étoile à la distance d'une demi-seconde au nord ou au sud du fil fixe, je devais attendre environ 1,6 minutes jusqu'à ce que la bissection fut effectuée par le changement de réfraction. Cette perte de temps se répétant nombre de fois, le temps total employé chaque soir à l'exécution d'une observation complète fut considérablement augmenté. Mais considérant que, dans une recherche aussi délicate que celle des parallaxes, la réussite dépend principalement de l'exactitude des observations, je n'ai pas hésité à suivre cette méthode d'observation, dans tous les cas où elle était applicable.

Près du méridien, la méthode tombe en défaut parce que le changement de hauteur et le changement de réfraction qui en dépend, deviennent trop lents. Heureusement dans ces positions le mouvement en déclinaison de notre lunette, est plus doux que pour de très grands angles horaires. Voilà pourquoi dans les petits angles horaires, j'ai mieux réussi à produire une bissection à l'aide de la vis de rappel en déclinaison. En donnant à cette vis le dernier mouvement alternativement dans un sens direct et indirect, je tâchais en outre d'éviter les erreurs constantes qui auraient pu se produire par suite des tensions. Néanmoins je ne crois pas que les observations de ce genre peuvent prétendre au même degré d'exactitude, que celles où la bissection a été produite par le changement de réfraction. Cette conviction, gagnée par l'expérience d'une année, me décida à éviter plus tard entièrement les observations trop voisines du méridien. Ce n'est donc que dans la première moitié de mon travail que se trouvent quelques observations où la bissection de l'étoile précédente par le fil fixe du micromètre, ait été effectuée par le mouvement de la lunette.

*

Les ondulations des images donnent naturellement une certaine incertitude à l'observation de la bissection. La bissection exacte ou moyenne a lieu, lorsqu'il y a des oscillations égales de l'étoile des deux côtés du fil.

L'exactitude avec laquelle le moment de la bissection moyenne est saisi, dépend de l'état plus ou moins favorable des images. Par un calme parfait, on s'approchera davantage en général de la bissection moyenne, que lorsque les images sont très ondulantes. Mais, même par un calme parfait, on restera indécis, pendant quelque temps, si la bissection moyenne a déjà lieu, en toute rigueur, ou non. La durée de cette indécision variera selon le degré de sensibilité de la vue de l'astronome, et dépendra en outre de la force optique de la lunette et du grossissement employé. J'appelle le moment où l'oeil cesse d'apercevoir les inégalités dans les sauts de l'astre des deux côtés du fil, le moment de la première bonne bissection. D'après ce que nous venons de dire, le lieu de l'astre dans ce moment, différera d'une quantité constante de celui qu'il occupe au moment de la bissection moyenne, quantité qui reste la même approximativement dans toutes les hauteurs et pour chaque état de l'atmosphère. La hauteur de l'objet sur l'horizon agira seulement à varier la durée nécessaire pour passer de la première bonne bissection, à celui de la bissection moyenne, sans avoir une influence sur la différence des lieux de l'astre à ces deux époques.

Le moment de la première bonne bissection étant de nature plus définie, que celui de la bissection moyenne, je m'étais fait la règle, de l'observer toujours d'une manière autant que possible constante. Or, la bissection moyenne étant proprement le phénomène à observer, chaque Δb ou Δa, que nous avons trouvé, est sujet à une petite correction constante. Cette correction, quoique constante en grandeur, est de signe contraire des deux côtés du méridien, vu que, par l'effet du changement de réfraction, à l'est du méridien, l'étoile précédente doit s'abaisser, à l'ouest au contraire s'élever sur le fil. En outre, le signe de cette correction dépend de la position plus boréale ou plus australe de l'étoile précédente par rapport à l'étoile suivante. Dans notre cas, b étant plus boréale que G, et G plus boréale que a, nous avons dû trouver soit les Δb, soit les Δa, un peu trop petits à l'est, et un peu trop grands à l'ouest du méridien.

La différence du signe de la correction, des deux côtés du méridien, nous fournit le moyen d'en déterminer la valeur numérique. La somme $\Delta b + \Delta a$ ou Δab, c'est-à-dire la différence en déclinaison entre les deux étoiles de comparaison, devant être une quantité constante, tant que ces deux étoiles n'ont ni un mouvement propre, ni une parallaxe sensible, la différence moyenne entre les Δab déterminés à l'est et à l'ouest du méridien, nous donne quatre fois la correction à ajouter à chaque Δb ou Δa observé, pour le faire répondre à la bissection moyenne.

Notre lunette parallactique est pourvue de deux micromètres filaires, d'égale construction et d'égales dimensions. Voyez en les détails dans la «*Description de l'Observatoire central* pag. 192». Quoiqu'un examen fait avec le plus grand soin, à l'aide d'un micro-

scope, nous ait indiqué une égalité parfaite des vis, dans les deux micromètres, je me suis servi cependant, dans la recherche actuelle, constamment du même appareil micrométrique.

Avant de commencer la série d'observations sur la parallaxe de Groombridge 1830, de nouveaux fils d'araignée furent placés dans le micromètre. Après l'usage de quatre mois, ces fils ne paraissaient plus être parfaitement tendus, et par cette raison, de nouveaux fils, très fins et d'une régularité distinguée, furent placés le 5 Avril 1848. Ces fils sont restés jusqu'à la fin de cette série d'observations. Actuellement, après l'usage de deux ans, les épaisseurs de ces fils ne soutendent des angles visuels que de 0",32.

Je m'étais fait la règle de ne regarder l'observation d'un jour comme complète, que dès que j'aurais comparé l'étoile Groombridge 1830 huit fois avec chacune des deux étoiles voisines. Ces observations devaient être exécutées dans l'ordre suivant. Ayant placé les fils du micromètre dans la direction du mouvement diurne, la tête de la vis micrométrique étant tournée vers le sud (Position I du micromètre), je déterminais quatre fois Δb et quatre fois Δa. Puis, après avoir tourné le micromètre de 180°, de sorte que maintenant la vis micrométrique se trouvait au nord de l'appareil (Position II du micromètre), j'observais dans l'ordre inverse, quatre fois Δa et quatre fois Δb. Avant et après chaque série de quatre comparaisons, le point zéro du micromètre, correspondant à la coïncidence des fils, fut soigneusement déterminé, pour vérifier qu'aucun changement n'y avait eu lieu. Cette détermination de la coïncidence se fait en produisant le contact entre le fil mobile du micromètre et le fil fixe, des deux côtés de ce dernier. Proprement dit, le vrai contact entre les deux fils n'avait pas lieu. Je laissais toujours un petit trait de lumière entre les deux fils noirs, trait qu'on parvient, avec quelque exercice, à rendre de même largeur, des deux côtés du fil fixe, avec l'exactitude de peu de centièmes de seconde. La moyenne entre les deux lectures correspondantes de la division sur la tête de la vis micrométrique, nous donne alors le point zéro. Il s'entend que, dans cette détermination, ainsi que dans toutes les autres mesures exécutées à l'aide de la vis micrométrique, le dernier mouvement de cette vis a été constamment donné dans le même sens direct.

La copie suivante d'une observation complète, tirée de mon journal d'observation, servira à donner une idée exacte de l'arrangement symétrique de mes observations.

Observations de Groombridge 1830.

Le 24 Mars 1849.

Position I du micromètre.

1. *G* et *b*. Therm. = — 1°,4 R.

Coïnc.	Comm. 9^h 14^m, achevé 9^h 32^m.	Coïnc.
$58^r,985$	$76^r,909$	$58^r,996$
59,187	76,961	59,178
59,086	76,910	59,087
	76,920	
	Moy. = 76,925	

2. *G* et *a*. Therm. = — 1°,7 R.

Coïnc.	Comm. 8^h 59^m, achevé 9^h 9^m.	Coïnc.
$58^r,997$	$61^r,804$	$58^r,984$
59,169	61,790	59,188
59,083	61,839	59,086
	61,808	
	Moy. = 61,810	

Position II du micromètre.

1. *G* et *a*. Therm. = — 1°,7 R.

Coïnc.	Comm. 8^h 40^m, achevé 8^h 54^m.	Coïnc.
$58^r,987$	$56^r,364$	$58^r,997$
59,189	56,356	59,179
59,088	56,363	59,088
	56,240	
	Moy. = 56,331	

2. *G* et *b*. Therm. = — 2°,5 R.

Coïnc.	Comm. 8^h 20^m, achevé 8^h 37^m.	Coïnc.
$59^r,004$	$41^r,249$	$58^r,993$
59,170	41,155	59,189
59,087	41,222	59,091
	41,217	
	Moy. = 41,211	

Nous en tirons les résultats suivants:

			Coïncidence	Indication moy. du micr.	
I.	1.	donne	$59^r,086$	$76^r,925$	$\Delta b = 17^r,839$
II.	2.	«	59,089	41,211	$\Delta b = 17,878$
I.	2.	«	59,084	61,810	$\Delta a = 2,726$
II.	1.	«	59,088	56,331	$\Delta a = 2,757$

Toutes nos observations complètes ont été faites à l'analogie de celle-ci, au même nombre et dans la même succession des différentes opérations.

Je donnerai maintenant le tableau de toutes les observations complètes. Le nombre total de mes observations s'élève à 56. De ce nombre, j'ai rejeté 9, dans lesquelles je n'avais pas réussi, à cause d'un changement subit dans l'état de l'atmosphère, d'exécuter le nombre arrêté de comparaisons avec les deux étoiles. Il me reste donc 47 observations complètes. Le grossissement employé a été constamment le même dans toutes ces observations, savoir No. II, de 207 fois. Ce n'est que pour l'ajustement du foyer de la lunette, que j'ai préféré d'employer un grossissement plus fort. Cette précaution observée surtout dans le dernier temps de mes observations, a dû contribuer beaucoup à produire une harmonie plus complète dans les résultats déduits des observations de la dernière moitié.

Les tableaux I et II contiennent:

Dans la	colonne	I	la date de l'observation,
«	«	II	le temps sidéral,
«	«	III	la température en degrés de Réaumur,
«	«	IV	la moyenne des deux coïncidences déterminées avant et après chaque série de quatre comparaisons,
«	«	V	la moyenne des quatre indications de la vis micrométrique, de chaque série. La différence entre cette quantité et la valeur correspondante de la coïncidence, donnée dans la col. IV, nous fournit alors la différence cherchée en déclinaison, exprimée en révolutions de la vis,
«	«	VI	la correction dépendante de la réfraction, exprimée en fractions de seconde,
«	«	VII	les Δb ou Δa exprimés en secondes et corrigés pour l'effet de la réfraction.

Pour transformer chaque Δb et Δa, donné en révolutions de la vis micrométrique, en un nombre correspondant de secondes, je me suis servi de la valeur d'une révolution $r = 9'',7319 - 0'',00022\,t$, où t signifie la température donnée en degrés de Réaumur (voyez Description de l'Observatoire central pag. 193). Le calcul de la correction dépendante de la réfraction a été fait d'après les formules et les tables données dans l'ouvrage de M. W. Struve: *Beobachtungen des Halleyschen Cometen* pag. 82, 83.

Tableau I.

Observations de Δb.

Date			Temps sid.	Tempér.	Coïncidence	Micromètre	Correction pour réfr.	Δb
1847	Nov.	22	5h 49m	— 7°,6	55r,418	72r,439	+ 0″,12	165″,80
			6 52	— 8,0	55,406	38,389	0,08	165,72
	—	27	5 43	— 1,0	54,870	71,874	0,12	165,60
			6 50	— 1,2	54,855	37,850	0,09	165,59
	—	28	5 50	— 3,1	55,197	72,230	0,12	165,90
			6 52	— 3,5	55,177	38,121	0,08	166,08
	—	29	6 23	— 3,5	57,202	74,201	0,09	165,54
			7 23	— 3,8	57,183	40,142	0,07	165,93
	Déc.	9	7 15	+ 0,4	56,099	73,163	0,07	166,14
			8 30	0,0	56,094	39,020	0,07	166,23
	—	27	6 33	— 10,5	56,820	73,896	0,09	166,31
			7 40	— 11,7	56,804	39,689	0,07	166,68
1848	Mars	17	12 4	— 0,4	57,772	74,966	0,05	167,38
			13 22	— 1,0	57,738	40,477	0,06	168,04
	—	18	7 56	+ 1,0	56,701	73,907	0,07	167,51
			8 59	+ 0,5	56,686	39,452	0,06	167,78
	—	22	13 30	— 0,4	56,824	74,101	0 06	168,19
			14 26	— 0,8	56,782	39,524	0 06	168,02
	—	25	13 51	— 5,5	58,270	75,486	0 06	167,63
			14 53	— 5,8	58,236	40,997	0,06	167,86
	—	27	12 52	— 2,2	57,708	74,945	0,05	167,81
			13 59	— 1,9	57,670	40,394	0,06	168,19
	—	30	14 8	+ 0,9	57,492	74,733	0,06	167,84
			14 58	+ 0,6	57,450	40,177	0,06	168,15
	Avril	11	13 2	+ 0,4	58,366	75,690	0,05	168,65
			14 2	— 0,1	58,346	41,016	0,06	168,71
	—	14	13 14	+ 4,4	58,263	75,574	0,06	168,51
			14 11	+ 3,9	58,247	40,894	0,06	168,93
	—	18	12 59	+ 3,5	57,404	74,743	0,05	168,78
			13 50	+ 2,9	57,386	40,033	0,06	168,93
	—	22	13 28	+ 8,8	57,228	74,522	0,06	168,33
			14 18	+ 8,0	57,212	39,857	0,06	168,93
	—	27	13 45	+ 4,0	57,859	75,211	0,06	168,91
			14 41	+ 3,1	57,844	40,441	0,06	169,41
	Mai	5	13 2	— 1,0	57,090	74,406	0,05	168,57
			13 50	— 1,0	57,083	39,731	0,06	168,93
	—	6	13 58	+ 0,8	56,844	74,199	0.06	168,95
			14 47	— 0,1	56,837	39,509	0,06	168,70
	—	10	14 5	+ 8,0	54,968	72,318	0,06	168,88
			15 0	+ 7,1	54,952	37,603	0,06	168,88
	—	15	13 34	+ 5,1	57,517	74,896	0,06	169,17
			15 14	+ 4,0	57,507	40,134	0,07	169,13

Tableau I.

Observations de Δb.

Date			Temps sid.		Tempér.	Coïncidence	Micromètre	Correction pour réfr.	Δb
			h	m	°	r	r	"	"
1848	Mai	18	15	48	+ 12,9	58,924	76,332	+ 0,07	169,43
			16	40	+ 12,1	58,916	41,484	0,09	169,69
	Juin	2	15	46	+ 10,1	57,514	74,864	0,07	168,88
			16	50	+ 9,1	57,504	40,123	0,09	169,21
	—	8	16	22	+ 9,0	57,517	74,914	0,08	169,35
			17	16	+ 8,2	57,500	40,051	0,10	169,88
	—	16	16	54	+ 10,9	57,636	75,004	0,09	169,07
			17	46	+ 10,0	57,613	40,191	0,12	169,63
	—	19	17	1	+ 11,0	58,346	75,726	0,09	169,19
			17	28	+ 9,8	58,332	40,934	0,11	169,39
	Oct.	13	6	38	— 0,7	59,094	76,644	0,09	170,89
			7	36	— 0,7	59,101	41,560	0,07	170,79
	Déc.	1	6	18	— 4,9	57,560	75,199	0,10	171,78
			7	18	— 4,8	57,556	39,920	0,08	171,73
1849	Janv.	20	8	50	— 7,7	57,560	75,249	0,06	172,24
			9	54	— 8,0	57,559	39,812	0,06	172,80
	—	30	6	52	— 11,7	57,820	75,570	0,09	172,88
			8	0	— 13,1	57,824	40,054	0,07	173,06
	Févr.	6	7	38	— 12,0	56,481	74,209	0,07	172,65
			8	35	— 12,0	56,476	38,674	0,06	173,36
	—	26	8	0	— 12,9	57,556	75,316	0,07	172,96
			9	0	— 13,7	57,557	39,704	0,06	173,86
	Mars	10	8	48	— 11,8	57,182	74,989	0,06	173,40
			9	40	— 12,2	57,183	39,316	0,06	173,99
	—	15	9	3	— 8,3	55,669	73,523	0,06	173,85
			9	55	— 8,6	55,667	37,712	0,06	174,83
	—	20	8	8	— 4,6	58,892	76,740	0,07	173,79
			9	0	— 4,6	58,895	41,039	0,06	173,85
	—	24	8	28	— 1,4	59,086	76,925	0,07	173,68
			9	23	— 2,5	59,089	41,211	0,06	174,06
	Avril	6	10	36	— 6,7	55,134	73,037	0,06	174,32
			11	25	— 6,4	55,137	37,225	0,06	174,40
	—	27	13	52	+ 2,3	58,216	76,144	0,06	174,52
			14	38	+ 2,4	58,198	40,184	0,06	175,36
	Mai	8	13	6	+ 1,0	56,702	74,628	0,06	174,51
			13	53	+ 0,9	56,697	38,738	0,06	174,83
	—	11	13	6	+ 2,0	55,683	73,588	0,06	174,30
			13	54	+ 1,6	55,674	37,734	0,06	174,64
	—	17	14	4	+ 10,5	59,324	77,261	0,06	174,58
			14	58	+ 8,8	59,319	41,322	0,07	175,18
	Oct.	25	5	43	+ 1,2	56,335	74,460	0,13	176,52
			6	45	+ 1,2	56,333	38,140	0,09	177,14

Tableau I.

Observations de Δb. Continuation.

Date			Temps sid.	Tempér.	Coïncidence	Micromètre	Correction pour réfr.	Δb
1849	Nov.	24	6h 15m	− 11°,5	58r,010	76r,248	+ 0",10	177",64
			7 10	− 12,1	58,008	39,735	0,08	177,96
	—	25	6 15	− 13,0	55,533	73,778	0,10	177,71
			7 11	− 13,5	55,538	37,318	0,08	177,46
	—	28	6 24	− 6,1	53,604	71,798	0,10	177,19
			7 18	− 7,0	53,598	35,367	0,08	177,53
	Déc.	1	6 14	− 7,5	54,226	72,435	0,10	177,34
			7 14	− 7,9	54,222	35,985	0,08	177,59
	—	2	6 14	− 9,2	57,970	76,202	0,10	177,57
			7 12	− 9,9	57,970	39,709	0,08	177,83

Tableau II.

Observations de Δa.

Date			Temps sid.	Tempér.	Coïncidence	Micromètre	Correction pour réfr.	Δa
1847	Nov.	22	6h 12m	− 7°,8	55r,412	58r,828	+ 0",02	33",27
			6 30	− 7,8	55,409	51,920	0,02	33,98
	—	27	6 9	− 1,1	54,867	58,341	0,02	33,83
			6 28	− 1,1	54,864	51,361	0,02	34,11
	—	28	6 14	− 3,3	55,187	58,662	0,02	33,84
			6 31	− 3,3	55,184	51,722	0,02	33,71
	—	29	6 45	− 3,6	57,196	60,684	0,02	33,97
			7 1	− 3,7	57,190	53,706	0,02	33,93
	Déc.	9	7 41	+ 0,2	56,102	59,548	0,01	33,55
			8 2	+ 0,2	56,079	52,638	0,01	33,50
	—	27	7 0	− 11,4	56,823	60,262	0,02	33,49
			7 19	− 11,6	56,819	53,412	0,02	33,19
1848	Mars	17	12 27	− 0,6	57,776	61,132	0,01	32,67
			12 48	− 0,6	57,743	54,348	0,01	33,05
	—	18	8 19	+ 0,8	56,706	60,048	0,01	32,53
			8 35	+ 0,8	56,685	53,367	0,01	32,30
	—	22	13 48	− 0,6	56,822	60,144	0,01	32,34
			14 5	− 0,6	56,786	53,456	0,01	32,42
	—	25	14 12	− 5,7	58,268	61,591	0,01	32,35
			14 31	− 5,7	58,228	54,908	0,01	32,33
	—	27	13 12	− 2,0	57,714	61,023	0,01	32,21
			13 33	− 2,0	57,668	54,321	0,01	32,58
	—	30	14 25	+ 0,6	57,490	60,811	0,01	32,33
			14 40	+ 0,6	57,450	54,136	0,01	32,26
	Avril	11	13 21	+ 0,2	58,364	61,641	0,01	31,90
			13 39	+ 0,2	58,353	55,052	0,01	32,14

Tableau II.

Observations de Δa.

Date			Temps sid.	Tempér.	Coïncidence	Micromètre	Correction pour réfr.	Δa
1848	Avril	14	13ʰ 36ᵐ	+ 4°,1	58ʳ,264	61ʳ,536	+ 0″,01	31″,85
			13 52	+ 4,1	58,248	54,938	0,01	32,22
	—	18	13 16	+ 3,3	57,404	60,636	0,01	31,46
			13 32	+ 3,3	57,389	54,102	0,01	32,00
	—	22	13 46	+ 8,0	57,229	60,536	0,01	32,19
			14 2	+ 8,0	57,208	53,930	0,01	31,91
	—	27	14 4	+ 3,5	57,856	61,116	0,01	31,73
			14 20	+ 3,5	57,838	54,594	0,01	31,58
	Mai	5	13 20	— 1,0	57,089	60,352	0,01	31,77
			13 34	— 1,0	57,076	53,808	0,01	31,81
	—	6	14 13	0,0	56,844	60,138	0,01	32,07
			14 28	0,0	56,829	53,573	0,01	31,70
	—	10	14 24	+ 7,6	54,963	58,212	0,01	31,62
			14 41	+ 7,6	54,954	51,679	0,01	31,88
	—	15	13 56	+ 4,5	57,511	60,771	0,01	31,73
			14 55	+ 4,5	57,498	54,263	0,01	31,49
	—	18	16 4	+ 12,8	58,929	62,140	0,01	31,25
			16 22	+ 12,8	58,910	55,707	0,01	31,17
	Juin	2	16 10	+ 10,1	57,517	60,704	0,01	31,02
			16 28	+ 10,1	57,500	54,288	0,02	31,27
	—	8	16 40	+ 8,3	57,516	60,670	0,02	30,71
			16 56	+ 8,3	57,500	54,318	0,02	30,98
	—	16	17 12	+ 10,3	57,635	60,782	0,02	30,64
			17 28	+ 10,3	57,607	54,440	0,02	30,83
	—	19	16 42	+ 11,0	58,340	61,526	0,02	31,02
			17 53	+ 9,8	58,332	55,144	0,02	31,04
	Oct.	13	7 0	— 0,7	59,094	62,068	0,01	28,95
			7 18	— 0,7	59,104	56,104	0,01	29,21
	Déc.	1	6 39	— 4,7	57,558	60,433	0,01	27,99
			6 54	— 4,7	57,561	54,639	0,01	28,45
1849	Janv.	20	9 19	— 8,0	57,553	60,395	0,01	27,67
			9 35	— 8,0	57,554	54,699	0,01	27,80
	—	30	7 14	— 11,3	57,817	60,624	0,01	27,33
			7 41	— 11,3	57,823	55,067	0,01	26,83
	Févr.	6	7 56	— 12,0	56,476	59,246	0,01	26,97
			8 12	— 12,0	56,475	53,657	0,01	27,44
	—	26	8 24	— 12,9	57,554	60,330	0,01	27,04
			3 39	— 12,9	57,560	54,736	0,01	27,50
	Mars	10	9 4	— 12,2	57,182	59,922	0,01	26,68
			9 19	— 12,0	57,183	54,399	0,01	27,11
	—	15	9 20	— 8,6	55,663	58,439	0,01	27,03
			9 36	— 8,6	55,665	52,883	0,01	27,09

Tableau II.

Observations de Δa. Continuation.

Date			Temps sid.		Tempér.	Coïncidence	Micromètre	Correction pour réfr.	Δa
1849	Mars	20	8^h	27^m	— 4°,6	58^r,894	61^r,611	+ 0'',01	26'',45
			8	43	— 4,6	58,894	56,151	0,01	26,71
	—	24	8	47	— 1,7	59,084	61,810	0,01	26,54
			9	4	— 1,7	59,088	56,331	0,01	26,84
	Avril	6	10	52	— 6,7	55,132	57,872	0,01	26,68
			11	6	— 6,7	55,136	52,410	0,01	26,54
	—	27	14	8	+ 2,2	58,212	60,898	0,01	26,15
			14	21	+ 2,2	58,199	55,468	0,01	26,59
	Mai	8	13	22	+ 0,5	56,703	59,381	0,01	26,07
			13	36	+ 0,5	56,699	54,012	0,01	26,16
	—	11	13	23	+ 2,0	55,684	58,312	0,01	25,58
			13	37	+ 2,0	55,672	52,974	0,01	26,27
	—	17	14	19	+ 10,1	59,327	61,974	0,01	25,76
			14	31	+ 10,1	59,320	56,646	0,01	26,03
	Oct.	25	6	6	+ 1,1	56,334	58,686	0,01	22,90
			6	22	+ 1,1	56,328	53,955	0,01	23,10
	Nov.	24	6	34	— 11,7	58,009	60,330	0,01	22,59
			6	49	— 11,7	58,011	55,718	0,01	22,32
	—	25	6	32	— 13,2	55,538	57,827	0,01	22,28
			6	49	— 13,2	55,535	53,240	0,01	22,34
	—	28	6	41	— 6,3	53,604	55,895	0,01	22,30
			6	58	— 6,3	53,603	51,305	0,01	22,37
	Déc.	1	6	34	— 7,7	54,216	56,509	0,01	22,32
			6	54	— 7,7	54,221	51,917	0,01	22,43
	—	2	6	32	— 9,4	57,966	60,245	0,01	22,18
			6	48	— 9,4	57,969	55,675	0,01	22,33

Quoique les observations précédentes aient été exécutées sous des conditions de l'image très différentes, je ne crois cependant pas qu'il soit avantageux, pour la déduction des résultats, de leur attribuer de différents poids d'après l'état plus ou moins calme de l'image, vu que les erreurs accidentelles de cette origine, agissent en général beaucoup moins sur les résultats, que les erreurs instrumentales ou périodiques, et qui sont indépendantes des ondulations des images.

Les indications du micromètre pour la coïncidence des fils, les zéros de la mesure, varient depuis 54^r,00 jusqu'à 60^r,00. Le nombre moyen 57^r,00 correspond de très près à la coïncidence des fils s'ils se trouvent dans l'axe optique de la lunette. Je n'ai pas voulu m'éloigner davantage de cette coïncidence moyenne, pour ne pas être obligé de me servir des pas extrêmes de la vis micrométrique. Dans l'intervalle indiqué, la coïncidence a varié arbitrairement, par toutes les fractions d'une révolution. Elle restait cependant sans changement pour toutes les comparaisons d'une nuit; mais je n'ai jamais employé la

même coïncidence deux nuits de suite. C'est ainsi que nous pouvons regarder les moyennes d'un certain nombre d'observations voisines, comme à l'abri des petits défauts de division du tambour et des inégalités dans le mouvement de la vis.

En comparant entre elles les coïncidences observées la même nuit, pour la détermination soit de Δb, soit de Δa, dans les positions identiques de la vis, ou boréales ou australes, coïncidences qui devaient être les mêmes, si les observations étaient absolument exactes, nous trouvons, pour une coïncidence donnée dans les tableaux précédents ou pour la moyenne de deux coïncidences isolées, déterminée depuis le 5 Avril 1848 (date où les nouveaux fils furent placés), l'erreur probable $= 0\overset{''}{,}017$. Avant cette époque l'erreur probable est $= 0\overset{''}{,}031$, ce qui nous indique aussi que les nouveaux fils se prêtaient à une observation plus exacte que ceux de la première période. Puis, en considérant que quatre couples de coïncidences ont été observés chaque jour, on voit que l'erreur probable, dans la détermination moyenne du point zéro du micromètre de chaque jour, est $0\overset{''}{,}009$ pour la dernière, et $0\overset{''}{,}016$ pour la première période de mes observations.

Les différences entre les coïncidences déterminées chaque jour dans les positions opposées I et II du micromètre, dépendent en premier lieu de l'action de la pesanteur sur les différentes parties de l'appareil micrométrique. Le coefficient de cette action s'exprime simplement par $\sin z \cos p$, z étant la distance au zénith et p l'angle parallactique de l'astre au moment de l'observation, coefficient qui varie, pour les limites extrêmes de nos observations entre $+0{,}36$ et $+0{,}69$, restant presque constant pour des observations voisines, faites sous des angles horaires très peu différents. En outre les dites différences dépendent de l'état de tension, dans lequel se trouve le ressort qui règle les mouvements de la vis micrométrique, et peut-être aussi de la quantité de pression qu'exercent les coulisses sur les parois obliques des plans qui portent les fils d'araignée. Il s'en suit que, dès qu'on a nettoyé la vis ou qu'on a de nouveau huilé quelques parties de l'appareil micrométrique, les différences ne restent plus les mêmes qu'auparavant. C'est ainsi que nous voyons, dans les tableaux précédents, que ces différences ont changé sensiblement après chaque intervalle de plus longue durée ou lorsqu'il y avait une indication, dans notre journal d'observations, que la vis micrométrique fut nettoyée. Nous pouvons indiquer avec beaucoup de sûreté 6 périodes de nos observations, dans lesquelles nous devons supposer que la différence moyenne n'ait point changé sensiblement, savoir:

1re Période	depuis	1847 Nov. 22	jusqu'à	1847 Déc. 27
2de «	«	1848 Mars 17	«	1848 Mars 30
3me «	«	1848 Avril 11	«	1848 Juin 19
4me «	«	1848 Oct. 13	«	1849 Avril 6
5me «	«	1849 Avril 27	«	1849 Mai 17
6me «	«	1849 Oct. 25	«	1849 Déc. 2

En prenant les moyennes des coïncidences déterminées, dans chaque position du micromètre, pour la détermination de Δb ou Δa, et soustrayant la coïncidence moyenne trouvée

dans la position I du micromètre (C^I) de la coïncidence correspondante que nous a fournie la position II (C^{II}), nous avons

	1re Pér.	2de Pér.	3me Pér.	4me Pér.	5me Pér.	6me Pér.
$C^{II}-C^{I}=$	$-0^{r},0075$	$-0^{r},0335$	$-0^{r},0155$	$+0^{r},0085$	$-0^{r},0155$	$-0^{r},0040$
	− 0,0090	− 0,0180	− 0,0160	− 0,0005	− 0,0045	0,0000
	− 0,0115	− 0,0390	− 0,0165	0,0000	− 0,0105	+ 0,0010
	− 0,0125	− 0,0370	− 0,0185	+ 0,0050	− 0,0060	− 0,0035
	− 0,0140	− 0,0420	− 0,0165	− 0,0030		+ 0,0005
	− 0,0100	− 0,0410	− 0,0100	+ 0,0035		+ 0,0015
			− 0,0110	+ 0,0010		
			− 0,0135	0,0000		
			− 0,0115	+ 0,0015		
			− 0,0135	+ 0,0035		
			− 0,0135	+ 0,0035		
			− 0,0165			
			− 0,0255			
			− 0,0110			
Moy. $C^{II}-C^{I}=$	− 0,0109	− 0,0351	− 0,0149	+ 0,0021	− 0,0091	− 0,0007

ou en secondes

$$\begin{array}{llll} 1^{\text{re}} \text{ Période} & C^{II}-C^{I} & = & -0'',106 \\ 2^{\text{de}} \quad « & « & & -0,341 \\ 3^{\text{me}} \quad « & « & & -0,145 \\ 4^{\text{me}} \quad « & « & & +0,020 \\ 5^{\text{me}} \quad « & « & & -0,088 \\ 6^{\text{me}} \quad « & « & & -0,007 \end{array}$$

En général les différences $C^{II}-C^{I}$ ne sont que très petites, mais le changement d'une période à l'autre n'en est pas moins prononcé. Le signe négatif prévalant trouve son explication, si nous admettons que le poids de la vis micrométrique avec le tambour a suffi à fléchir tant soit peu le ressort de cette vis. Cette flexion a dû être d'autant plus grande que le ressort a été moins tendu. Je me souviens aussi que, dans le premier temps de ces observations, qui correspond aux $C^{II}-C^{I}$ plus grands, le mouvement de la vis a été considérablement plus doux que plus tard, ce qui prouve que dans ce temps le ressort a été moins tendu.

Pour parvenir à une connaissance approximative de l'exactitude des observations précédentes, j'ai comparé chaque détermination isolée d'un soir, faite depuis l'automne 1848, avec la moyenne correspondante de chaque série de quatre observations. Cette comparaison m'a donné l'erreur probable d'un seul $\varDelta b = 0'',270$, d'un seul $\varDelta a = 0'',204$, ou pour la moyenne des huit observations d'un soir, l'erreur probable de $\varDelta b = 0'',096$, de $\varDelta a = 0'',072$ et celle de $\varDelta ab = 0'',119$. Or, en combinant les $\varDelta b$ et les $\varDelta a$, en un seul résultat pour chaque nuit, nous déduisons l'erreur probable de la relation trouvée de G à la moyenne

entre b et $a = 0'',060$. Cela s'accorde parfaitement avec la nature des observations que les Δb sont un peu moins exactement déterminés que les Δa. La différence d'exactitude s'explique par la circonstance que, par un état moins favorable du ciel, l'étoile b était trop faible pour supporter une illumination intense du champ de la lunette, tandisque l'étoile a restait toujours bien visible, même par la plus forte illumination.

La quantité trouvée $0'',060$ ne représente cependant que l'erreur probable produite par les inégalités dans l'observation des bissections, car l'incertitude de la lecture des divisions sur le tambour de la vis, peut être regardée comme nulle. Le résultat définitif des observations de chaque nuit est encore sujet à d'autres erreurs, par exemple aux erreurs locales de la subdivision des révolutions à l'aide du tambour, à la plus ou moins parfaite élimination de l'effet d'un changement dans la direction de la lunette, à la petite et presque insignifiante incertitude dans la détermination de la coïncidence etc. Or l'erreur probable totale, qui convient aux résultats de chaque jour d'observation, ne pourra être reconnue, que par les erreurs restantes, dans les équations de condition, après la substitution des quantités cherchées.

En regardant attentivement les tableaux précédents, on remarquera qu'en général les Δb et Δa, trouvés dans la position I du micromètre, sont plus grands que ceux qui ont été déterminés dans la position II. La moyenne de ces différences s'élève pour Δb à $0'',303$, pour Δa à $0'',128$. On pourrait en conclure que les pas de notre vis micrométriques soient un peu différents, des deux côtés du point moyen de zéro. Dans ce cas, la quantité $0'',303$ trouvée pour les Δb, en correspondant à 18 révolutions de la vis, demanderait une augmentation de $0'',017$ de la valeur d'une révolution de la vis, pour les parties depuis $39^r,0$ à $57^r,0$, relativement à la valeur qui a lieu depuis $57^r,0$ à $75^r,0$. Cette conclusion cependant ne me paraît pas admissible, vu que l'examen soigneux de la vis, exécuté à l'aide du microscope, ne nous avait point indiqué la moindre différence dans ses parties successives. Je suis plutôt incliné à attribuer les différences observées, à une individualité de ma manière d'observer la bissection de l'étoile par le fil mobile. Avant que l'étoile suivante entrât dans le champ de la lunette, j'avais toujours placé le fil mobile du micromètre de sorte, que je n'avais à lui donner qu'un petit mouvement direct, pour produire la bissection. J'avais à éviter ici de ne pas tourner trop loin, pour n'être par forcé à revenir sur la première position et à renouveler l'opération, ce qui probablement m'aurait fait perdre l'observation. Or, en évitant cet inconvénient, je suis tombé de quelque sorte dans une erreur opposée, c'est-à-dire j'ai tourné trop peu, et je me suis contenté dès que j'avais vu la première bonne bissection, sans avoir égard si c'était la bissection moyenne ou non. Soit qu'on adopte cette explication, ou qu'on donne la préférence à l'autre qui suppose de différentes valeurs d'une révolution de la vis, dans ses différentes parties, on se convaincra facilement que les résultats pour la parallaxe ou le mouvement propre, n'en sont pas moins exacts, parce qu'il ne s'agit point des différences absolues en déclinaison,

mais de leurs petites variations, et que toutes les fois les mesures ont été exécutées des deux côtés de la coïncidence.

Pour pouvoir appliquer aux données des tableaux précédents, les corrections qui dépendent de l'aberration, de la précession et de la nutation, il fallait connaître approximativement les différences en AR entre les trois étoiles. Je les ai déterminées deux fois, le 5 Mai 1848 et le 9 Mai 1849. Les deux observations m'ont donné, avec le mouvement propre de G en $AR = + 5''{,}167$, selon M. Argelander(*), pour 1849,00

$$AR\,b = AR\,G - 46'\ 30''{,}78,\quad AR\,a = AR\,G + 29'\ 54''{,}44.$$

La position moyenne de l'étoile G, pour 1849,00, se trouve d'après MM. Argelander et Peters(**).

$$AR \text{ moy.} = 176^\circ\ 3'\ 52''\quad \text{Décl. moy.} = + 38^\circ\ 48'\ 6''.$$

Or, avec les données précédentes, nous avons pour la même époque:

	AR moy.	Décl. moy.
pour b	175° 17′ 21″	+ 38° 50′ 58″
pour a	176 33 46	+ 38 47 38

En partant de ces quantités et des variations annuelles données par M. Argelander, j'ai calculé pour les trois étoiles et pour les trois époques 1847,0, 1848,0 et 1849,0, les coefficients a', b', c', d' (notation de Bessel) qui servent à changer les déclinaisons moyennes des astres en déclinaisons apparentes, calcul que j'ai fait sur sept décimales. Les différences des quantités analogues pour chaque couple d'étoiles, multipliées par les coefficients correspondants C, D, A, B, tirés du Nautical Almanac, m'ont donné ensuite, après avoir renversé les signes, les corrections qu'il fallait ajouter aux Δb et Δa observés, afin d'obtenir les valeurs qui correspondent aux positions moyennes des astres pour le commencement de chaque année. En désignant ces différences par da', db', dc', dd'', j'ai trouvé pour les couples d'étoiles:

b et G	G et a
$da' = - 0{,}02046$	$da' = - 0{,}01125$
$db' = + 0{,}01348$	$db' = + 0{,}00869$
$dc' = + 0{,}00872$	$dc' = + 0{,}00549$
$dd' = - 0{,}000003$	$dd' = - 0{,}00023$

Ces valeurs sont exactes pour 1848,5, époque qui convient de très près à la moyenne de mes observations, mais elles valent également pour les observations extrêmes sans commettre un maximum d'erreur de 0″,002.

Ayant obtenu les Δb et Δa correspondants au commencement de chaque année d'observation, je n'eus qu'à ajouter l'effet de la précession da' ou $2da'$, pour les réduire tous au commencement de l'année 1849.

(*) Astronomische Nachrichten No. 475.

(**) Peters, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes pag. 136.

Pour les moyennes des deux déterminations de $\varDelta b$ et de $\varDelta a$, faites le même jour, le temps qui appartient à la détermination de $\varDelta b$, s'accorde toujours, par suite de l'arrangement symétrique de nos observations, à très peu de minutes près, avec celui de la détermination de $\varDelta a$; par conséquent nous pouvons admettre, chaque jour, pour $\varDelta b$ et $\varDelta a$ le même temps sidéral de l'observation. Je donnerai maintenant dans le tableau suivant III, pour chaque jour d'observation, les quantités de réduction relatives à la précession, à la nutation et à l'aberration, les valeurs moyennes $\varDelta b$ et $\varDelta a$, corrigées de ces quantités, et les $(\varDelta b - \varDelta a)$ ou $\varDelta ab$. Vu qu'il s'agit, dans ce qui suit, des changements de G par rapport à b et a, j'ai attribué à $\varDelta b$ et $\varDelta a$ les signes qui leur conviennent pour avoir

$$\text{Déc. } G = \text{Déc. } b + \varDelta b$$
$$\text{Déc. } G = \text{Déc. } a + \varDelta a$$
$$\text{Déc. } a = \text{Déc. } b + \varDelta ab.$$

J'ai ajouté encore au Tableau, dans les deux dernières colonnes, les valeurs de $(\varDelta ab)$ et de $C - (\varDelta ab)$, quantités dont l'explication suivra plus bas.

Tableau III.

Date	Temps. sid.	Réduction à 1849,00 pour $\varDelta b$	Réduction à 1849,00 pour $\varDelta a$	$\varDelta b$ corr.	$\varDelta a$ corr.	$\varDelta ab$	$(\varDelta ab)$	$C-(\varDelta ab)$
1847 Nov. 22	$6^h\ 20^m$	− 0″,232	+ 0″,142	− 165″,99	+ 33″,74	− 199″,73	− 199″,90	− 0″,539
— 27	6 17	− 0,220	+ 0,135	165,82	34,11	199,93	200,10	− 0,339
— 28	6 22	− 0,218	+ 0,133	166,21	33,91	200,12	200,29	− 0,149
— 29	6 53	− 0,216	+ 0,131	165,96	34,08	200,04	200,21	− 0,229
Déc. 9	7 52	− 0,189	+ 0,113	166,37	33,63	200,00	200,17	− 0,269
— 27	7 8	− 0,135	+ 0,079	166,63	33,42	200,04	200,21	− 0,229
1848 Mars 17	12 40	+ 0,028	− 0,017	167,68	32,84	200,52	200,35	− 0,089
— 18	8 28	+ 0,028	− 0,017	167,61	32,40	200,01	200,18	− 0,259
— 22	13 57	+ 0,029	− 0,018	168,07	32,36	200,43	200,26	− 0,179
— 25	14 22	+ 0,028	− 0,017	167,71	32,32	200,03	199,86	− 0,579
— 27	13 24	+ 0,028	− 0,017	167,97	32,38	200,35	200,18	− 0,259
— 30	14 32	+ 0,026	− 0,015	167,97	32,28	200,25	200,08	− 0,359
Avril 11	13 31	+ 0,018	− 0,007	168,66	32,01	200,67	200,50	+ 0,061
— 14	13 43	+ 0,011	− 0,005	168,71	32,03	200,74	200,57	+ 0,131
— 18	13 24	+ 0,006	− 0,001	168,85	31,73	200,58	200,41	− 0,029
— 22	13 54	0,000	+ 0,004	168,63	32,05	200,68	200,51	+ 0,071
— 27	14 12	− 0,009	+ 0,010	169,17	31,67	200,84	200,67	+ 0,231
Mai 5	13 26	− 0,026	+ 0,019	168,78	31,81	200,59	200,42	− 0,019
— 6	14 21	− 0,028	+ 0,020	168,85	31,90	200,75	200,58	+ 0,141
— 10	14 32	− 0,036	+ 0,028	168,92	31,78	200,70	200,53	+ 0,091
— 15	14 25	− 0,049	+ 0,035	169,20	31,64	200,84	200,67	+ 0,231
— 18	16 14	− 0,054	+ 0,040	169,61	31,25	200,86	200,69	+ 0,251
Juin 2	16 18	− 0,098	+ 0,065	169,14	31,20	200,34	200,17	− 0,269
— 8	16 48	− 0,111	+ 0,075	169,73	30,92	200,65	200,48	+ 0,041
— 16	17 20	− 0,132	+ 0,090	169,48	30,83	200,31	200,14	− 0,299

Tableau III.

Date			Temps. sid.		Réduction à 1849,00 pour Δb	pour Δa	Δb corr.	Δa corr.	Δab	(Δab)	$C-(\Delta ab)$
	Juin	19	17^h	16^m	− 0,″140	+ 0,″095	− 169,″43	+ 31,″13	− 200,″56	− 200,″39	− 0,″049
	Oct.	13	7	8	− 0,276	+ 0,173	171,12	29,25	200,37	200,54	+ 0,101
	Déc.	1	6	47	− 0,187	+ 0,116	171,95	28,34	200,29	200,46	+ 0,021
1849	Janv.	20	9	25	− 0,041	+ 0,023	172,56	27,76	200,32	200,49	+ 0,051
	—	30	7	27	− 0,015	+ 0,008	172,99	27,09	200,08	200,25	− 0,189
	Fév.	6	8	5	+ 0,002	+ 0,001	173,00	27,20	200,20	200,37	− 0,069
	—	26	8	31	+ 0,037	− 0,022	173,37	27,25	200,62	200,79	+ 0,351
	Mars	10	9	13	+ 0,050	− 0,030	173,65	26,87	200,52	200,69	+ 0,251
	—	15	9	28	+ 0,052	− 0,031	174,29	27,03	201,32	201,49	+ 1,051
	—	20	8	34	+ 0,053	− 0,032	173,77	26,55	200,32	200,49	+ 0,051
	—	24	8	56	+ 0,052	− 0,031	173,82	26,66	200,48	200,65	+ 0,211
	Avril	6	11	0	+ 0,047	− 0,026	174,31	26,58	200,89	201,06	+ 0,621
	—	27	14	14	+ 0,018	− 0,005	174,92	26,36	201,28	201,11	+ 0,671
	Mai	8	13	30	− 0,006	+ 0,010	174,68	26,13	200,81	200,64	+ 0,201
	—	11	13	30	− 0,013	+ 0,014	174,48	25,93	200,41	200,24	− 0,199
	—	17	14	26	− 0,026	+ 0,023	174,91	25,92	200,83	200,66	+ 0,221
	Oct.	25	6	14	− 0,229	+ 0,145	177,06	23,14	200,20	200,37	− 0,069
	Nov.	24	6	42	− 0,172	+ 0,106	177,97	22,57	200,54	200,71	+ 0,271
	—	25	6	42	− 0,169	+ 0,105	177,75	22,42	200,17	200,34	− 0,099
	—	28	6	50	− 0,161	+ 0,101	177,52	22,44	199,96	200,14	− 0,299
	Déc.	1	6	44	− 0,158	+ 0,099	177,62	22,48	200,10	200,27	− 0,169
	—	2	6	42	− 0,151	+ 0,094	177,85	22,35	200,20	200,37	− 0,069

La comparaison des Δab déterminés à la fin de 1847 et deux ans plus tard, en automne 1849, dans des conditions extérieures presque identiques, nous montre que le mouvement propre relatif des deux étoiles de comparaison, s'il existe, est très petit. Dans ce qui suit, je l'ai supposé absolument nul, avec d'autant plus de droit, que nos observations sont si symétriquement disposées, par rapport aux maxima et aux minima de la parallaxe en déclinaison, qu'une petite erreur dans cette supposition n'a aucune influence sur la valeur à déduire de la parallaxe. Tout au contraire, le mouvement propre en déclinaison, de Groombridge 1830, que nous déduirons de nos observations, sera affecté de la moyenne arithmétique entre les mouvements propres absolus des deux étoiles de comparaison.

L'ascension droite de G étant $11^h\ 45^m$ à peu près, le temps sidéral de l'observation nous indique directement si elle a été faite à l'est ou à l'ouest du méridien. En prenant les moyennes arithmétiques des Δab, dans ces deux positions, nous trouvons:

à l'est du méridien, $\Delta ab = -200{,}''269$ par 24 observations
à l'ouest « « $\Delta ab = -200{,}610$ « 23 «

La différence 0,″341 entre les deux moyennes s'explique parfaitement, comme j'ai exposé plus haut, par la règle que j'ai suivie, d'observer la première bonne bissection produite par le changement de réfraction, au lieu de la bissection moyenne. L'influence de cette manière d'observation étant la même dans les différences en déclinaison mesurées entre

chaque couple d'étoiles, nous avons à corriger chaque Δb et Δa isolé de la quantité moyenne $\pm 0'',085$.

La valeur moyenne entre les Δab déterminés des deux côtés du méridien est $C = -200'',439$. Cette quantité C qui nous servira de point de sortie dans les recherches ultérieures, est sujette à une erreur probable de $0'',025$.

Après avoir appliqué à chaque Δb et Δa la correction indiquée de $\pm 0'',085$, nous obtenons de nouveaux Δab, que je désignerai par (Δab). En soustrayant ces quantités de notre valeur constante C, nous trouvons les valeurs $[C - (\Delta ab)]$ données dans la dernière colonne du tableau précédent. Dans quelques cas, ces $[C - (\Delta ab)]$ surpassent considérablement l'erreur probable d'un Δab, déduite $= 0'',119$ de l'accord des comparaisons isolées, avec les moyennes correspondantes (pag. 372). Nous voyons par ex. que, le 15 Mars 1849, le $[C - (\Delta ab)]$ s'élève à $1'',051$, quantité neuf fois plus grande que l'erreur probable. Il s'en suit que ces différences ne sont pas uniquement produites par des accumulations d'erreurs accidentelles de l'observation, mais qu'il s'y prononce un déplacement progressif de la lunette, dans le sens de la déclinaison. Or, l'effet de ce déplacement, comme nous avons exposé plus haut, doit être supposé proportionnel aux différences en *AR* entre les étoiles comparées. Par conséquent, ayant auparavant corrigé chaque Δb et Δa, de la quantité constante $\pm 0'',085$, j'ai réparti les $[C - (\Delta ab)]$ sur les Δb et les Δa en proportion des différences en *AR* entre b et G et G et a, à celle qui existe entre b et a.

Avant de procéder à l'établissement des équations de condition, il fallait encore réduire toutes les observations, à une même époque moyenne, à l'aide d'une quantité approximativement exacte du mouvement propre annuel, en déclinaison, de l'étoile G. Cette quantité a été évaluée par M. Peters (pag. 129 de son mémoire cité) $= -5'',782$, avec l'erreur probable $= 0'',026$, à l'aide de la comparaison de ses propres observations faites en 1842 et 1843, avec les déclinaisons moyennes déduites des observations faites par Lalande en 1794, par Groombridge en 1811, par Bessel en 1828 et par Nicolai en 1842.

Le tableau IV. contient 1) les quantités de réduction, sur l'époque moyenne de mes observations, 1848 Sept. 20, par rapport au mouvement propre de Groombridge 1830, 2) et 3) les Δb et les Δa corrigés de ces quantités et correspondants par conséquent à la même époque moyenne, 4) et 5) les mêmes Δb et Δa corrigés de $\pm 0'',085$ et du changement dans la direction de la lunette, indiqué par les $[C - (\Delta ab)]$. Pour plus de simplicité, je désignerai ces valeurs corrigées de Δb et de Δa dorénavant par $\Delta' b$ et $\Delta' a$. Tous les calculs ont été exécutés sur trois places décimales de la seconde, pour éviter une accumulation des erreurs du calcul dans les centièmes de seconde; mais dans les tableaux je n'ai donné les Δb et Δa que sur deux décimales, vu que les millièmes de seconde y sont des quantités parfaitement illusoires.

*

Tableau IV.

Date			Mouvement propre	Δb	Δa	Δ'b	Δ'a
				pour le 20 Sept. 1848			
1847	Nov.	22	— 4,787	— 170,78	+ 28,95	— 171,19	+ 29,25
	—	27	— 4,708	170,53	29,40	170,82	29,62
	—	28	— 4,692	170,90	29,22	171,07	29,36
	—	29	— 4,676	170,64	29,40	170,86	29,58
	Déc.	9	— 4,518	170,89	29,11	171,14	29,30
	—	27	— 4,235	170,86	29,18	171,09	29,35
1848	Mars	17	— 2,952	170,63	29,89	170,60	29,84
	—	18	— 2,940	170,55	29,46	170,79	29,65
	—	22	— 2,872	170,94	29,49	170,96	29,48
	—	25	— 2,824	170,53	29,50	170,79	29,65
	—	27	— 2,794	170,76	29,59	170,83	29,61
	—	30	— 2,745	170,71	29,54	170,84	29,60
	Avril	11	— 2,557	171,22	29,45	171,10	29,34
	—	14	— 2,509	171,22	29,52	171,06	29,38
	—	18	— 2,446	171,30	29,28	171,23	29,21
	—	22	— 2,382	171,01	29,67	170,88	29,56
	—	27	— 2,302	171,47	29,37	171,25	29,19
	Mai	5	— 2,178	170,96	29,63	170,89	29,55
	—	6	— 2,162	171,01	29,74	170,84	29,60
	—	10	— 2,099	171,02	29,68	170,88	29,56
	—	15	— 2,021	171,22	29,62	171,00	29,44
	—	18	— 1,971	171,58	29,28	171,34	29,10
	Juin	2	— 1,733	170,87	29,47	170,95	29,49
	—	8	— 1,638	171,37	29,28	171,26	29,18
	—	16	— 1,512	170,99	29,32	171,08	29,36
	—	19	— 1,464	170,89	29,67	170,83	29,60
	Oct.	13	+ 0,375	170,74	29,63	170,76	29,68
	Déc.	1	+ 1,149	170,80	29,49	170,87	29,57
1849	Janv.	20	+ 1,941	170,62	29,70	170,67	29,76
	—	30	+ 2,098	170,89	29,19	171,09	29,35
	Févr.	6	+ 2,208	170,79	29,41	170,92	29,52
	—	26	+ 2,523	170,85	29,77	170,72	29,72
	Mars	10	+ 2,713	170,94	29,58	170,87	29,56
	—	15	+ 2,792	171,50	29,82	170,95	29,48
	—	20	+ 2,872	170,90	29,42	170,95	29,48
	—	24	+ 2,935	170,88	29,60	170,84	29,60
	Avril	6	+ 3,141	171,17	29,72	170,88	29,56
	—	27	+ 3,475	171,44	29,84	170,95	29,49
	Mai	8	+ 3,647	171,03	29,78	170,82	29,62
	—	11	+ 3,696	170,78	29,63	170,81	29,62
	—	17	+ 3,790	171,12	29,71	170,90	29,54
	Oct.	25	+ 6,342	170,72	29,48	170,85	29,59
	Nov.	24	+ 6,816	171,15	29,39	171,07	29,37
	—	25	+ 6,832	170,92	29,25	171,06	29,38
	—	28	+ 6,880	170,64	29,32	170,91	29,53
	Déc.	1	+ 6,927	170,69	29,41	170,88	29,56
	—	2	+ 6,943	170,91	29,29	171,04	29,40

Les $\varDelta' b$ et les $\varDelta' a$ nous fournissent maintenant les données pour l'établissement des équations de condition. $\varDelta' b - \varDelta' a$ étant une quantité constante $= C$, il est évident qu'exactement les mêmes résultats doivent provenir, pour les quantités cherchées, la parallaxe $= \pi$ et la correction de la valeur supposée du mouvement propre en déclinaison $= dm$, soit que nous partions des $\varDelta' b$ ou des $\varDelta' a$. Les coefficients des deux inconnues π et dm, se calculent d'après les formules

$$\text{Coeff. de } \pi = 0{,}681\, R.\cos(\odot + 336^\circ 35')$$
$$\text{Coeff. de } dm = T$$

Dans ces formules R désigne le rayon vecteur, $\odot$ la longitude du Soleil et T l'intervalle entre la date de l'observation et le 20 Sept. 1848, exprimé en fractions de l'année tropique. En supposant le $\varDelta' b$ moyen approximativement $= - 170'',940$, nous avons les équations suivantes de condition, dans lesquelles $d\varDelta' b$ signifie la correction moyenne à appliquer à la valeur supposée de $\varDelta' b$. J'ajoute, dans le tableau, la date de l'observation, correspondante à chaque équation, pour pouvoir m'y rapporter plus tard.

Tableau V.

			$d\varDelta' b$	dm	$\pi =$
1847	Nov.	22	− 0,828	− 0,539	− 0'',248
	—	27	− 0,814	− 0,501	+ 0,122
	—	28	− 0,812	− 0,493	− 0,134
	—	29	− 0,809	− 0,485	+ 0,078
	Déc.	9	− 0,781	− 0,396	− 0,196
	—	27	− 0,732	− 0,205	− 0,146
1848	Mars	17	− 0,511	+ 0,610	+ 0,342
	—	18	− 0,508	+ 0,615	+ 0,150
	—	22	− 0,497	+ 0,635	− 0,022
	—	25	− 0,488	+ 0,648	+ 0,148
	—	27	− 0,483	+ 0,654	+ 0,110
	—	30	− 0,474	+ 0,664	+ 0,100
	Avril	11	− 0,442	+ 0,683	− 0,158
	—	14	− 0,434	+ 0,684	− 0,116
	—	18	− 0,423	+ 0,682	− 0,292
	—	22	− 0,412	+ 0,676	+ 0,058
	—	27	− 0,398	+ 0,665	− 0,306
	Mai	5	− 0,377	+ 0,638	+ 0,054
	—	6	− 0,374	+ 0,633	+ 0,100
	—	10	− 0,363	+ 0,614	+ 0,060

Tableau V.

1848	Mai	15	$d\Delta'b$ — 0,349	dm + 0,587	$\pi =$ — 0″,056
	—	18	— 0,341	+ 0,568	— 0,404
	Juin	2	— 0,300	+ 0,454	— 0,006
	—	8	— 0,283	+ 0,400	— 0,320
	—	16	— 0,261	+ 0,322	— 0,144
	—	19	— 0,253	+ 0,291	+ 0,106
	Oct.	13	+ 0,065	— 0,678	+ 0,176
	Déc.	1	+ 0,199	— 0,461	+ 0,068
1849	Janv.	20	+ 0,336	+ 0,087	+ 0,266
	—	30	+ 0,363	+ 0,202	— 0,148
	Févr.	6	+ 0,382	+ 0,280	+ 0,024
	—	26	+ 0,436	+ 0,476	+ 0,216
	Mars	10	+ 0,469	+ 0,566	+ 0,066
	—	15	+ 0,483	+ 0,597	— 0,014
	—	22	+ 0,497	+ 0,624	— 0,014
	—	24	+ 0,508	+ 0,642	+ 0,102
	Avril	6	+ 0,543	+ 0,678	+ 0,058
	—	27	+ 0,601	+ 0,665	— 0,012
	Mai	8	+ 0,631	+ 0,625	+ 0,116
	—	11	+ 0,639	+ 0,610	+ 0,126
	—	17	+ 0,655	+ 0,576	+ 0,038
	Oct.	25	+ 1,096	— 0,668	+ 0,094
	Nov.	24	+ 1,179	— 0,521	— 0,132
	—	25	+ 1,181	— 0,513	— 0,124
	—	28	+ 1,190	— 0,489	+ 0,030
	Déc.	1	+ 1,198	— 0,464	+ 0,064
	—	2	+ 1,200	— 0,455	— 0,096

Nos observations se divisent en deux périodes distinctes, la première depuis 1847 Nov. 22 jusqu'à 1848 Juin 19, la seconde depuis 1848 Oct. 13 jusqu'à 1849 Déc. 2. Étant persuadé que l'expérience acquise dans ce genre d'observations, par un an d'exercice, devait rendre les résultats de la dernière période considérablement plus exacts que ceux du premier temps, il me parut nécessaire d'attribuer différents poids aux équations obtenues dans ces deux périodes. Afin de parvenir à une connaissance approximative du poids relatif des équations de ces deux périodes, je fis une résolution préalable des équations, en y supposant pour toutes l'égalité du poids. Les erreurs restantes des équations, après la sub-

stitution des valeurs des inconnues, déduites dans cette solution préalable, me donnèrent le poids des équations de la première période de très près 0,4 de celui des équations de la période postérieure. Eu égard à ce poids relatif, les équations précédentes, traitées d'après la méthode des moindres carrés, menèrent aux équations finales suivantes:

$$31{,}40\, d\Delta'b + 8{,}77\, dm + 6{,}06\, \pi = +0{,}''456$$
$$8{,}77\, d\Delta'b + 14{,}61\, dm - 1{,}27\, \pi = +0{,}445$$
$$6{,}06\, d\Delta'b - 1{,}27\, dm + 9{,}46\, \pi = +0{,}274;$$

d'où nous tirons:

$$\mathrm{I}\left\{\begin{aligned} d\Delta'b &= -0{,}''001 \\ dm &= +0{,}034 \\ \pi &= +0{,}034. \end{aligned}\right.$$

Nous avons par conséquent:

le $\Delta'b$ moyen, ou la différence en déclinaison entre b et G

à l'époque moyenne 1848 Sept. 20 $= -170{,}''941$

le mouvement propre annuel en déclinaison $= -\ 5{,}''748$

la parallaxe $= +\ 0{,}''034$

En traitant de la même manière les $\Delta'a$ donnés dans le tableau IV, j'ai eu le meilleur contrôle de l'exactitude de mes calculs, dans l'accord parfait des nouvelles valeurs de la parallaxe et du mouvement propre, avec les valeurs fournies par le premier calcul. Étant parti d'un $\Delta'a$ approximatif $= +29{,}''500$, j'ai trouvé $d\Delta'a = -0{,}''003$, ce qui donne le $\Delta'a$ exact, pour l'époque moyenne de mes observations, $= +29{,}''497$, et nous avons maintenant encore un contrôle dans l'accord de $\Delta'b - \Delta'a = -200{,}''438$ avec C.

L'attribution de différents poids aux deux périodes de mes observations m'a paru être réclamée, comme j'ai exposé plus haut, par la supériorité incontestable des observations de la dernière période. Cependant ce procédé n'a eu qu'un effet presque insensible sur les résultats de la parallaxe et du mouvement propre. La résolution préalable, faite dans la supposition d'un poids égal de toutes les observations, nous a donné $\pi = +0{,}''036$, $dm = +0{,}''046$.

Après la substitution des valeurs finalement déduites (I) des inconnues, dans les équations précédentes, nous avons les erreurs suivantes de ces équations $= v$.

1847		v	1848		v	1848		v
Nov.	22	−0,″201	Mars	18	+0,″147	Avril	22	+0,″050
	27	+0,167		22	−0,026		27	−0,313
	28	−0,089		25	+0,144	Mai	5	+0,046
	29	+0,122		27	+0,105		6	+0,093
Déc.	9	−0,154		30	+0,095		10	+0,052
	27	−0,113	Avril	11	−0,165		15	−0,063
1848				14	−0,123		18	−0,410
Mars	17	+0,339		18	−0,300	Juin	2	−0,010

1848		v	1849		v	1849		v
Juin	8	$-0''{,}323$	Fév.	26	$+0''{,}186$		17	$-0''{,}003$
	16	$-0{,}145$	Mars	10	$+0{,}032$	Oct.	25	$+0{,}081$
	19	$+0{,}105$		15	$-0{,}049$	Nov.	24	$-0{,}153$
Oct.	13	$+0{,}198$		22	$-0{,}051$		25	$-0{,}146$
Déc.	1	$+0{,}078$		24	$+0{,}064$		28	$+0{,}008$
1849			Avril	6	$+0{,}018$	Déc.	1	$+0{,}040$
Jan.	20	$+0{,}252$		27	$-0{,}053$		2	$-0{,}120$
	30	$-0{,}166$	Mai	8	$+0{,}075$			
Fév.	6	$+0{,}003$		11	$+0{,}084$			

La somme des carrés de ces v, divisée par le nombre correspondant d'équations est, dans la première période $= 0{,}0331$, dans la dernière $= 0{,}0121$, deux valeurs qui sont de très près en raison inverse des poids attribués aux équations des deux périodes. Nous déduisons de ces v l'erreur probable $= 0''{,}079$, pour l'unité du poids, ou pour une équation de la dernière période. Or, les équations finales nous ayant donné les poids relatifs des déterminations de $d\Delta'b = 21{,}16$, de $dm = 11{,}10$ et de $\pi = 7{,}57$, nous trouvons

l'erreur probable de $d\Delta'b = 0''{,}017$
« « de $dm = 0{,}024$
« « de $\pi = 0{,}029$

Ainsi qu'il y avait lieu de s'y attendre, l'erreur probable $= 0''{,}079$ déduite de l'accord des différentes équations, surpasse en grandeur celle que nous avons déduite (pag. 373) de l'accord des comparaisons isolées de chaque jour avec les moyennes respectives, $= 0''{,}060$, et qui n'est produite que par l'incertitude dans l'observation des bissections. Nous avons, par conséquent, l'effet probable des autres causes troublantes dont j'ai fait mention à l'endroit cité, sur le résultat des observations de chaque jour, en moyenne $= (\sqrt{0{,}079^2 - 0{,}060^2})'' = 0''{,}061$.

On pourrait objecter contre la méthode que j'ai suivie dans la combinaison des Δb et Δa, à un seul résultat pour chaque jour d'observation, que les quantités que j'ai regardées comme provenues uniquement d'un changement périodique dans la direction de la lunette, fussent affectées aussi des erreurs accidentelles des observations, et que ces dernières ne devaient pas être réparties sur les Δb et Δa en proportion des différences en AR, mais en proportion de l'exactitude relative des déterminations, exactitude qui, à ce que nous avons vu, dépend principalement de l'éclat des deux étoiles de comparaison. Heureusement dans notre cas, l'exactitude de la détermination d'un Δb, est à celle d'un Δa (pag. 372), de très près en raison inverse des différences correspondantes en AR, et par conséquent nos résultats se trouvent parfaitement à l'abri de cette objection.

Une autre objection dont la justesse doit être reconnue, peut être basée sur la remarque que j'ai faite (pag. 361), qu'en printemps 1848 j'avais remplacé, dans quelques

occasions, la méthode d'observer les bissections produites par le changement de la réfraction, par celle des bissections effectuées par le mouvement de la lunette à l'aide de la vis de rappel en déclinaison. Dans ces cas, la correction $\pm 0\rlap{.}''085$, due à la différence moyenne entre la première bonne bissection et la bissection moyenne, n'était pas à appliquer aux Δb et Δa, et la différence totale entre la somme non corrigée Δab (Tableau III) et C aurait dû être regardée comme le résultat d'un déplacement périodique de la lunette, et par conséquent être répartie sur les Δb et les Δa, en proportion des différences en AR entre les deux couples d'étoiles. Ayant omis d'indiquer, dans mon journal d'observation, les jours où j'avais suivi la dernière méthode d'observation, je n'ai pu les traiter à part. Néanmoins il est clair que nos résultats n'en peuvent avoir souffert sensiblement, vu qu'il ne s'agit que d'une correction de $\pm 0\rlap{.}''017$ à appliquer aux résultats des observations de quelques jours isolés, correction qui est sept fois plus petite que l'erreur probable de ces observations.

Il m'a paru intéressant d'examiner de combien les différentes hypothèses admissibles, sur l'origine des petites différences observées dans la somme Δab, peuvent changer le résultat trouvé pour la parallaxe. Dans cette intention, j'ai formé les équations de condition conformément aux deux hypothèses suivantes:

1) que les différences entre les Δab isolés et leur valeur moyenne n'étaient provenues que de la méthode d'observer la première bissection au lieu de la bissection moyenne, et d'une accumulation d'erreurs accidentelles.

2) que les mêmes différences étaient uniquement produites par des déplacements périodiques de la lunette, dans les intervalles entre les passages des différentes étoiles.

Les deux systèmes d'équations, établis sous ces conditions et résolus d'après la méthode des moindres carrés, en attribuant les poids 0,4 et 1 aux deux périodes de mes observations, ont donné:

$$\text{II}\left\{\begin{array}{llll} \pi = +0\rlap{.}''005 & \text{avec l'erreur prob.} & = 0\rlap{.}''033 \\ dm = +0{,}014 & \text{« \quad « \quad «} & = 0{,}026 \end{array}\right.$$

$$\text{III}\left\{\begin{array}{llll} \pi = +0\rlap{.}''051 & \text{avec l'erreur prob.} & = 0\rlap{.}''028 \\ dm = +0{,}027 & \text{« \quad « \quad «} & = 0{,}023 \end{array}\right.$$

Dans nos trois solutions la valeur trouvée de la parallaxe est une très petite quantité positive et, comme on pouvait s'y attendre, la première solution (I) qui réunit le mieux possible les conditions des deux dernières, donne une valeur sensiblement moyenne de celles que nous ont fournies II et III. Ces dernières solutions ne servent qu'à nous indiquer les limites extrêmes de l'incertitude dans les résultats de la première solution, en tant qu'ils dépendent de la méthode de déduction.

La parallaxe $= 0\rlap{.}''034$ excède si peu son erreur probable, que nous ne pouvons la regarder comme une définition exacte de la distance de l'étoile au Soleil; mais nous regardons comme un résultat incontestable de nos recherches, que la parallaxe ne s'élève

point à 0",1. En vérité, le calcul des probabilités nous apprend qu'on peut parier 12 contre 1 qu'elle n'atteint pas cette valeur. Ce fait est très remarquable par les conséquences qui s'en déduisent sur la vélocité extraordinaire du mouvement dans l'espace, de l'étoile d'Argelander. En même temps la comparaison de notre parallaxe, avec les parallaxes déterminées pour 61 Cygni, α Lyrae, α Centauri etc., nous fait voir que la quantité du mouvement propre est aussi un indice très peu sûr en faveur de la proximité des étoiles.

Le mouvement propre annuel en déclinaison, trouvé = — 5",748, s'accorde avec la valeur donnée par M. Peters = — 5",782, dans les limites des erreurs probables. Cet accord nous est un indice en faveur de notre supposition, que les deux étoiles de comparaison n'ont point eu de mouvement propre sensible, en déclinaison, dans l'espace de nos observations. On peut encore admettre la possibilité, qu'elles ont eu un mouvement sensible de translation, mais qui a dû être à peu près d'égale grandeur et dans un sens opposé pour les deux étoiles. Admettons que le dernier cas ait réellement eu lieu, on se convaincra facilement que les résultats, soit pour la parallaxe, soit pour le mouvement propre de Groombridge 1830, n'en seront pas altérés, vu que nos méthodes d'observation et de calcul nous donnent, pour chaque jour, une interpolation du lieu de G entre ceux de b et a.

CATALOGUE

REVU ET CORRIGÉ

DES

ÉTOILES DOUBLES ET MULTIPLES

DÉCOUVERTES

A L'OBSERVATOIRE CENTRAL DE POULKOVA.

Par

M. O. Struve.

Le catalogue de 514 étoiles doubles et multiples, publié en 1843, fut le fruit secondaire de la révision de l'hémisphère céleste boréal, exécutée par la coopération de plusieurs astronomes, dans le courant des années 1841 et 1842, à l'aide de la grande lunette parallactique de l'Observatoire central. Cette révision avait pour but primitif, la confection d'une liste préalable de toutes les étoiles, jusqu'à la septième grandeur inclusivement, visibles sur l'hémisphère boréal, liste destinée à indiquer les lieux approximatifs de toutes les étoiles qui devaient entrer dans le grand catalogue des étoiles fixes, et dont la confection, à l'aide de nos instruments méridiens, est un des problèmes de l'Observatoire central.

L'introduction écrite par M. W. Struve, au catalogue de 1843, donne une idée de la nature et de la marche de notre travail. La coopération simultanée de plusieurs astronomes était requise, d'un côté, pour accélérer le travail, de l'autre, pour le rendre plus exact et plus complet. Néanmoins la marche rapide de l'opération a rendu très probable que quelquefois des erreurs de lecture sur les cercles, ou de notation, aient été commises. Pour remédier à ces erreurs, une comparaison directe de notre liste avec le ciel, fut exécutée par M. G. de Fuss, à l'aide d'un chercheur de comètes, travail qui fit découvrir plusieurs erreurs dans les positions, et qui en outre décida si toutes les étoiles enregistrées appartenaient réellement aux classes des grandeurs 1 à 7, ou si elles se trouvaient déjà au dessous de la limite inférieure de ces grandeurs.

Par rapport au catalogue des étoiles doubles, le nombre d'erreurs dans les positions n'était probablement que très petit. En effet, nous n'avons trouvé que 15 positions parmi 514, dans lesquelles des erreurs plus ou moins graves ont été commises. Mais ici il y avait à craindre qu'une partie des étoiles que j'avais notées comme probablement oblon-

gues, ou que j'avais soupçonnées comme doubles, ne le fussent pas réellement, et qu'en outre les distances estimées à la hâte fussent sujettes à des inexactitudes. Depuis 1842, j'avais commencé les mesures micrométriques de toutes les étoiles doubles nouvellement découvertes. Ces mesures exécutées maintenant à différentes reprises pour toutes les étoiles contenues dans le catalogue de 1843, m'ont indiqué les erreurs de ce catalogue, et m'ont mis en état de rédiger un catalogue plus correct. J'espère que la publication de ce catalogue corrigé sera agréable aux astronomes, et principalement à ceux qui voudront se servir de nos étoiles, pour examiner la force optique de leurs lunettes sur des objets qui forment, en partie, l'extrême limite de visibilité dans notre grande lunette.

J'ai exclu de ce catalogue corrigé tous les systèmes, pour lesquels mes mesures micrométriques ont indiqué qu'ils n'appartenaient pas au nombre des étoiles doubles, dans le sens plus restreint adopté par mon père. D'après cette restriction, nous regardons comme étoile double:

1) chaque couple d'étoiles dont la distance mutuelle n'est pas au dessus de 16″, et dans lequel l'une des deux composantes est au moins de (8.9)^me^ grandeur. Mais il faut remarquer ici, que, notre révision ne s'étant étendue que jusqu'à la limite des étoiles de septième grandeur, il ne peut s'agir, dans notre catalogue, qu'exceptionnellement de couples, où la plus grande étoile est au dessous de (7.8)^me^ grandeur.
2) les couples d'étoiles de 16″ à 32″ de distance, où le satellite n'est pas au dessous de la grandeur (8.9).

Notre catalogue de 1843 étant composé par préférence d'étoiles doubles du premier ordre de M. W. Struve (distance au dessous de 1″), et de systèmes qui se trouvent aux limites indiquées d'éclat et de distance, les étoiles à rejeter se divisent en deux catégories principales, nommément:

1) toutes les étoiles, dans lesquelles la forme oblongue ou un satellite très faible ne furent que soupçonnés, et que l'examen réitéré a prouvé être simples.
2) toutes les étoiles qui surpassent les limites indiquées de grandeur ou de distance. Au nombre des étoiles rejetées s'ajoutent encore plusieurs autres, dont la position ou la description n'étaient pas exactes et qui ont été reconnues plus tard comme identiques avec des étoiles contenues dans le *Catalogus Novus* de W. Struve de 1827.

Le nombre des étoiles rejetées s'élève à 106. J'en ferai ici l'énumération d'après les différentes catégories, en indiquant les étoiles d'après les numéros du catalogue de 1843:

I. 22 étoiles soupçonnées doubles, mais trouvées simples par des examens répétés:

8	39	138	248	286	474
10	61	178	254	348	491
25	99	192	264	429	
27	110	247	271	471	

II. 50 étoiles doubles dont la distance surpasse 16″ et dans lesquelles le satellite est au dessous de la (8.9)^{me} grandeur:

29	153	207	329	409
47	158	212	336	421
55	161	223	352	428
56	162	226	355	434
94	164	255	366	450
96	168	265	374	467
128	173	268	379	472
144	183	282	391	485
146	198	290	396	498
151	206	307	404	506

III. 15 étoiles doubles dont la distance surpasse 32″:

68	191	259	367
120	231	291	397
137	239	316	486
190	242	356	

IV. 10 étoiles doubles, reconnues identiques avec des étoiles données dans le Catalogus Novus de 1827:

3 = Σ. 19. Erreur de 2^m en *AR* dans le catalogue de 1843.

41 = Σ. 269. Dans le *Catalogus Novus,* cette étoile double est nommée P. II. 93, mais elle est réellement P. II. 89, comme il a été donné dans le catalogue de 1843.

166 = Σ. 1037. La troisième étoile qui fut ajoutée dans le catalogue de 1843, est trop faible pour se prêter aux mesures micrométriques exactes.

184 = Σ. 1136. Erreur de 10^m en *AR*, dans le cat. de 1843. Ce système est remarquable par un décroissement sensible de la distance. Depuis l'époque des observations de M. W. Struve en 1828 jusqu'en 1847 la distance a diminué de 1″,5.

203 = Σ. 1350. Erreur de 2^m en *AR*, dans le catalogue de 1843.

211 = Σ. 1406. Erreur de 15′ en déclinaison, dans le catalogue de 1843.

221 = Σ. 1442. Erreur de 2^m en *AR*, dans le catalogue de 1843.

238 = Σ. 1583. Erreur de 20^m en *AR*, dans le catalogue de 1843.

252 = Σ. 1663. Erreur de 2^m en *AR*, dans le catalogue de 1843.

466 = Σ. 2880. L'étoile principale est de 7me grandeur. La grandeur (5) donnée dans le catalogue de 1843 paraît avoir été une faute d'écriture.

V. 5 étoiles doubles où les satellites sont trop faibles pour se prêter à des mesures micrométriques exactes:

172	202	381	412	488

VI. Enfin quatre étoiles 11, 36, 58 et 292 ont été rejetées par les raisons suivantes:

11. Parce que la distance des deux étoiles est réellement environ 4′ au lieu de 4″, comme elle avait été donnée dans le catalogue de 1843.
36. Étoile que je n'ai pas pu retrouver.
58. Étoile qui ne se trouve pas au ciel. Je suppose cependant qu'il faut mettre la déclinaison $= 19^{\circ}\,15'$ au lieu de $19^{\circ}\,50'$. Dans ce cas l'étoile serait identique avec Σ. 414.
292. La distance du satellite est 1′,5 à peu près, au lieu de 1″,5 donné dans le catalogue de 1843.

Après avoir nettoyé notre catalogue de cette manière, de tous les objets qui n'y appartiennent pas de droit, il nous reste 408 étoiles doubles, auxquelles j'ai ajouté encore 16 que j'ai trouvées à différentes occasions. Dans le catalogue suivant, j'ai attribué à ces dernières les numéros 515—530. Plusieurs d'entre elles ne sont pas encore examinées de nouveau; par conséquent, dans ces cas, les distances que je leur ai attribuées, ne sont qu'estimées. La même remarque s'applique aussi à l'étoile 46, dont l'erreur de 2° en déclinaison n'a été découverte que depuis peu.

Les distances de toutes les étoiles étant mesurées micrométriquement, nous sommes en état d'assigner plus exactement, qu'en 1843, les ordres de distance auxquels chaque couple appartient. Voici comment la distribution de nos 424 étoiles, d'après les différents ordres de distance, s'établit maintenant:

Ordres.	Distance.	Lucidæ.	Reliquæ.
I	0″ à 1″	137	21
II	1 » 2	21	43
III	2 » 4	5	48
IV	4 » 8	5	49
V	8 » 12	4	41
VI	12 » 16	3	34
VII	16 » 24	3	0
VIII	24 » 32	8	2

Des 158 étoiles du premier ordre, 13 demandent encore une révision par un état très favorable de l'atmosphère, pour décider définitivement si elles sont réellement doubles ou oblongues. En partie majeure elles ont déjà été examinées à différentes reprises, sans que j'aie pu décider de leur nature, mais l'expérience parle en faveur de la supposition que, dans presque tous ces cas, nous avons affaire à des étoiles binaires.

Les deux étoiles reliquae de 16″ à 32″ de distance, n'appartiennent pas strictement au nombre des étoiles doubles dans le sens restreint de M. W. Struve, mais la grandeur du satellite diffère si peu de la limite (8.9) que je n'ai pas cru nécessaire de les rejeter.

En prenant pour limite le 6me ordre de distance ou 16″, le surcroît en étoiles doubles dans les différents ordres de distance, fourni par notre catalogue, par rapport aux anciens

catalogues de Sir W. Herschel et de M. W. Struve, s'établit maintenant de la manière suivante:

Ordres. Distances.	I 0″ à 1″	II 1″ à 2″	III 2″ à 4″	IV 4″ à 8″	V 8″ à 12″	VI 12″ à 16″	Somme.
Étoiles de W. Herschel.	9	20	45	49	33	30	186
" Étoiles par W. Struve.	38	82	128	112	75	36	471
Étoiles par O. Struve.	158	64	53	54	45	37	411
Somme.....	205	166	226	215	153	103	1068

Ayant de nouveau comparé soigneusement notre catalogue avec ceux des deux Herschel, nous avons trouvé que 38 de nos étoiles sont déjà consignées dans les catalogues de Sir William ou de Sir John Herschel. Parmi ces 38 étoiles, il y en a 26 qui sont absolument identiques dans les catalogues comparés, soit en position, soit en description, et qui appartiennent toutes aux ordres plus élevés de distance. Les 12 autres sont doubles chez nous dans un sens plus étroit. Je donnerai ici la liste de ces dernières, en ajoutant aussi celles des étoiles du catalogue de mon père, où l'instrument de Poulkova a réussi de séparer l'une des composantes en deux étoiles très resserrées.

Numéros.	Noms des étoiles.	Grandeurs.	Distances.
2	h. 1007	(7) (8) et (9.10)	0″,7 et 17″,5
6	Σ. 26 rej.	(7) (8) et (9.10)	0,8 et 13,3
38	Σ. 105 = H. III. 5 = γ Andromedae	(4) (5.6) et (2.3)	0,4 et 10,0
50	h. 2172	(7.8) (7.8)	0,8
71	h. 671	(7) (9)	0,9
73	H VI. 20 = μ Persei	(4.5) (12)	15,2
152	h. 397? = 54 Aurigae	(6) (8)	0,8
277	Σ. 1812 = h. 541	(7.8) (8) et (9)	0,4 et 14,0
365	Σ. 3130	(7) (8) et (10.11)	obl. et 2,7
392	Σ. 2607	(7) (9) et (9.10)	0,5 et 3,2
403	Σ. 2657 rej.	(7) (7) et (9)	0,6 et 11,6
407	Σ. 2690 = h. 1521 = P. XX. 177. 178	(8) (8) et (7)	0,5 et 14,6
413	H. VI. 32 = λ Cygni	(5) (6.7)	0,6
484	Σ. 2966 rej.	(7) (8) et (11)	0,3 et 30
489	h. 1852 = π Cephei	(5) (7.8)	1,2
496	h. 1886 = P. XXIII. 100. 101	(7.8) (9) et (5.6)	1,4 et 75,8
510	h. 1911	(7.8) (7.8) et (10)	0,3 et 20,7

Les étoiles de M. W. Struve qui ont l'épithète rej., se trouvent dans le *Catalogus Novus* de 1827, mais elles n'ont pas été mesurées par lui au micromètre, par différentes raisons indiquées dans les *Mensurae Micrometricae* pag. XXXIII. Cela explique pourquoi, dans les trois cas indiqués, le réfracteur de Dorpat n'a pas résolu les étoiles principales en deux étoiles très resserrées, ce qu'il aurait dû faire si mon père les avait examinées par les grossissements plus forts, employés dans les mesures micrométriques.

Dans notre catalogue, nous trouvons encore 116 = Σ. 785. Dans ce cas, une troisième étoile très faible, à la distance de 18″, a été ajoutée aux deux étoiles resserrées, antérieurement connues. Le même cas avait eu lieu dans l'étoile 166 du catalogue de 1843 = Σ. 1037, mais ce numéro est rejeté plus tard à cause de la faiblesse de la troisième étoile qui ne me parut pas admettre des mesures micrométriques exactes.

Le catalogue actuel est arrangé de la même manière que celui de 1843. Il contient:

Dans la colonne	I	le numéro du catalogue de 1843,
« «	II	les noms des étoiles d'après Bayer, Flamsteed, Piazzi, les deux Herschel et W. Struve,
« «	III	l'ascension droite } pour l'époque 1850,0,
« «	IV	la déclinaison } pour l'époque 1850,0,
« «	V	les grandeurs des étoiles,
« «	VI	les distances, données en secondes et dixièmes.

Quant aux grandeurs, je dois mentionner que, dans les cas où l'étoile n'était observée que deux fois, et que les deux fois les grandeurs notées différaient d'une demie unité de notre échelle, j'ai donné dans le catalogue la grandeur plus forte. Les distances sont données jusqu'aux dixièmes de seconde, pour pouvoir mieux distribuer les étoiles dans les différents ordres de distance. En cas que les dixièmes de seconde ne s'y trouvent pas, l'étoile n'est pas encore mesurée micrométriquement, et la distance n'est qu'estimée. L'époque moyenne correspondante aux distances mesurées est à peu près 1846,0.

Au bas de chaque page j'ai ajouté des notes qui se rapportent aux systèmes isolés. Elles contiennent, entre autres, l'indication des systèmes dans lesquels un mouvement dans l'orbite s'est déjà prononcé par les observations continuées pendant 7 ans. Contre notre attente le nombre de ces systèmes n'est que très petit.

Numé-ros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
1		h m s 0 4 0	° ′ + 65 17	(7) (10)	1,4
2	h. 1007	5 40	26 9	(7) (8) et (9.10)	0,7 et 17,5
4		8 53	35 37	(7) (8)	0,5
5	26 Andromedae	10 53	42 57	(6.7) (10)	6,0
6	Σ. 26 *rejecta*	13 7	66 10	(7) (8) et (9.10)	0,8 et 13,3
7		13 19	65 38	(8) (9.10) et (7)	0,3 et 52,5
9		18 6	55 57	(7) (10)	1,5
12	λ Cassiopejae	23 30	53 41	(5.6) (6)	0,5
13		23 51	36 6	(7.8) (11)	6,0
14	P. O. 103 = H. N. 76	24 54	27 27	(6.7) (10.11)	8,3
15		27 37	48 11	(7.8)	oblongue?
16	h. 1041	30 54	48 32	(6) (11)	14,6
17		31 34	35 56	(7.8) 10.11)	8,4
18		34 37	3 21	(7) (9.10)	1,4
19		35 41	36 44	(7.8) (10.11)	9,6
20	66 Piscium	46 37	18 22	(6) (7)	0,6
21		54 26	46 34	(7) (8)	0,6
22		59 22	10 44	(7) (10)	8,5
515	φ Andromedae	1 0 51	46 27	(5) (6.7)	0,5
23		1 16	50 57	(7.8) (8)	14,6
24		1 47	50 12	(8.9) (11) et (7)	7,7 et 60,6
26		4 38	29 16	(6.7) (10)	10,8
28		5 27	80 6	(7) (8.9)	0,6
30		17 14	30 47	(7.8) (11.12) et (7.8)	4,3 et 56,9
31	P. I. 107	25 25	7 26	(7) (11)	3,9
32		27 41	84 27	(7.8) (12)	9,5
33		27 34	57 53	(7) (8)	24,2

2. Dans le catalogue de Sir J. Herschel, l'étoile est double (7) (11), dist. = 18″. Dans notre lunette, la plus grande se présente composée de deux étoiles.

14. Les observations de W. Herschel faites en 1790 donnent approximativement le même angle de position que nos observations.

15. Il est encore incertain si l'étoile est réellement oblongue ou non.

515. La duplicité de φ Andromedæ ne paraît sujette à aucun doute. Cependant cette étoile doit être examinée de nouveau.

26. Notre étoile double n'est pas 34 Ceti, comme il avait été indiqué dans le catalogue de 1843.

28. Une troisième étoile, extrêmement faible, se trouve à la distance de 10″ de notre étoile double.

32. Il y a un petit soupçon que la plus grande étoile elle même soit composée de deux.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
		h m s	° ′		
34		1 33 21	+ 80 9	(7.8) (7.8)	0,5
35		34 6	55 8	(7) (10)	9,7
37		51 50	80 47	(7) (9)	1,4
38	γ Andromedae = Σ. 105	54 38	41 36	(4) (5.6) et (2.3)	0,4 et 10,0
40		2 12 34	37 49	(8) (8.9)	0,5
42	P. II. 100	23 0	51 39	(7) (7.8)	0,3
43		31 54	25 59	(7) (8.9)	0,4
44		32 39	42 3	(8) (8.9)	1,4
45		33 5	4 13	(7) (9)	1,7
46		40 58	29 53	(7) (10)	4
48		43 5	47 58	(6) (10.11)	6,6
49	P. II. 230	52 8	17 24	(7) (10)	1,7
50	h. 2172	57 52	70 58	(7.8) (7.8)	0,8
51		3 2 53	43 43	(8) (8)	1,4
52	P. III. 1	4 30	65 5	(6.7) (7)	0,5
53		7 58	38 4	(7.8) (8)	0,7
54	h. 1135	18 1	67 4	(7) (8.9)	26,1
57		24 36	22 52	(7.8) (11) et (7)	10,0 et 71,5
59		30 15	45 32	(7.8) (8)	2,6
60		30 13	24 12	(7)	oblongue?
62		35 32	64 17	(7.8) (8)	0,3
63		37 15	50 16	(6) (11.12)	6,8
516		39 41	31 48	(7) (9)	2,1
64	P. III. 165	41 3	23 24	(7) (10) et (9)	3,2 et 10,4
65	P. III. 170	41 19	25 7	(6.7) (6.7)	0,6
66		41 53	40 20	(7.8) (8)	0,5
67	Camelopardali 9 Hev.	44 27	60 39	(5) (8)	1,7
69		49 43	38 23	(6) (9.10)	1,7
70	P. III. 220	53 32	9 35	(5.6) (11.12)	11,7

38. Depuis 1842 jusqu'en 1850, les observations n'ont encore indiqué aucun mouvement sensible dans les positions des étoiles resserrées.

44. La position de h. 2155 s'accorde de très près avec la nôtre, mais la description ne convient pas; probablement l'étoile Herschelienne est une autre étoile double, située dans le même amas d'étoiles.

46. La distance n'est qu'estimée.

50. Dans le catalogue de Sir J. Herschel, l'étoile est décrite (7.9) (14) Cl. IV. Il y a donc probablement encore une troisième étoile très faible dans le voisinage de notre étoile double, que nous n'avons pas remarquée.

60. Il reste encore indécis si l'étoile est réellement double ou non.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl.	Grandeurs.	Distances en secondes.
71	h. 671	3h 57m 22s	+33° 2′	(7) (9)	0,9
72	P. III. 249	59 22	16 57	(6) (9)	4,5
73	μ Persei	4 3 55	48 2	(4.5) (12)	15,2
74		4 4	9 16	(7.8) (8.9)	0,4
75		5 47	60 7	(7.8) (8)	0,5
76		6 24	34 30	(7.8) (12.13)	3,8
77		6 24	31 17	(7.8) (7.8) et (8)	0,3 et 56,4
78		6 37	29 38	(7) (9)	2,7
79	55 Tauri	11 14	16 10	(7) (8.9)	0,7
80	P. IV. 46	13 13	42 4	(6.7) (7)	0,5
81	56 Persei	14 53	33 37	(6) (9)	4,3
82		15 11	14 41	(7) (9)	1,0
83		21 3	32 6	(6)	oblongue?
84	h. 679	23 6	6 28	(7) (7.8)	9,4
85		25 58	48 5	(7.8) (10)	1,1
86		27 44	19 27	(7.8) (7.8)	0,6
87		28 0	7 55	(7.8) (9)	6,0
88		43 43	61 30	(6.7) (8)	0,7
89	P. IV. 207	45 46	73 51	(6) (7.8)	0,4
90		47 46	8 21	(7) (9)	2,0
91		48 20	2 57	(7) (7.8)	0,8
92	5 Aurigae	50 2	39 10	(6) (9.10)	2,7
93		52 30	4 52	(7.8) (9)	1,4
95	P. IV. 288	56 38	19 35	(6.7) (7)	0,5
97		57 29	22 53	(6) (7.8)	0,4
98	14 *i* Orionis	59 42	8 18	(6) (7)	1,0

71. La description de Sir J. Herschel (6.7) (13) dist. = 20″, nous fait supposer la présence d'une troisième étoile faible dans le voisinage de notre étoile double.

73. μ Persei se trouve aussi dans le catalogue de Sir J. Herschel, mais elle y est (4.5) (9.10) dist. = 100″. Ce second satellite est trop faible et trop éloigné pour entrer dans notre catalogue.

83. Il est très probable que l'étoile soit réellement double.

88. Près de 88, dans la position $AR = 4^h\ 41^m\!,2$, Décl. = 61° 14′, il y a une étoile de (6.7)me grandeur qui m'a paru oblongue en 1847.

97. En 1844, 97 m'a paru simple, en 1846 je l'ai notée oblongue et en 1848 et 1849 les deux étoiles ont été observées distinctement séparées. Il s'en suit que, depuis la découverte en 1842, il y a eu une occultation de l'une des étoiles de ce système par l'autre.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
		h m s	° ′		
100	h. 693	5 1 51	+ 7 59	(7) (10)	4,3
101		2 38	46 48	(7.8) (9.10)	5,8
517		5 41	1 48	(6)	oblongue
102		5 47	0 24	(6)	oblongue
103	16 Aurigae	8 18	33 11	(5) (11)	4,3
104		11 58	46 52	(7) (11)	15,7
105		13 16	12 32	(7.8) (7.8)	0,9
106		14 12	5 15	(7) (10)	8,9
107	115 Tauri	18 23	17 51	(6) (10.11)	10,3
108		20 34	18 15	(7) (10.11)	3,7
109		24 26	71 33	(7.8) (9)	10,8
111		26 56	10 8	(6) (10.11)	2,8
112		29 36	37 51	(7) (8)	0,6
518		30 2	7 9	(8.9) (9) et (11)	1,5 et 25
113	h. 3278	31 25	12 56	(7) (10.11)	9,8
114		32 38	16 8	(7.8) (9.10)	2,9
115		35 56	15 0	(7) (8)	0,8
116	Σ. 785	36 40	25 52	(7.8) (8) et (12)	13, 9 et 18,3
117		38 30	30 29	(7) (9.10)	11,7
118	P. V. 222	39 25	20 49	(6) (7.8) et (7.8)	0,6 et 74,8
119		39 47	7 55	(7.8) (8)	0,7
121		45 59	74 1	(7.8) (8.9)	0,3
122		45 39	36 55	(7.8) (8)	0,3
123		45 52	10 12	(7) (8.9)	2,2
124		50 25	12 48	(6) (7.8)	0,4
125		50 37	22 28	(7) (8.9)	1,5
126		50 38	17 47	(7.8) (10)	10,2
127		51 41	38 43	(7) (10.11)	1,7
129		56 47	29 32	(6) (11)	9,7
130		57 5	42 41	(6.7) (8)	0,4

100. L'angle donné dans le catalogue de Sir J. Herschel diffère de celui que nous avons mesuré de 10 degrés à peu près. Un mouvement dans ce système nous paraît donc probable.

517. Étoile qui reste encore à examiner.

102. Probablement oblongue, mais je n'ose pas encore décider là dessus.

108. L'étoile h. 3274 dont la position s'accorde de très près avec celle de notre 108, n'est pas identique avec la nôtre.

116. Dans le *Catalogus Novus*, la troisième étoile qui est plus petite que les deux autres, n'a pas été indiquée.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.			Décl. pour 1850.		Grandeurs.	Distances en secondes.
		h	m	s	°	′		″
131		5	57	18	+ 36	16	(7) (10)	1,5
132			57	57	37	59	(6.7) (10)	1,6
133			59	1	21	19	(7) (10)	2,9
134		6	0	5	24	28	(7) (8.9)	30,8
135			6	49	2	21	(7) (9)	0,6?
136			11	8	70	37	(6.7) (10)	5,4
139			16	31	22	32	(7) (9.10)	0,9
140			18	0	15	37	(7) (9.10)	2,8
141			21	17	18	0	(7.8) (9.10)	2,4
142			21	52	7	13	(7) (10.11)	8,4
143			22	28	17	2	(6.7) (10)	7,6
519			22	35	15	52	(8) (10.11)	8,1
145			23	41	15	50	(7) (10)	2,0
147			24	7	38	12	(9) (10) (7) (8.9)	0,6, 46,0 et 42,7
148			25	0	37	11	(7) (10.11)	2,4
149			27	5	27	25	(6.7) (9)	0,5
150			28	40	42	9	(7) (8)	0,3
152	54 Aurigae = h. 397?		30	6	28	24	(6) (8)	0,8
154			33	45	40	48	(6.7) (8.9)	30,3
155			36	15	24	51	(7) (10)	14,8
156			38	37	18	22	(6.7) (7)	0,4
157			40	1	0	30	(7.8) (8)	0,6
159	15 Lyncis		44	17	58	36	(5) (6)	0,4
160			45	27	21	20	(7) (10)	1,3
163			52	53	12	0	(7) (8.9)	0,5
165	45 *o* Geminorum		59	49	16	10	(5) (10.11)	3,9
167		7	3	47	32	24	(7) (10.11)	5,2
520			4	29	28	44	(7) (9)	0,6
169	24 Monocerotis		7	34	0	6	(7)	oblongue?
170	P. VII. 52		9	25	9	34	(7.8) (7.8)	1,0

135. Je n'ai observé cette étoile qu'une seule fois et cette observation même est encore douteuse.

148. Il y a un petit soupçon que la plus grande étoile elle même soit composée de deux étoiles très resserrées.

152. Dans le catalogue de Sir John Herschel, h. 397 est une étoile double de la quatrième classe. L'ascension droite y est plus grande que la nôtre d'une minute en temps. L'identité des deux systèmes est très douteuse.

159. 15 Lyncis. Nos observations seules indiquent déjà, avec beaucoup de probabilité, uu mouvement dans l'orbite de ce système.

169. En 1847 et 48 je n'avais qu'un soupçon d'une figure oblongue de cette étoile.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
		h m s	° ′		
171		7 17 7	+ 31 55	(7) (10)	1,0
174		25 21	43 22	(6.7) (8)	1,8
175		25 36	31 16	(6) (6.7)	0,5
176		30 49	0 51	(7) (9)	1,4
177		32 0	37 48	(7.8) (8.9)	0,6
179	ϰ Geminorum = h. 427	35 23	24 46	(4) (8.9)	6,0
180		35 49	59 28	(7) (11)	14,7
181		36 3	34 56	(7.8) (11.12)	6,0
182		44 50	3 47	(7) (7.8)	1,0
185		49 31	1 31	(7) (7)	0,3
186		54 10	26 41	(7.8) (8)	0,7
187		54 38	33 27	(7) (7.8)	0,3
188		8 3 54	75 17	(6.7) (9.10)	10,6
189		4 27	43 30	(6.7) (10)	4,1
193	h. 447	18 40	34 2	(6.7) (11)	14,1
194		40 39	1 7	(7) (10.11)	12,2
195	P. VIII. 200	45 56	8 59	(7.8) (8)	9,4
196	ι Ursae maj. = h. 2477	48 55	48 38	(3) (10.11)	10,6
197		9 1 42	3 33	(7.8) (9)	1,3
199	37 Lyncis	10 17	51 52	(6) (10)	5,6
200		14 31	52 12	(6.7) (8.9)	1,4
201		15 2	28 32	(7.8) (9)	1,4
204		30 41	11 26	(6.7) (10.11)	8,4
205		33 11	41 39	(7.8) (12)	12,0
521	ν Ursae maj.	40 18	59 44	(4) (11.12)	10,7
208	φ Ursae maj.	41 51	54 46	(5) (5.6)	0,4
522	h. 3316	42 25	65 30	(7) (10.11)	15,2
209		43 18	51 19	(7) (10.11)	4,8
210		53 9	47 5	(7.8) (8.9)	0,9
213		10 4 38	28 10	(7.8) (9.10)	1,0

193. h. 447. L'angle estimé par Sir John Herschel diffère du nôtre, de 16° à peu près. Eu égard à la grande distance des deux étoiles, le mouvement dans ce système ne paraît plus être sujet à aucun doute.

196. ι Ursæ maj. Nos observations faites depuis 1843 jusqu'en 1848, prouvent que le petit satellite partage le mouvement propre de ι Ursæ maj. Aussi les observations de Sir J. Herschel comparées avec les nôtres confirment cette supposition.

201. La troisième étoile indiquée dans le catalogue de 1843 est trop faible pour être mesurée avec exactitude.

208. φ Ursæ maj. Jusqu'à présent les deux étoiles qui composent ce système, n'ont montré qu'un mouvement relatif très petit. Peut-être y a-t-il eu un petit décroissement de la distance.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
214		10h 8m 50s	+86° 52′	(7.8) (10)	14,2
215	P. X. 23	8 5	18 29	(7) (7)	0,4
523	39 Leonis	9 0	23 51	(5.6) (10)	6,6
216		14 39	16 6	(7) (10.11)	2,0
217		18 45	17 59	(7.8) (8)	0,5
218		19 46	4 19	(7) (9)	1,2
219		20 41	51 45	(7) (10.11)	13,0
220	P. X. 85	21 15	10 55	(7) (9)	1,2
222		28 33	60 55	(7) (11)	4,6
224	P. X. 128	31 50	9 38	(7)	oblongue?
225		31 54	20 1	(7.8) (9.10)	6,4
227		33 47	11 31	(7.8) (8.9)	0,5
228		39 8	23 22	(7) (7.8)	0,4
229		39 22	41 54	(6.7) (7)	0,7
230		46 29	21 34	(7.8) (11)	8,6
232	P. XI. 14	11 6 49	38 24	(7) (7.8)	0,7
233		9 32	67 31	(7) (10)	4,9
234		22 41	42 8	(7) (7.8)	0,3
235		23 45	61 55	(6) (7.8)	0,5
236		27 34	67 11	(7.8) (11)	2,3
237		30 55	41 59	(7) (9)	0,7
240		45 45	43 46	(7.8) (10.11)	8,7
241		48 30	36 16	(6.7) (8.9)	1,4
243		52 4	54 16	(8) (9)	0,8
244		57 52	53 43	(7) (9.10)	3,3
245		12 9 57	29 46	(6) (10.11)	8,3
246		10 58	69 39	(7.8)	oblongue?

215. Un mouvement rétrograde me paraît très probable dans ce système.

523. Il est bien remarquable qu'en 1842, lors de la révision du ciel, 39 Leonis a été examinée en quatre différentes nuits, par un état favorable de l'atmosphère, sans que j'eusse noté le satellite qui, à l'époque actuelle (1850), se voit facilement, même par un ciel moins favorable. Serait ce peut-être une indication d'un changement dans l'éclat du satellite ou d'un mouvement rapide dans ce système?

224. Il est presque sûr que l'étoile soit réellement oblongue.

234. L'angle de position a changé de 20° depuis 1844 jusqu'en 1850.

235. Un mouvement rapide a lieu dans ce système. Nos observations indiquent un changement de l'angle de position de 40° depuis 1844 jusqu'en 1849.

246 Il n'y a qu'un soupçon de forme oblongue.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
249		12h 16m 34s	+ 55° 0′	(7) (8) et (11)	0,5 et 13,0
250		16 56	43 56	(7.8) (8)	0,4
251		21 42	32 13	(7.8) (9)	0,3
253		36 33	22 1	(7) (10.11)	6,4
256		48 46	— 0 8	(7) (7.8)	0,6
257	h. 2625	49 53	+ 46 25	(7.8) (8)	13,0
258		52 31	83 22	(6.7) (10.11)	10,3
260		13 0 50	27 45	(8) (8.9)	0,8
261		4 57	32 53	(7) (7.8)	0,5
262	h. 2646	5 52	74 46	(7.8) (8)	28,0
263		10 14	51 22	(7.8) (8.9)	2,2
266		21 4	16 31	(7.8) (8)	1,2
267		22 35	76 46	(7.8)	oblongue
269		26 4	35 41	(6.7) (7)	0,3
270	τ Bootis = h. 232	40 4	18 13	(5) (11.12)	10,1
272	P. XIII. 242	47 42	30 38	(7) (10)	1,7
273		48 44	5 59	(7.8) (8)	0,8
274	h. 538	14 0 11	35 29	(7) (10)	14,7
275		1 43	8 6	(7) (10.11)	4,9
276		1 53	37 27	(7.8) (8.9) et (10)	0,5 et 9,4
277	Σ. 1812 = h. 541	5 45	29 25	(7.8) (8) et (9)	0,4 et 14,0
278		6 18	44 54	(7.8) (7.8)	0,4
279	P. XIV. 20	6 32	12 42	(7) (9)	2,2
280		6 35	61 6	(7) (11)	7,2
281		12 54	9 16	(7) (11)	1,2
283		27 9	49 51	(7.8) (11)	4,9
284		35 1	49 22	(7) (11)	6,9
285	P. XIV. 182	39 52	43 0	(7) (7.8)	0,5
287		46 2	45 33	(7.8) (7.8)	0,5
288		46 22	16 19	(6.7) (7)	0,5

267. La forme oblongue de cette étoile n'est sujette à aucun doute. En 1847 j'ai vu les deux étoiles de ce système distinctement séparées.

270. Le petit satellite partage le mouvement propre de τ Bootis.

277. Les *Mensuræ micrometricæ* et le catalogue de Sir John Herschel ne contiennent aucune indication que la plus grande étoile soit elle-même composée de deux. Dans l'intervalle entre les observations de M. W. Struve (1832) et les miennes (1846), la troisième étoile n'a pas du tout changé sa position.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl.	Grandeurs.	Distances en secondes.
289		14h 49m 41s	+32° 53'	(6.7) (10)	4,6
293		15 8 51	23 7	(7.8) (11)	10,5
294		8 56	56 37	(6.7) (11)	3,1
295		9 16	37 23	(7.8) (9)	0,8
296		21 9	44 33	(7) (9)	1,6
297		28 24	25 31	(7.8) (11.12)	13,0
298		30 37	40 19	(7) (7.8)	1,2
299		31 44	64 25	(7.8) (9.10)	3,3
300		32 59	12 33	(6.7) (10)	15,1
301		41 5	42 56	(7) (10.11)	3,9
302	h. 576	49 16	34 48	(7) (9)	28,5
303		53 51	13 42	(7.8) (8)	0,6
304	h. 1285	55 36	39 36	(6) (10.11)	10,7
305		16 5 54	33 43	(6) (10)	5,3
306		6 9	34 47	(7) (8.9)	0,3
308		14 39	1 34	(6.7) (9.10)	2,5
309		14 14	42 0	(7.8) (7.8)	0,4
310		20 4	38 18	(7.8) (10.11)	2,9
311		21 17	21 15	(7.8) (10)	13,3
312	η Draconis	21 54	61 51	(2) (8)	4,6
313		27 34	40 26	(7) (7.8)	0,8
314		32 19	20 46	(7) (10)	3,5
315	21 Ophiuchi	43 48	1 29	(6) (8)	0,8
317		48 21	44 39	(7) (11.12)	15,5
318		49 51	14 21	(6.7) (9.10)	2,7
319		51 21	15 23	(7.8) (8.9)	0,9
320		51 59	25 35	(7.8) (11)	5,6
321		52 37	14 32	(7.8) (8.9)	0,4
322		54 35	37 10	(7) (10)	1,6
323		17 0 46	47 10	(7.8) (10.11)	6,9
324		2 21	31 25	(6) (11)	3,8
325	P. XVII. 18	5 44	7 56	(7) (9)	1,6
326		11 9	9 41	(7) (11.12)	15,2
327	P. XVII. 58	11 15	56 18	(7.8) (8)	0,4

312. η **Draconis.** Depuis 1842 jusqu'en 1848 le satellite n'a eu aucun mouvement sensible par rapport à l'étoile principale.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
		h m s	° ′		
328	68 *u* Herculis	17 11 48	+ 33 16	(5) (10)	4,3
330		23 3	16 4	(7) (10.11)	14,0
331	P. XVII. 135	24 38	2 57	(7.8) (9)	0,9
332		28 10	15 25	(7) (10.11)	10,0
333		29 43	10 40	(7)	oblongue?
334		38 13	34 51	(7.8) (8.9)	15,2
335	h. 2809	39 32	21 57	(7.8) (8.9)	24,9
337	P. XVII. 260	43 22	7 18	(7.8) (8)	0,7
338		45 10	15 22	(6.7) (7)	0,6
339		49 44	21 31	(7.8) (10)	2,7
340		51 43	87 2	(7.8) (8)	31,5
341		59 20	21 26	(6.7) (8)	0,5
342	72 S^2 Ophiuchi	18 0 14	9 32	(4) (8)	1,5?
524		0 56	19 38	(7)	oblongue?
343		1 1	48 6	(7) (10)	2,6
344		3 23	49 41	(6.7) (11)	2,2
345		5 30	5 47	(7.8) (10.11)	1,0
346		8 55	19 44	(7) (8)	5,4
347		17 29	7 9	(7) (11)	3,1
349		16 55	83 53	(7.8) (8)	0,6
350		19 33	6 20	(7.8) (9)	1,6
351		21 21	48 40	(7.8) (8)	0,5
353	φ Draconis	23 2	71 15	(5) (6.7)	0,6
354		24 45	6 40	(7.8) (8)	0,8
357		28 56	11 35	(7.8) (7.8)	0,5
358		29 13	16 52	(7) (7.8)	1,1
359	P. XVIII. 132	29 18	23 29	(6.7) (7)	0,6
360		31 17	4 43	(6.7) (10)	1,0
361		36 18	5 29	(7.8) (8)	22,6
362		41 10	10 28	(7.8) (12)	7,6
363		44 45	77 32	(7.8) (7.8)	0,5

333. Il reste encore indécis si l'étoile est réellement oblongue ou non.

342. 72 S^2 Ophiuchi. J'ai regardé cette étoile très souvent et je l'ai notée plusieurs fois comme étoile simple. Trois fois cependant je l'ai vue double, toujours à peu près dans la même direction et à la distance de 1,″5. Je ne saurai expliquer ces discordances qu'en supposant que la lumière du satellite soit très variable.

524. Étoile qui reste encore à examiner.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl.	Grandeurs.	Distances en secondes.
		h m s	° ′		
364		18 47 10	+ 25 11	(7.8) (11)	0,7?
525		49 23	33 47	(5) (10.11) et (7)	1,5 et 45,5
365	Σ. 3130	51 24	44 1	(7) (8) et (10.11)	obl. et 2,7
368		19 9 12	15 54	(7.8) (8.9)	0,7
369		9 16	71 49	(7) (7)	0,7
370	P. XIX. 49	9 54	9 4	(7.8) (8)	19,5
371		9 55	27 11	(6.7) (7)	0,8
372		19 3	46 55	(9) (10.11) et (7.8)	3,2 et 79,4
373		19 43	46 8	(7) (10)	1,7
375		27 57	17 47	(7) (8.9)	0,6
376		29 33	33 53	(7) (10)	2,5
377	h. 1421?	30 48	35 20	(8.9) (8.9) et (9)	0,8 et 25,3
378		31 30	40 40	(7) (9)	1,3
380	χ Aquilae	35 33	11 28	(6) (7) et (11)	0,6 et 1,3
382		35 47	27 1	(7) (7.8)	0,4
383		37 49	40 21	(7) (8.9)	0,8
384	P. XIX. 263	38 26	37 57	(7) (7)	0,9
385		40 41	40 12	(7.8) (9.10)	1,2
386		42 50	36 47	(7.8) (8)	0,9
387		43 9	34 56	(7) (8)	0,5
388		46 4	25 29	(7.8) (7.8) et (9)	3,7 et 26,6
389	h. 1445	46 43	30 46	(7) (9)	12,6

364. Depuis 1842 je n'ai pas vu le satellite, même par un état de l'atmosphère très favorable. Je suis incliné à attribuer l'observation de 1842 à une déception optique.

525. Cette étoile double a été découverte en automne 1842 et ce n'est que par méprise qu'elle manque dans notre catalogue de 1843. Depuis ce temps le couple resserré a changé sensiblement sa position relative. La même étoile se trouve aussi dans le catalogue de M. W. Struve, publié en 1822; mais içi elle n'est donnée que comme étoile double de la cinquième classe. Cependant le satellite resserré a été reconnu aussi par M. W. Struve le 17 Sept. 1823, à l'aide du cercle méridien, à l'occasion des observations faites pour la détermination de la position apparente. En effet nous trouvons ce jour la note „Fortasse major hæc cl. I, ita ut (10) A. Sq. 45°. Pervicinae.“ Cet angle de position s'accorde parfaitement avec nos observations.

365. Σ. 3130. La lunette de Dorpat n'a pas montré que l'étoile principale elle-même est composée de deux étoiles très resserrées. En 1841 j'ai vu les deux étoiles très distinctement séparées. Déjà en 1844 l'étoile ne présentait qu'une forme oblongue; en 1845, 1846 et 1847 elle était simple. Depuis 1848 elle est de nouveau oblongue et je suppose que, dans cette année, nous verrons les deux étoiles séparées. Il est bien remarquable que, depuis 1832, le satellite plus éloigné n'a point changé sa position par rapport à l'étoile principale.

377. Notre lieu s'accorde de très près avec la position donnée dans le catalogue de Sir J. Herschel, mais les deux descriptions diffèrent trop entre elles, pour pouvoir supposer l'identité des deux systèmes.

*

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl.	Grandeurs.	Distances en secondes.
390		19h 49m 2s	+29° 49′	(7) (9.10) et (11)	9,4 et 16,3
392	Σ. 2607	52 52	41 52	(7) (9) et (9)	0,5 et 3,2
393		53 5	44 0	(7.8) (8.9)	21,8
394		54 46	36 0	(7) (10)	10,8
395	16 *h* Vulpeculae	55 41	24 32	(6) (6)	0,6
398		20 1 46	35 18	(7.8) (10)	0,8
399		5 10	36 36	(7) (9.10)	4,4
400		5 10	43 32	(7) (8)	0,7
401		6 50	38 0	(7) (10.11)	14,2
402		8 5	24 24	(7) (10.11)	15,3
403	Σ. 2657 *rejecta*	9 14	41 41	(7) (7) et (9)	0,6 et 11,6
405		12 51	32 47	(7.8) (8.9)	0,7
406		14 55	44 54	(7) (8)	0,6
407	{P. XX. 177.178 = Σ. 2690 = h. 1521}	24 3	10 46	(8) (8) et (7)	0,5 et 14,7
526		25 48	80 38	(7.8) (9.10)	1,2
408		28 7	34 10	(7) (10)	1,6
410		34 3	40 5	(6) (6.7) et (7.8)	0,6 et 69,0
411		37 16	45 18	(7) (10)	15,0
413	λ Cygni = H. VI. 32	41 32	35 57	(5) (6.7)	0,6
414		41 44	41 52	(7) (8)	9,8
415		44 17	29 52	(7.8) (9.10)	3,3
416		46 39	43 11	(7.8) (8)	6,9
417		46 44	28 34	(7.8) (8) et (9)	0,5 et 30,5
418		48 40	32 8	(7.8) (7.8)	0,6
419		48 45	36 29	(7) (10.11)	1,6

392. Σ. 2607. Les *Mensuræ micrometricæ* n'indiquent pas la duplicité de l'étoile principale.

398. L'étoile Σ. 2630 qui se trouve presque dans la même position que notre étoile 348, est décrite, dans le *Catalogus Novus* „Plures III et IV in acervo.“ Par cette raison l'étoile Σ. 2630 a été rejetée dans les *Mensuræ micrometricæ*. Probablement notre étoile appartient au même amas d'étoiles, mais elle n'est pas identique avec Σ. 2630.

403. Dans le *Catalogus Novus* cette étoile est notée double (Σ. 2657). Ensuite elle a été rejetée du nombre des étoiles à mesurer, à cause de la faiblesse du satellite. Ni la lunette de Dorpat, ni le télescope de Sir J. Herschel n'ont montré que l'étoile principale elle-même est composée de deux étoiles très resserrées.

407. Σ. 2690. Avant nous, M. Dawes avait déjà reconnu que le satellite était lui même composé de deux étoiles. Dans le courant de 5 ans, aucun changement relatif de la position n'a eu lieu. La relation de l'étoile plus éloignée n'a subi non plus aucun changement depuis les observations de M. W. Struve, si ce n'est que la distance a un peu augmenté

413. λ Cygni. Les observations faites depuis 1842 jusqu'en 1849 indiquent déjà un mouvement dans ce système. Le satellite de 6me classe d'Herschel n'a pas été observé par nous.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
420		20 48 52	+40 8	(7) (11)	5,8
422		49 30	44 35	(7.8) (9)	2,7
423		49 48	41 57	(7) (9.10)	2,7
424		52 14	14 59	(7.8) (8.9)	0,3
425	P. XX. 440	55 6	48 5	(7) (11)	12,2
426	60 Cygni	55 51	45 34	(6) (10)	2,6
427		57 21	30 27	(7) (11.12)	5,2
527		21 0 42	4 33	(6.7) (8)	0,3
430		5 13	23 33	(7.8) (9.10)	1,4
431		5 51	40 39	(7.8) (8)	3,2
432	P. XXI. 50	8 32	40 32	(6.7) (7)	1,2
433	υ Cygni = h. 932	11 42	34 18	(4.5) (10) et (10)	14,8 et 21,0
435		13 50	2 16	(7.8) (8)	0,5
436		13 20	75 42	(7) (10.11)	11,4
437		14 30	31 50	(6.7) (7)	1,3
438		16 8	42 32	(7.8) (10)	2,3
439	h. 3026	17 54	1 25	(7) (11)	15,2
440	P. XXI. 166 = h. 1650	23 15	59 7	(6) (10)	12,3
441		24 45	41 35	(7.8) (10)	6,9
528		27 10	8 50	(7.8) (10)	6
442	P. XXI. 221	29 50	61 8	(8) (8)	0,6
443	H. II. 62	30 7	6 2	(8) (8.9)	8,1
444		32 7	19 55	(7.8) (10.11)	7,9
445		32 22	20 3	(8) (8.9)	0,9
446		32 45	3 4	(7.8) (10)	5,9
447	H. III. 110	33 31	41 3	(7) (11) et (8)	13,8 et 29,0
448		34 22	28 40	(7.8) (8.9)	0,7
449		37 3	74 34	(7.8) (9.10)	1,1
451	P. XXI. 328	46 30	60 55	(7) (8)	4,6
452		48 8	6 32	(7.8) (9)	1,1
453	h. 3069?	49 1	6 32	(7.8) (8)	0,7

443. L'angle de position mesuré par W. Herschel en 1782 et comparé avec nos observations, nous fait soupçonner un petit mouvement rétrograde dans ce système.

447. Les observations de W. Herschel, comparées aux nôtres, indiquent un petit mouvement direct pour le satellite plus proche et un petit mouvement rétrograde pour le satellite plus éloigné.

453. La description de Sir J. Herschel (9) (10) dist. = 25″ ne s'accorde pas du tout avec la nôtre; mais elle nous fait soupçonner la présence d'une troisième étoile dans le voisinage de notre étoile double.

Numéros.	Noms des étoiles.	AR pour 1850.	Décl.	Grandeurs.	Distances en secondes.
		h m s	° ′		
454		21 49 15	+ 23 39	(7) (9)	6,8
455		49 26	15 24	(7.8) (9)	9,9
456		50 6	51 51	(7.8) (8)	1,3
457		51 33	64 37	(6.7) (8.9)	1,3
458		51 43	59 6	(7) (8.9)	0,7
459		55 31	38 50	(7.8) (10)	10,6
460		57 59	1 2	(7) (8.9) et (10.11)	1,5 et 7,3
461	ν Cephei	59 1	59 6	(6) (11)	10,8
462		22 0 28	35 22	(7) (9)	1,4
463		3 2	13 1	(7.8) (11.12)	4,5
464		4 46	39 26	(7.8) (8)	0,8
465		6 7	49 28	(7) (10.11)	15,3
468		9 32	32 59	(7) (11)	12,3
469		13 47	34 22	(7) (8.9)	31,8
470		16 28	66 13	(6.7) (10)	3,8
473		24 35	56 27	(6.7) (10)	14,8
475	P. XXII. 179	32 9	36 36	(7) (11)	15,7
476		36 35	46 21	(6.7) (7)	0,6
477		37 2	45 12	(7) (11.12)	9,4
478	h. 1802	37 15	38 41	(6) (9)	2,8
479	13 Lacertae = h. 1803	37 20	41 2	(5) (10.11)	14,5
529		39 38	67 23	(7.8) (9) et (9)	3,5 et 20,7
480	h. 1809	40 9	57 16	(7.8) (8)	31,0
481		41 35	77 43	(7.8) (9.10)	2,3
530		43 38	67 26	(9) (10)	5,2
482	Cephei 34 Hev.	47 32	82 20	(5) (10)	3,4
483	52 Pegasi	51 40	10 56	(6) (7.8)	0,9
484	Σ. 2966 *rejecta*	51 37	72 2	(7) (8) et (11)	0,3 et 30
487		58 32	79 58	(6.7)	oblongue

462. Il y a une troisième étoile très faible dans le voisinage de notre étoile double. A cause de sa faiblesse la distance de ce second satellite n'a pas été mesurée.

484. Dans le *Catalogus Novus* cette étoile est décrite IV (7) (10). Elle a été rejetée du nombre des étoiles à mesurer, à cause de la faiblesse du satellite. Nous avons trouvé à Poulkova que la plus grande étoile elle-même est composée de deux étoiles très resserrées. La troisième étoile n'a pas été mesurée par nous.

487. Il n'y a pas de doute par rapport à la forme oblongue de cette étoile.

Numéros.	Noms des étoiles.	*AR* pour 1850.	Décl. pour 1850.	Grandeurs.	Distances en secondes.
489	π Cephei = h. 1852	23ʰ 3ᵐ 6ˢ	+ 74° 34′	(5) (7.8)	1,1
490		3 38	56 37	(7) (9)	1,3
492		6 13	81 45	(7.8) (11)	8,8
493		11 57	47 39	(7.8) (10.11)	8,1
494		13 18	21 8	(7.8) (8)	3,3
495		17 15	56 42	(7.8) (7.8)	0,4
496	{ P. XXIII. 100.101 = h. 1886? }	23 5	57 43	(7.8) (9) et (5.6)	1,4 et 76,8
497		23 18	8 39	(7.8) (8)	1,3
499		26 14	56 34	(7.8) (9)	9,4
500		30 19	43 35	(6.7) (7)	0,5
501	h. 1900	32 33	36 49	(7) (10)	14,5
502		32 47	62 54	(7) (11)	3,5
503		34 27	19 29	(7) (7.8)	1,8
504		34 54	17 51	(7) (10)	7,5
505		37 49	19 35	(6.7) (9.10)	2,0
507		41 23	64 2	(6.7) (7) et (7.8)	0,5 et 48,8
508	6 Cassiopejae	41 34	61 23	(5.6) (8)	1,7
509		42 59	42 34	(7.8) (9.10)	5,5
510	h. 1911	44 4	41 14	(7.8) (7.8) et (10.11)	0,3 et 20,7
511		45 41	59 52	(6.7) (11)	10,3
512		49 49	60 11	(6.7) (11)	4,3
513		50 42	34 11	(7) (9)	3,6
514		56 56	41 15	(7) (9.10)	5,2

489. π Cephei est = h. 1852; mais dans le catalogue de Sir J. Herschel, le satellite est éloigné en *AR* de 12ˢ,5. A cause de sa grande distance, ce satellite ne nous a pas paru digne d'entrer dans notre catalogue.

496. Il y a un petit soupçon que, dans le voisinage de l'étoile de (5.6)ᵐᵉ grandeur, il y ait encore un petit satellite à la distance de 2″. La note ajoutée au catalogue de Sir J. Herschel nous fait voir que notre étoile est identique avec h. 1886, mais les descriptions diffèrent extrêmement.

507. Dans le catalogue de Sir J. Herschel l'ascension droite est plus grande d'une minute; mais la description s'accorde si bien avec la nôtre qu'il n'y a pas de doute sur l'identité de notre 501 avec h. 1900.

510. Le catalogue de Sir J. Herschel n'indique pas la duplicité de l'étoile principale.

CORRIGENDA:

in pag. 325 et linea tertia a fine: pro *immobilis* lege *mobilis*
„ 336 „ secunda a princ.: pro *occid.* lege *orientali*
in fine Cap. V adde: Quae formula secundum (4) hanc induit formam pro positione circuli orientali

RÉSULTATS GÉOGRAPHIQUES
DU VOYAGE EN PERSE,

FAIT PAR

LE CAPITAINE LEMM

EN 1838 ET 1839.

MÉMOIRE

DE

M. Otto Struve.

Un trait caractéristique des travaux géographiques, c'est que leur valeur scientifique varie avec les contrées auxquelles ils se rapportent. Pour faire avancer la géographie des pays civilisés qui ont été déjà l'objet de nombreuses recherches scientifiques, il faut que les nouveaux travaux se recommandent soit par leur exactitude supérieure, soit par une collection très complète et soignée de matériaux, soit enfin par une critique profonde. Il est en général beaucoup plus facile à augmenter essentiellement nos connaissances par rapport aux pays inconnus ou très peu explorés, là où presque chaque observation isolée, mais exacte, est un gain réel de la science, dès qu'on a seulement l'occasion de visiter de tels pays. Mais l'expérience nous prouve que trop souvent, par malheur, ceux qui ont l'occasion de voyager dans des contrées peu visitées, retournent de leurs voyages sans que la science en pût tirer le moindre avantage, soit que les connaissances nécessaires manquaient aux voyageurs, soit qu'ils avaient négligé les intérêts de la science, soit enfin que des obstacles imprévus et insurmontables s'étaient opposés à l'exécution des travaux scientifiques. C'est surtout la géographie mathématique qui n'avance que très lentement dans des contrées où les moyens de communication sont peu développés. La nécessité de transporter des instruments, pour pouvoir exécuter des observations astronomiques ou géodésiques, est la cause principale qui fait que cette branche de la géographie ne peut marcher au pas égal avec les autres branches de la même science. Grâce aux progrès de la mécanique technique, cet obstacle diminue de plus en plus. Nous avons aujourd'hui des instruments astronomiques de si petites dimensions, que chaque voyageur les peut transporter facilement, et qui néanmoins admettent un haut degré d'exactitude, témoins les cercles réflecteurs de Pistor et les cercles prismatiques de Steinheil. La

plus grande facilité du transport des instruments sur mer explique pourquoi les côtes maritimes sont en général beaucoup mieux déterminées que l'intérieur des pays. A cela s'ajoute encore la nécessité dans laquelle se trouve le marin, de déterminer de temps à autre le lieu de son vaisseau à l'aide d'observations astronomiques. Pour sa propre sûreté il doit donc tâcher de s'approprier des connaissances astronomiques dont les voyageurs dans l'intérieur des continents sont en général entièrement dépourvus.

Par ces raisons un travail étendu de géographie mathématique, exécuté dans un pays rarement visité par des Européens, et dans lequel la civilisation se trouve, pour le moment, dans un état déplorable, est un phénomène très rare. Un tel phénomène nous est présenté par le travail sur lequel j'ose diriger aujourd'hui l'attention de l'Académie. — Déjà depuis nombre d'années l'État-Major Impérial a voué un soin particulier à l'avancement de la géographie des pays orientaux, voisins des frontières de l'Empire Russe. C'est aux officiers de cet établissement que nous devons cette belle série de déterminations géographiques exécutées pendant les guerres avec les Turcs, dans les provinces occupées alors par les armées Russes, dans la Turquie européenne et dans l'Asie mineure. Les résultats de ces travaux se trouvent consignés dans les Mémoires de l'Académie *), et formeront dorénavant la base principale de la cartographie de ces pays. Ce sont les travaux admirables du Colonel (actuellement Major-Général) de Vrontchenko qui répandent une nouvelle lumière sur toutes les branches de la géographie de l'Asie mineure **). Un troisième travail d'un genre analogue est celui du Capitaine (actuellement Lieutenant-Colonel) Lemm, exécuté par cet officier pendant une mission extraordinaire en Perse, dans les années 1838 et 1839. C'est ce travail dont j'ai l'honneur de porter maintenant les résultats à la connaissance du public scientifique.

Il n'y a pas longtemps, j'ai présenté à l'Académie un rapport sur un autre travail de M. Lemm, travail qui excellait surtout par l'exactitude surprenante des résultats ***). Ce

---

*) Astronomische Ortsbestimmungen in der Europäischen Türkei, in Kaukasien und Klein-Asien, nach den von den Officieren des Kaiserlichen Generalstabes in den Jahren 1828—1832 angestellten astronomischen Beobachtungen; abgeleitet und zusammengestellt von F. G. W. Struve. St. Petersburg 1845.

**) Voyez „Записки Военно-Топографическаго Депо, изданныя Генералъ-Лейтенантомъ Шубертомъ, Vol. III et V.“ Ce travail de M. de Vrontchenko qui remplit deux gros volumes des Mémoires du Dépôt Topographique contient une grande quantité de matériaux sur la géographie de l'Asie mineure, rassemblés sur le lieu pendant deux ans de voyage dans l'intérieur de ce pays inhospitalier, en 1834 et 1835. Il paraît que jusqu'ici ce travail admirable de notre compatriote distingué n'a pas encore attiré l'attention du monde scientifique autant qu'il le mérite. Il serait donc bien à désirer que, par une traduction dans une autre langue moderne et plus répandue parmi les gens de lettres, l'ouvrage de M. de Vrontchenko parvienne à être utilisé, au profit de la science, par les géographes de tous les pays.

***) Le mémoire auquel je fais allusion ici, a pour titre: „Positions géographiques déterminées en 1847 par le Lieutenant-Colonel Lemm dans le pays des Cosaques du Don. Par M. O. Struve.“ La publication de ce mémoire présenté à l'Académie en 1848, a été retardée par des circonstances imprévues; mais j'espère qu'elle pourra se faire dans le courant de cette année.

n'est pas ce caractère auquel prétend le travail que nous avons sous mains, mais il nous est une preuve nouvelle du zèle infatiguable de cet officier habile, et comme les résultats se rapportent à un pays dont la géographie mathématique est plongée dans une obscurité complète, il nous est d'une valeur inestimable.

En 1838, M. Lemm fut envoyé en Perse pour surveiller un transport de cadeaux, destinés pour le Schah de Perse et pour le gouverneur de la province Khorassan, résidant à Meschhed. En même temps il fut chargé de profiter de cette occasion pour déterminer les positions géographiques de tous les points remarquables qu'il passerait pendant son voyage, surtout en Perse. Dans ce but il fut muni d'un instrument des passages transportable d'Ertel, d'un cercle prismatique de Steinheil d'ancienne construction, et de quatre chronomètres de poche, travaillés par Brockbanks, Barraud et Arnold. A cet appareil s'ajoutaient encore deux baromètres, deux thermomètres, un horizon artificiel et un odomètre.

Pour la détermination des latitudes, M. Lemm se servait toujours du cercle prismatique, en observant tantôt des hauteurs du Soleil près du méridien, tantôt celles de l'étoile polaire ou de quelque autre étoile. Ce n'est que dans les grandes villes où il s'arrêtait plus longtemps, Téhran *), Meschhed, Tauris et Tiflis, que M. Lemm faisai usage, pour la détermination des latitudes, aussi de l'instrument des passages établi dans le premier vertical. Les corrections des horloges reposent en général sur des observations des hauteurs du Soleil ou de quelques étoiles, prises à l'aide du cercle prismatique. M. Lemm a observé le plus souvent des hauteurs correspondantes du Soleil, et chaque fois qu'il eut recours aux hauteurs absolues, il eut soin de déterminer exactement l'erreur de l'index de son instrument. Dans les cas où il observait des étoiles, pour la détermination du temps, et qu'il ne pouvait pas attendre les hauteurs correspondantes de la même étoile, il choisit toujours deux étoiles à observer, de sorte qu'elles se trouvaient l'une à l'Est, l'autre à l'Ouest du méridien et à peu près à égales hauteurs.

Les longitudes devaient être fournies principalement par le transport du temps à l'aide des quatre chronomètres. Mais comme en Perse, jusqu'alors, il n'y avait aucun point assez bien déterminé en longitude, pour pouvoir servir de point de départ pour les longitudes chronométriques, M. Lemm lui-même devait déterminer les longitudes absolues pour quelques points fondamentaux. Dans ce but, il avait à observer les passages de la Lune à la

---

*) Par rapport à l'orthographe des noms persans, j'ai suivi, où cela était possible, celle de M. Ritter dans son ouvrage célèbre: „Die Erdkunde." Pour les autres noms qui ne se trouvent pas cités dans cet ouvrage j'ai suivi l'orthographe de M. Lemm qui les notait en allemand, d'après la prononciation persanne. Un Persan indigène connaissant un peu l'allemand l'aidait plus tard à corriger l'orthographe. — Tous les noms des lieux situés en dedans des frontières de l'Empire Russe sont écrits d'après les règles données par mon père dans sa „Table des positions géographiques en Russie" pag. 8. 9.

lunette méridienne dans tous les endroits où son séjour se prolongerait. Ne s'étant arrêté plus longtemps qu'en deux villes, à Téhran et à Meschhed, ce sont seulement ces deux villes dont il a fixé les longitudes par les observations de la Lune. Pendant son séjour dans deux autres villes, Rescht et Tauris, où il s'arrêta aussi plusieurs jours, la Lune se trouvait trop voisine du Soleil pour être favorablement observée, de sorte que, dans chacune de ses deux places, il n'a pu faire qu'une seule observation du passage de cet astre. Mais même dans des endroits où M. Lemm, pendant le voyage, ne s'est arrêté que pour quelques heures, il a observé de temps à autre les passages de la Lune par le méridien. Ces dernières observations cependant n'étant faites qu'à la hâte, et à l'aide de l'instrument placé sur une base improvisée, il paraît le plus sûr, pour ces lieux, de se fier principalement aux longitudes fournies par les chronomètres.

Après avoir vérifié la marche de ses chronomètres, M. Lemm quitta St. Pétersbourg le 22 Août 1838, et dirigea son voyage en premier lieu sur Astrakhan où il arriva le 11 Septembre. Pendant ce voyage il fit des observations dans 7 points intermédiaires, au nombre desquels se trouvent les villes Koslov et Novo-Khopersk et la colonie allemande Sarepta, tous trois des points dont nous possédons des déterminations plus récentes de très haute exactitude, ce qui nous donne le moyen d'apprécier l'exactitude des résultats du voyage de M. Lemm. A Astrakhan M. Lemm s'embarqua le 2 Octobre, pour passer en bateau la mer Caspienne. Après un voyage très orageux, pendant lequel il observa en 4 points, où son bateau avait amarré, il arriva le 4 Novembre à Rescht, la première ville persanne qu'il toucha. Après y avoir fait un séjour de près de trois semaines, notre voyageur quitta cette ville pour se rendre par Kasvin directement à Téhran, où il arriva le 8 Décembre. Chemin faisant, il avait déterminé 8 positions entre Rescht et Téhran. Dans cette capitale la besogne officielle qui l'avait amené en Perse, détint M. Lemm jusqu'au 15 Février 1839. Ce séjour prolongé lui permit d'établir solidement la lunette méridienne et d'observer plusieurs fois les passages soit du premier, soit du second bord de la Lune. S'étant acquitté de sa mission à Téhran, il se rendit, avec la permission et sous la protection du gouvernement persan, à Meschhed, ville située près de la frontière orientale de l'empire, pour y remettre personnellement les cadeaux destinés pour le gouverneur de cette ville. Cette partie de son voyage est la plus importante pour la géographie, ayant conduit notre voyageur dans des contrées très peu connues par les Européens. Aussi M. Lemm a-t-il fait bon usage de son temps. Nous voyons, dans son journal, qu'en 29 jours que durait le voyage de Téhran à Meschhed, il a déterminé les positions de 21 lieux. Après un séjour à Meschhed de 12 jours, pendant lesquels il observa cinq fois le passage du premier bord de la Lune, M. Lemm commença son voyage de retour. Il y a deux routes principales que suivent les caravanes en se rendant de Téhran à Meschhed. L'une plus méridionale reste toujours dans le plateau élevé qui s'étend entre ces deux villes et au delà; l'autre plus boréale passe près de Téhran la chaîne de montagnes dite Elburz et suit alors les bords de la mer Caspienne jusqu'à la ville Astrabad. Près de cette

ville le chemin passe une seconde fois les derniers rejetons de l'Elburz et reste ensuite sur le même plateau élevé jusqu'à Meschhed. La première route ayant été celle qu'avait suivie notre voyageur en allant à Meschhed, il choisit le second chemin pour son voyage de retour. Ce second chemin étant plus long que le premier, M. Lemm employait 45 jours pour retourner à Téhran. Dans cet intervalle, il a déterminé les positions de 30 points. A Téhran ses affaires le retinrent une seconde fois pendant 28 jours, ce qui lui permit de vérifier de nouveau la marche de ses chronomètres. Ses affaires l'ayant conduit dans cet intervalle à Arguwani, résidence d'été du Schah de Perse, il saisit l'occasion pour déterminer exactement la position de ce point. Pour retourner en Russie, M. Lemm ne choisit plus le passage par la mer Caspienne, mais, dans le désir de rendre son voyage plus fructueux en résultats, il préféra le chemin par terre qui va par Tauris et Érivan à Tiflis. Il arriva dans cette dernière ville après un voyage de 55 jours, pendant lesquels il s'était arrêté 15 jours à Tauris et quatre jours pour faire la quarantaine à Joulfa. Pendant ce voyage, il détermina les positions de 34 points, et nous voyons, dans son journal, que presque chaque jour de voyage est signalé par la détermination d'un point. A Tiflis le voyageur resta 15 jours, et s'y remit un peu des fatigues du voyage précédent. Il quitta cette ville le 19 Août, pour retourner directement à St.-Pétersbourg sur le chemin ordinaire par Vladikavkas et Novo-Tcherkask. Dans cette partie de son voyage, surtout jusqu'à Novo-Tcherkask, M. Lemm ne laissait passer non plus aucune occasion pour déterminer les positions des villes qu'il touchait, ce qui a augmenté le nombre de ses déterminations encore de 17 points. Plusieurs de ces derniers points étant nouvellement determinés par des opérations très exactes, ils nous fourniront des contrôles du travail de M. Lemm. La première observation faite par lui après son retour à St.-Pétersbourg date du 20 Septembre 1839. Par conséquent, M. Lemm a été absent de St.-Pétersbourg exactement 13 mois. Le nombre total des positions déterminées dans cet intervalle s'élève à 129. De ce nombre 22 points sont situés dans la Russie européenne, 24 dans les provinces Russes transcaucasiennes, les 83 points restants appartiennent tous à l'empire de Perse et nommément aux provinces persannes Aderbeidjan, Ghilon, Irak, Mazanderan, Tabéristan et Khorassan.

Après son retour à St.-Pétersboug, M. Lemm se mit tout de suite à tirer les résultats de ses observations. Ce travail étant achevé, il le déposa avec son journal d'observation à l'archive de l'État-Major Impérial. Plus tard, par ordre de Son Excellence le Quartiermaître-Général M. de Berg, les papiers de M. Lemm me furent remis, pour donner mon opinion s'il y avait lieu d'appliquer quelques corrections aux résultats. De telles corrections étaient indispensables, vu que M. Lemm, lorsqu'il fit ses calculs, ne pouvait encore disposer des observations de la Lune, faites dans les observatoires fixes, et correspondantes aux siennes. Les corrections trouvées et appliquées aux longitudes des points fondamentaux, entraînaient des corrections analogues pour les points intermédiaires. Par ces raisons, j'ai jugé propre de refaire tout le calcul de M. Lemm, en

tant qu'il se rapporte aux longitudes, en ajoutant encore quelques autres calculs qui concernaient des corrections à appliquer aux latitudes.

Par rapport aux latitudes, je n'ai qu'à remarquer que, quoique obtenues à l'aide d'un cercle prismatique de quatre pouces de diamètre seulement, à ce que juge M. Lemm lui même, ces latitudes sont exactes en dedans de 10 secondes. Les comparaisons que je donnerai plus tard, entre quelques positions déterminées par M. Lemm et d'autres déterminations des mêmes lieux, faites en d'autres occasions par des instruments plus forts, nous montreront que d'ordinaire l'erreur des latitudes ne s'élève qu'à très peu de secondes. Les latitudes les mieux déterminées sont celles où M. Lemm a pu employer, à côté du cercle prismatique, aussi l'instrument des passages établi dans le premier vertical, nommément celles de Téhran, de Meschhed, de Tauris et de Tiflis.

M. Lemm, d'après ses propres et longues expériences, s'exprime sur l'exactitude qu'on peut attribuer aux observations, faites, pour la détermination du temps, avec le cercle prismatique de Steinheil, dans les termes suivants: „en général les corrections de l'horloge, obtenues par cet instrument, peuvent être regardées exactes en dedans d'une seconde en temps, au moins dans tous les cas où l'on a fait des observations des hauteurs correspondantes du même astre des deux côtés du méridien.“ Pour me convaincre de la justesse de cette assertion, dans tous les cas où M. Lemm avait déterminé le temps soit par le cercle prismatique, soit par l'instrument des passages, j'ai comparé entre eux les résultats des deux déterminations. Après avoir réduit les corrections de l'horloge sur le même moment, à l'aide de la marche approximativement connue de l'horloge, j'ai trouvé les différences suivantes entre les résultats obtenus par le cercle prismatique $= m$ et ceux qu'avait fournis la lunette méridienne $= n$:

		$n - m =$
1839	22 Févr.	+ 1,4
	23 —	+ 1,3
	24 —	— 0,8
	8 Mars	+ 1,2
	9 —	+ 0,7
	25 —	— 1,2
	26 —	— 0,4
	28 —	— 0,4
	5 Avr.	— 0,2
	28 —	0,0
	17 Juin	— 0,5
	21 —	0,0
	22 —	+ 0,2
	19 Juil.	+ 1,1
	24 —	+ 0,9
	24 Août	+ 0,7
	Moyenne =	+ 0,25

La valeur moyenne de ces 16 différences, sans avoir égard au signe est 0ˢ,69, ce qui prouve que l'erreur probable des corrections de l'horloge déterminées par M. Lemm est considérablement en dedans de la limite estimée par lui-même. La plus grande partie des différences précédentes tombe certainement sur les erreurs des observations faites avec le cercle prismatique; mais il n'y a pas de doute que, d'un côté aussi les observations faites à l'instrument des passages peuvent être sujettes à certaines incertitudes, et que d'autre côté les irrégularités dans la marche de l'horloge d'observation, qu'il a fallu prendre en considération quelquefois pour 12 heures, ont dû agir infavorablement sur les différences. Par ces considérations je suis convaincu de ne pas exagérer l'exactitude des observations, en supposant les corrections de l'horloge, déterminées par M. Lemm à l'aide du cercle prismatique, exactes en dedans d'une demi-seconde. La moyenne des 16 déterminations, eu égard au signe, prouve en outre qu'il n'y a point lieu de supposer dans les corrections de l'horloge, obtenues à l'aide du cercle prismatique, une erreur de nature constante.

Dans les cas où M. Lemm n'a observé les hauteurs du Soleil que d'un côté du méridien, les erreurs de la détermination du temps doivent être considérablement plus grandes. Comme les données me manquent pour parvenir à une estimation plus approchée de ces erreurs, j'admets avec M. Lemm qu'elles peuvent s'élever à un couple de secondes, étant persuadé que cet astronome circonspect n'a certainement pas estimé trop haut l'exactitude de ses observations.

Le calcul des longitudes fournies par les observations de la Lune a été fait par M. Lemm d'après la méthode indirecte proposée par mon père *). J'ai déjà dit plus haut que les observations correspondantes, faites dans les observatoires permanents, n'étaient pas encore publiées lorsque M. Lemm a exécuté cette partie de ses calculs. Par cette raison il se trouva dans la nécessité de déduire les longitudes par la comparaison des ascensions droites données dans le Nautical Almanac.

Les annales des observatoires anglais donnent toujours, à côté des observations de la Lune, les comparaisons de ces observations avec les positions dans le Nautical Almanac. Les différences qui s'y trouvent, pour les jours correspondants, nous mènent directement, à l'aide du mouvement horaire de la Lune que donnent les éphémérides, aux corrections qu'il faut appliquer aux longitudes basées sur les ascensions droites de la Lune, données dans le Nautical Almanac. Dans les cas où l'on ne trouve point d'observations correspondantes faites le même jour, on peut en général suppléer au défaut par une simple interpolation entre les corrections des éphémérides, déterminées les jours voisins. Mais par l'assiduité admirable que vouent les astronomes anglais et principalement ceux de Greenwich aux observations de la Lune, ce n'est que rarement qu'il faut recourir aux interpolations. C'est ainsi qu'en cherchant les observations correspondantes aux 39 observations de la

---

*) Voyez „Astronomische Beobachtungen auf einer Reise um die Welt, von E. W. Preuss, herausgegeben von W. Struve." Dorpat 1830, pag. 30.

Lune faites par M. Lemm, je les ai trouvées 33 fois dans les annales des observatoires de Greenwich, Cambridge, Edinbourg et Madras. Dans 5 autres cas, l'interpolation était très certaine entre les résultats des observations faites les jours voisins, et il n'y a qu'une seule observation de M. Lemm, celle du 1 Juillet 1839, pour laquelle je n'ai pas pu trouver approximativement la correction des éphémérides.

Après avoir appliqué les corrections indiquées aux longitudes calculées par M. Lemm, je suis parvenu aux longitudes définitives suivantes, pour les deux points fondamentaux Téhran et Meschhed. Toutes les longitudes données dans ce Mémoire sont comptées du méridien de Greenwich.

1) Téhran.

Premier bord de la Lune.

1838 Déc.	22	$3^h\ 25^m\ 58^s,2$
	24	62,7
	26	44,6
	29	53,9
1839 Jan.	23	55,2
	24	63,8
	26	60,6
	29	54,7
Moyenne...		3 25 56,7

Second bord de la Lune.

1838 Déc.	31	$3^h\ 25^m\ 35^s,6$
1839 Jan.	1	51,5
	29	45,7
	30	37,3
Moyenne...		3 25 42,5

La différence de $14^s,2$, entre les résultats obtenus par les observations des deux bords de la Lune, s'explique par l'augmentation du rayon apparent de cet astre dans les petites lunettes. Elle nous est un indice très favorable pour l'exactitude de la détermination, parce qu'elle s'accorde de très près avec l'influence sur les longitudes $= \mp 8'',8$, de l'augmentation du rayon lunaire dans un instrument de dimensions égales à celui de M. Lemm, telle qu'elle a été évaluée par mon père d'un grand nombre d'observations *).

La moyenne entre les résultats des deux bords nous donne la longitude de Téhran $= 3^h\ 25^m\ 49^s,6$ à l'Est de Greenwich. Cette détermination se rapporte à l'hôtel de l'ambassade russe à Téhran, dans la cour duquel M. Lemm a fait ses observations.

2) Meschhed.

Cinq observations du premier bord de la Lune donnent les longitudes suivantes du lieu d'observation:

1839	23 Mars	$3^h\ 58^m\ 37^s,8$
	24 —	26,9
	25 —	22,4
	26 —	45,7
	28 —	39,1
Moyenne...		3 58 34,4

*) Voyez „Astronomische Nachrichten, № 238."

Ces longitudes sont déjà corrigées de la quantité — $7^s,1$, correspondante à l'augmentation du rayon lunaire dans la petite lunette méridienne. — Par une petite opération géodésique exécutée à l'aide d'une ligne de mesure et d'une boussole, M. Lemm trouva que son lieu d'observation à Meschhed, était de $1^s,0$ à l'Ouest du metschet principal de cette ville, nommé Imam-Risa. Par conséquent, nous avons la longitude du Imam-Risa à Meschhed $= 3^h\ 58^m\ 35^s,4$ à l'Est de Greenwich.

Je donnerai maintenant la liste des longitudes déterminées par les observations de la Lune, faites pendant le voyage. Dans cette liste, les longitudes sont aussi corrigées de la quantité $\mp 7^s,1$. Les bords de la Lune, observés par M. Lemm, sont indiqués par I, II.

Lieu	Année	Jour	Mois	Bord	h	m	s	Moyenne
Rescht	1838	5	Nov.	II	3^h	18^m	$49^s,0$	à l'Est de Greenwich
Semnan	1839	22	Févr.	I	3	34	1,4	
		23	—	I		33	47,8	$3^h\ 33^m\ 43^s,2$
		24	—	I		33	20,5	
Meiomid		2	Mars	II	3	42	52,4	3 42 50,5
		3	—	II			48,5	
Riwed		8	—	II	3	49	31,3	
Sebsewar		9	—	II	3	50	41,9	
Schirwan		5	Avr.	II	3	52	15,0	
Welladschus		25	—	I	3	36	58,8	
Aschraff		28	—	I	3	34	5,9	3 34 22,2
		28	—	II			38,6	
Sultanieh		17	Juin	I	3	15	45,3	
Dschemalabad		21	—	I	3	11	34,1	
Mianeh		22	—	I	3	11	22,1	
Tauris		1	Juil.	II	3	5	51,5	
Joulfa		19	—	I	3	2	32,6	
Serderek		23	—	I	2	59	43,0	
Karalär		24	—	I	2	58	33,5	
Erivan		26	—	II	2	58	35,5	
Vladikavkas		24	Août	I	2	58	54,0	2 59 7,2
		24	—	II		59	20,3	

Ces déterminations itinéraires ne peuvent guère prétendre à un haut degré d'exactitude, étant faites pour la plupart trop à la hâte. Il en est tout autrement des longitudes de Téhran et de Meschhed, dont l'exactitude est incontestable. La longitude qui me paraît la moins sûre est celle de Tauris, déterminée le 1 Juillet 1839, pour laquelle il n'y avait pas moyen d'évaluer l'erreur des éphémérides.

A côté des longitudes fondamentales de Téhran et de Meschhed, gagnées par le travail de M. Lemm lui même, nous possédons trois longitudes très exactement déterminées,

celles de Tiflis, de Sarepta et de Novo-Tcherkask, qui peuvent servir avec avantage à l'interpolation des longitudes chronométriques, que fournit le voyage de M. Lemm. La longitude de Tiflis a été déterminée en 1829, par les observations du Capitaine Birdin. Il l'a trouvée par 11 passages de la Lune $= 2^h\ 59^m\ 22\overset{s}{,}5$ à l'Est de Greenwich avec l'erreur probable $1\overset{s}{,}9$. Les longitudes de Sarepta et de Novo-Tcherkask sont encore beaucoup plus certaines, ayant été déterminées par les grandes opérations chronométriques des années 1843—1847. Nous avons:

Sarepta, fontaine sur le marché	$= 2^h\ 58^m\ 14\overset{s}{,}3$	à l'Est de Greenwich.
Novo-Tcherkask, église de St. Nicolas	$= 2\ \ 40\ \ 24,4$	

Ajoutons encore la longitude de l'observatoire de l'État-Major Impérial à St.-Pétersbourg, comme point de sortie pour le voyage de M. Lemm, $= 2^h\ 1^m\ 16\overset{s}{,}2$. Avec ces données et les réductions entre les lieux d'observation de M. Lemm et les points fixes auxquels se rapportent les longitudes précédentes de Meschhed, de Tiflis et de Novo-Tcherkask, qui sont

pour Meschhed	$= -1\overset{s}{,}0$
» Tiflis	$= +0,7$
» Novo-Tcherkask	$= -1,0,$

nous avons formé les différences suivantes en longitude entre les points fondamentaux:

St.-Pétersbourg — Sarepta	$= +0^h\ 56^m\ 58\overset{s}{,}1$
Sarepta — Téhran	$= +0\ \ 27\ \ 35,3$
Téhran — Meschhed	$= +0\ \ 32\ \ 44,8$
Téhran — Tiflis	$= -0\ \ 26\ \ 26,4$
Tiflis — Novo-Tcherkask	$= -0\ \ 18\ \ 59,8$
Novo-Tcherkask — St.-Pétersbourg	$= -0\ \ 39\ \ \ 7,2$

En divisant le voyage de M. Lemm en des périodes qui embrassent les voyages d'un point fondamental jusqu'à l'autre, nous avons les voyages partiels suivants:

I	St.-Pétersbourg — Sarepta	1838	Août 22 — Sept. 8	17	jours
II	Sarepta — Téhran		Sept. 8 — Déc. 8	91	»
III	Téhran — Meschhed	1839	Févr. 15 — Mars 16	29	»
IV	Meschhed — Téhran		Mars 28 — Mai 12	45	»
V	Téhran — Tiflis		Juin 9 — Août 4	56	»
VI	Tiflis — Novo-Tcherkask		Août 15 — Sept. 3	19	»
VII	Novo-Tcherkask — St.-Pétersbourg		Sept. 3 — Sept. 20	17	»

Les voyages II et V pourraient paraître trop longs, pour qu'on pût se fier à l'exactitude des longitudes obtenues par le transport du temps à l'aide de 4 chronomètres.

Heureusement, pendant ces voyages, M. Lemm s'est arrêté dans quelques endroits plus longtemps, en déterminant les corrections de ses chronomètres soit au moment de l'arrivée, soit à celui de son départ de ces points. De cette manière, les irrégularités dans les marches des chronomètres pendant les séjours sur les mêmes places, peuvent être éliminées dans le calcul du transport du temps. C'est ainsi que la durée du transport du temps se réduit pour le voyage II, par un séjour de 21 jours à Astrakhan et de 20 jours à Rescht, de 91 à 50 jours. Pendant le voyage V notre voyageur s'est arrêté 15 jours à Tauris, ce qui fait que les 56 jours du transport du temps se réduisent à 41.

M. Lemm a désigné ses chronomètres par N° I, II, III, IV. C'étaient tous des chronomètres de poche, dont N° I et N° IV étaient réglés sur le temps sidéral, N° II et N° III sur le temps moyen. D'après les marches moyennes qu'ont montrées ces chronomètres, dans les différentes périodes du voyage, et que je donnerai dans la table suivante, on se persuadera facilement qu'ils étaient de très près de la même qualité, de sorte que, pour les moyennes des résultats, il n'y avait pas lieu d'attribuer des poids différents aux différents chronomètres.

Table des marches moyennes des chronomètres.

		N° I	N° II	N° III	N° IV
A St.-Pétersbourg	Août 10 — Août 22	— 1ˢ31	— 1ˢ52	— 5ˢ50	+ 0ˢ39
Entre St.-Pétersbourg et Sarepta	Août 22 — Sept. 8	— 1,10	— 1,50	— 5,14	— 2,89
A Astrakhan	Sept. 11 — Oct. 2	+ 0,65	— 5,91	— 5,35	— 5,97
Entre Sarepta et Téhran	Sept. 8 — Déc. 8	— 1,23	— 7,04	— 6,82	— 6,47
A Rescht	Nov. 4 — Nov. 24	— 2,16	—10,20	— 6,04	— 7,14
A Téhran	Déc. 8 — Févr. 15	— 3,66	—10,26	— 7,70	—12,44
Entre Téhran et Meschhed	Févr. 15 — Mars 16	— 3,00	— 8,16	— 8,36	—15,56
A Meschhed	Mars 16 — Mars 28	— 1,68	— 9,12	— 6,68	—13,81
Entre Meschhed et Téhran	Mars 28 — Mai 12	— 2,73	— 6,73	— 6,39	—14,52
A Téhran	Mai 12 — Juin 9	— 3,95	— 7,96	— 4,72	—13,78
Entre Téhran et Tiflis	Juin 9 — Août 4	— 2,30	— 4,62	— 5,42	—13,82
A Tauris	Juin 29 — Juil. 13	— 3,32	— 6,46	— 4,04	—15,69
A Tiflis	Août 4 — Août 19	— 1,75	— 5,06	— 3,19	—12,69
Entre Tiflis et Novo-Tcherkask	Août 19 — Sept. 3	— 1,87	— 2,94	— 4,45	
Entre N.-Tcherkask et St.-Pétersb.	Sept. 3 — Sept. 20	— 3,54	— 3,22	— 5,92	

Les signes négatifs dans cette table, indiquent de combien en moyenne, pendant les différentes périodes du voyage, les corrections positives des chronomètres ont diminué par jour. Il s'en suit que tous les quatre chronomètres ont ralenti leurs marches pen-

dant le voyage. Ce ralentissement est plus fort dans le N° IV que dans les autres trois chronomètres; néanmoins ce chronomètre n'est pas de moindre valeur, puis qu'il a été prouvé par les observations successives faites à la même place, que ce ralentissement a suivi une marche très régulière, tandisque dans d'autres chronomètres, comme p. ex. dans le N° I, il y a eu des sauts très considérables, dans les marches journalières. Pendant le voyage de retour, de Tiflis à St.-Pétersbourg, M. Lemm n'a plus observé le chronomètre N° IV, parce qu'il croyait que ce chronomètre avait trop changé sa marche. Heureusement cette partie de son voyage se divise en deux périodes de plus courte durée que les autres périodes, et les résultats, malgré l'omission du quatrième chronomètre, n'en seront pas moins sûrs.

Le meilleur de tous les quatre chronomètres me paraît avoir été le N° III. Cependant sa qualité ne surpasse pas d'autant celle des autres, pour qu'elle pût motiver l'introduction de poids relatifs des chronomètres dans le calcul des moyennes.

On se persuade encore davantage de cette égalité de la qualité des chronomètres, par la comparaison des plus grands écarts qui ont été trouvés dans les longitudes, en comparant les résultats gagnés par les chronomètres isolés, avec les moyennes des résultats de tous les 4 chronomètres. Il y a

dans	le	voyage	I	le	plus grand	écart	= 9,2	pour	le	chronomètre	N° I
»	»	»	II	»	»	»	= 53,7	»	»	»	N° I
»	»	»	III	»	»	»	= 11,4	»	»	»	N° II
»	»	»	IV	»	»	»	= 21,6	»	»	»	N° IV
»	»	»	V	»	»	»	= 24,9	»	»	»	N° III
»	»	»	VI	»	»	»	= 4,0	»	»	»	N° I
»	»	»	VII	»	»	»	= 5,4	»	»	»	N° III

On voit encore de cette liste, qu'en général, comme de raison, les écarts ont augmenté en proportion de la durée du transport du temps, dans les différents voyages.

Après avoir déduit, à l'aide des marches moyennes des chronomètres, données précédemment, les longitudes de tous les points intermédiaires, j'ai comparé les résultats obtenus de cette manière, avec les longitudes que nous avaient fournies, pour plusieurs de ces points, les observations de la Lune (voyez plus haut). Cette comparaison nous donne les différences suivantes entre (☾), les longitudes déduites des observations de la Lune, et (Chr.), les longitudes chronomètriques:

	☾ — Chr.		☾ — Chr.		☾ — Chr.
Rescht	+ 19,5	Welladschus	+ 40,8	Joulfa	+ 10,2
Semnan	+ 1,4	Aschraff	+ 10,6	Serderek	+ 17,4
Meiomid	+ 8,3	Sultanieh	+ 33,0	Karalär	+ 4,3
Riwed	+ 7,3	Dschemalabad	+ 17,3	Erivan	+ 35,9
Sebsewar	— 5,6	Mianeh	+ 36,5	Vladikavkas	+ 20,8
Schirwan	+ 32,7	Tauris	+ 55,5		

Il est frappant que toutes les différences, à l'exception d'une seule, portent le signe positif. On pourrait soupçonner que les longitudes des points fondamentaux demandent une correction positive; mais ce soupçon s'évanouit tout de suite, dès qu'on regarde attentivement les déterminations de ces points, surtout si l'on prend en considération en même temps, qu'en général les observations de la Lune, dans les points intermédiaires, sont faites très à la hâte, tandisque, dans les points fondamentaux, l'astronome avait tout le temps nécessaire pour se préparer soigneusement aux observations. Par ces raisons, je regarde la constancedu signe positif, dans ces différences, plutôt comme un jeup articulier du hazard. Cela me paraît d'autant plus probable parce que, pour les longitudes des villes Semnan et Meiomid, où M. Lemm avait l'occasion de répéter les observations de la Lune, il n'y a que des différences comparativement petites. Cependant, pour ne pas trop accorder à cet hazard supposé, j'ai laissé concourir aussi les observations de la Lune à la déduction définitive des longitudes, mais j'ai attribué aux longitudes déduites des observations de la Lune le poids $\frac{1}{2}$ de celui des longitudes chronométriques. — Les longitudes chronométriques des autres points, où la Lune n'avait pas été observée, ont dû subir des corrections analogues, pour qu'il n'y eût pas de sauts brusques, dans les longitudes des points successifs. Or, ayant trouvé par les observations de la Lune, pour le point a la correction de la longitude chronométrique $= c$, pour le point b, une correction $= c'$, j'ai ajouté à la longitude chronomètrique d'un troisième point p, situé entre a et b, la correction $k = c + (c' - c)\,\frac{t}{T}$; t étant la durée du transport du temps entre a et p, T celle qui a eu lieu entre a et b.

Pour Vladikavkas et les points voisins, je n'ai pas appliqué cette correction, parce que, dans ces cas, le transport du temps par les chronomètres, doit être incomparablement plus sûr, que la longitude déduite des observations de la Lune, ce qui, comme on verra plus tard, a été constaté par l'accord des longitudes de quelques uns de ces points, avec des déterminations récentes et très exactes.

Liste des positions déterminées par M. Lemm.

	Lieux d'observation.	Latitude.	Longitude à l'Est de Greenwich.	Gouvernement ou Province.
		° ′ ″	h m s	
1	Koslov, extrémité septentrionale de la ville	52 53 54	2 42 3,7	Tambov
2	Sanpour, petit village, station de poste	52 18 43	2 46 32,7	— —
3	Novo-Khopersk, cathédrale	51 5 55	2 46 33,8	Voronèje
4	Panitzki, station de poste	49 35 7	2 55 0,0	P. d. Cosaq. du Don
5	Tichanska, station de poste	49 10 33	2 56 13,0	— —
6	Sarepta, fontaine sur le marché	48 30 45	2 58 14,3	Saratov
7	Kopanovskaja, station de poste	47 27 45	3 7 20,2	— —
8	Samiensk, station de poste	46 49 39	3 10 32,4	— —
9	Astrakhan, cathédrale de l'Assomption	46 21 6	3 12 15,9	Astrakhan
10	Embouchure du Volga dans la mer Caspienne, maison de quarantaine	45 43 17	3 10 27,8	— —
11	Bakou, tour des filles	40 22 5	3 19 29,1	Transcaucasie
12	Habitation des Indiens près de Bakou	40 24 59	3 20 12,1	— —
13	Apscherona, promontoire, les trois tours	40 24 20	3 21 28,0	— —
14	Sinsili ou Enzelli, demeure du Khan	37 28 46	3 18 5,1	Ghilon
15	Rescht, palais du gouverneur	37 17 27	3 18 36,0	— —
16	Schachi-Agadschi, caravansérai	37 8 34	3 18 41,5	— —
17	Lott, caravansérai	37 1 54	3 18 51,0	— —
18	Kauker, village près du caravansérai Rustamabad	36 54 54	3 18 11,5	— —
19	Agababa, caravansérai	36 20 6	3 19 17,5	Irak
20	Kazwin, centre de la ville	36 15 2	3 20 10,7	— —
21	Hissor, village	36 12 22	3 20 59,4	— —
22	Meskinabad, caravansérai	35 59 35	3 22 23,4	— —
23	Sulimanieh, palais du Schah	35 47 43	3 24 6,0	— —
24	Téhran, hôtel de l'ambassade russe	35 40 44	3 25 49,6	— —
25	Pelescht, village	35 27 53	3 26 42,9	— —
26	Aiwan i Keif, village	35 20 24	3 28 22,5	Tabéristan
27	Aradan, village	35 14 35	3 30 5,5	— —

10. La maison où l'on fait la quarantaine est située sur l'île Biroutchie-Kassa.

12. L'habitation des Indiens est le nom que porte, parmi les habitants du pays, l'endroit où le naphta inflammé sort du terrain. Ces feux servent de phare aux marins.

16. La longitude peut être inexacte de plusieurs secondes, à cause d'une détermination défectueuse du temps.

	Lieux d'observation.	Latitude.	Longitude à l'Est de Greenwich.	Gouvernement ou Province.
		° ′ ″	h m s	
28	Deh-Nimmuk, village	35 15 5	3 31 4,5	Tabéristan
29	Lasgerd, caravansérai	35 23 42	3 32 28,4	— —
30	Semnan, extrémité Nord-Ouest de la ville	35 34 2	3 33 42,3	— —
31	Ahiyun, caravansérai	35 46 15	3 35 1,7	— —
32	Dewletabad, village	36 4 37	3 36 47,4	— —
33	Damghan, extrémité occidentale de la ville	36 9 53	3 37 28,6	— —
34	Deh-Mullah, village	36 16 9	3 39 6,5	— —
35	Peddescht, caravansérai	36 25 35	3 40 19,2	— —
36	Meiomid, village, caravansérai	36 24 57	3 42 45,0	— —
37	Meiandescht, village	36 25 55	3 44 20,8	Khorassan
38	Abbasabad, village	36 22 0	3 45 39,1	— —
39	Mihr, caravansérai	36 17 8	3 48 39,3	— —
40	Riwed, caravansérai	36 12 20	3 49 26,4	— —
41	Sebsewar, caravansérai au centre de la ville	36 12 29	3 50 45,6	— —
42	Husseinabad-Robat, village	36 11 16	3 51 46,7	— —
43	Sengi, caravansérai	36 11 56	3 53 38,7	— —
44	Kadamga, caravansérai	36 6 21	3 56 20,5	— —
45	Scherifabad, caravansérai	36 1 47	3 58 6,1	— —
46	Meschhed, le metchet principal de cette ville, nommé Imam-Risa	36 17 13	3 58 35,4	— —
47	Kischmeti, village	36 23 30	3 58 24,2	— —
48	Dsunabad, village	36 33 24	3 57 10,2	— —
49	Seidan, village	36 45 6	3 56 0,8	— —
50	Bekneser, village	36 54 4	3 55 9,3	— —
51	Kabuschan ou Kutschan, extrémité Sud-Est de la ville	37 8 4	3 53 46,4	— —
52	Schirwan, centre de la ville	37 24 6	3 51 53,2	— —
53	Budschnurd, centre de la ville	37 29 13	3 49 33,4	— —
54	Firuse, village	37 21 36	3 49 11,0	— —
55	Tawar, village	37 18 27	3 47 45,2	— —
56	Choroscho, village	37 6 59	3 47 26,3	— —
57	Dschadscherm, petite ville	36 57 24	3 45 44,5	— —
58	Riabad, village	36 42 10	3 43 28,3	— —

38. Par un temps très peu favorable, la latitude n'a pu être déterminée qu'approximativement. La valeur donnée peut être erronée de 30 secondes. La détermination du temps dans cette place est plus exacte.

	Lieux d'observation.	Latitude.	Longitude à l'Est de Greenwich.	Gouvernement ou Province.
		° ′ ″	h m s	
59	Megges, village	36 36 27	3 41 49,7	Tabéristan
60	Bostam, extrémité occidentale de la ville	36 29 20	3 40 13,2	— —
61	Schahrud, extrémité Nord-Ouest de la ville	36 25 13	3 40 3,6	— —
62	Todsches, village	36 34 12	3 38 55,3	Mazanderan
63	Asterabad, partie Sud-Ouest de la ville	36 50 52	3 37 51,7	— —
64	Welladschus, village	36 47 47	3 36 31,6	— —
65	Tschibokanda, village	36 45 5	3 35 52,3	— —
66	Aschraff, ville, caravansérai	36 41 55	3 34 15,1	— —
67	Pul i Nika, village	36 38 56	3 33 16,0	— —
68	Sari, centre de la ville	36 33 52	3 32 19,7	— —
69	Aliabad, petite ville, Imam-Sade	36 27 49	3 31 34,5	— —
70	Tscholi, village	36 19 27	3 31 43,9	— —
71	Abdultalib, Imam-Sade	36 9 58		— —
72	Arferudbar, caravansérai	35 58 28	3 32 19,2	Tabéristan
73	Bob-Schach, village	35 37 26	3 29 28,4	— —
74	Dschilo, village	35 41 0	3 28 18,2	— —
75	Hastelek, village	35 43 29	3 27 16,9	Irak
76	Arguwani, palais d'été du Schah	35 45 9	3 25 52,4	— —
77	Kend, village	35 45 3	3 25 15,4	— —
78	Scherifabad, village	36 12 17	3 20 49,6	— —
79	Tschuinde, village	36 13 26	3 20 0,2	— —
80	Kirschki, village	36 16 2	3 18 33,7	— —
81	Chorumdare, village	36 12 5	3 16 57,5	— —
82	Sultanieh, village	36 25 52	3 15 23,3	— —
83	Samghan, extrémité Sud-Ouest de la ville	36 39 54	3 14 4,2	— —
84	Nichbech, village	36 51 1	3 12 47,2	— —
85	Sartschem-Iliot, deux verstes à l'Ouest du village Sartschem	37 7 29	3 11 35,4	— —
86	Dschemalabad, caravansérai	37 16 16	3 11 22,6	Aderbidjan
87	Mianeh, centre de la ville	37 25 8	3 10 57,8	— —
88	Chodscha-Kias, village	37 32 57	3 9 52,3	— —

67. La position est déduite de quelques hauteurs du Soleil mesurées toutes à l'Ouest du méridien. Par conséquent, elle ne peut pas prétendre à une grande exactitude.

71. La latitude est déterminée par une série d'observations du Soleil près du méridien; des nuages empêchaient les observations nécessaires pour déterminer les corrections des horloges.

	Lieux d'observation.	Latitude.	Longitude à l'Est de Greenwich.	Gouvernement ou Province.
89	Dau-Wetger, caravansérai	37° 40′ 27″	3h 8m 26,5s	Aderbidjan
90	Hadschi-Aga, village	37 50 24	3 7 24,2	— —
91	Sahedabad, village	37 56 45	3 6 27,8	— —
92	Tauris ou Tabriz, démeure du consul de Russie	38 4 35	3 5 14,5	— —
93	Sächlän, village	38 10 3	3 4 36,8	— —
94	Sofian, village	38 16 23	3 3 57,0	— —
95	Marand, petite ville	38 25 57	3 3 3,3	— —
96	Sal, village	38 42 34	3 2 17,2	— —
97	Joulfa, village où l'on fait la quarantaine	38 56 53	3 2 25,8	Transcaucasie
98	Nahitchevan, petite ville, metschet	39 12 27	3 1 35,6	— —
99	Serderek, station de poste	39 42 59	2 59 31,4	— —
100	Karalär, village	39 54 24	2 58 30,6	— —
101	Imam-Schanlï, village	40 1 26	2 58 0,7	— —
102	Erivan, ville, église russe	40 10 4	2 58 11,6	— —
103	Gelkovan, village	40 16 31	2 58 51,2	— —
104	Agda, village	40 29 33	2 59 16,8	— —
105	Tschouboukli, village	40 38 2	2 59 59,7	— —
106	Delidchan, village	40 44 33	2 59 37,9	— —
107	Caravansérai, village	40 52 46	3 0 42,4	— —
108	Pipis, station de poste	41 3 56	3 0 43,7	— —
109	Astambeili, station de poste	41 14 11	3 0 47,5	— —
110	Krasni-Most, pont	41 20 3	3 0 27,6	— —
111	Savanlik, village, station de poste	41 39 8	2 59 50,3	— —
112	Tiflis, colline au jardin du gouv.-général	41 41 51	2 57 22,5	— —
113	Douchet, petite ville, marché	42 4 56	2 58 58,1	— —
114	Passanaour, station de poste	42 20 51	2 58 55,5	— —
115	Kvechet, station de poste	42 25 19	2 58 19,2	— —
116	Kasbek, station de poste	42 39 46	2 58 38,1	— —
117	Lars, station de poste	42 48 31	2 58 36,7	Caucasie
118	Vladikavkas, ville, église	43 1 55	2 58 46,4	— —
119	Jekaterinograd, église	43 45 31	2 56 58,2	— —
120	Alexandrovsk, station de poste	44 42 6	2 52 4,8	— —
121	Stavropol, ville, cathédrale	45 3 3	2 47 58,2	— —
122	Nishni-Jegorlitzkaja, église	46 33 39	2 42 38,3	P. d. Cosaq. du Don
123	Bataiskaja, station de poste	47 6 47	2 39 51,2	— —

	Lieux d'observation.	Latitude.	Longitude à l'Est de Greenwich.	Gouvernement ou Province.
		° ′ ″	h m s	
124	Novo-Tcherkask, église de St. Nicolas	47 24 23	2 40 24,4	P. d. Cosaq. du Don
125	Kharkovskaja, station de poste	48 12 32	2 41 1,1	— —
126	Matouchenskaja, station de poste	49 52 30	2 44 8,2	— —
127	Pavlovsk, petite ville, cathédrale	50 27 21	2 40 24,0	Voronèje
128	Ikoretz, station de poste	51 4 16	2 39 5,0	— —
129	Voronèje, église de St. Mitrofan	51 39 17	2 36 53,8	— —

Parmi ces 129 lieux, il y a 9 de Russie et dont les positions ont été déterminées en d'autres occasions avec des moyens supérieurs à ceux dont disposait M. Lemm. La comparaison de ces positions nous met à même de former un jugement sur l'exactitude des déterminations que M. Lemm a faites dans son voyage de Perse. La table suivante donne le nom et le numéro des lieux d'après la liste précédente, les latitudes $= \varphi$ et les longitudes $= \lambda$, déterminées aux autres occasions, et les $d\varphi$ et $d\lambda$, ou les quantités qu'il faut ajouter aux positions respectives, pour donner celles de notre liste précédente. Enfin la dernière colonne nous offre le nom des astronomes auxquels nous devons chaque position.

	Lieux.	φ	$d\varphi$	λ	$d\lambda$	Autorités.
		° ′ ″	″	h m s	s	
1	Koslov, cathédrale	52 53 18	+ 36	2 42 4,1	— 0,4	Vrontchenko
3	Novo-Khopersk, cathédrale	51 5 56	— 1	2 46 33,9	— 1,2	Lemm, 1847
6	Sarepta, fontaine sur le marché	48 30 42	+ 3			Lemm, 1847
9	Astrakhan, cath. de l'Assomption	46 20 53	+ 13	3 12 21,6	— 5,7	Wisniewsky
112	Tiflis, colline au jardin du gouverneur-général	41 41 40	+ 11			Birdin
121	Stavropol, cathédrale	45 3 9	— 6	2 47 57,8	+ 0,4	Sabler, Exp. Casp.
122	Nishni-Jegorlitzkaja, église	46 43 40	— 1	2 42 38,3	— 0,3	Sabler, Exp. Casp.
124	Novo-Tcherkask, église de St.-Nicolas	47 24 36	— 13			Lemm, 1847
129	Voronèje, église de St.-Mitrofan	51 39 26	— 9	2 36 49,7	+ 4,1	Lemm, 1847

Les longitudes de Sarepta, de Tiflis et de Novo-Tcherkask devaient être omises, dans cette comparaison, parce que ce sont les mêmes longitudes que nous avons employées pour bases de nos calculs des longitudes chronomètriques.

La différence considérable, dans la latitude de Koslov, s'explique simplement par la circonstance que M. Lemm a déterminé l'extrémité septentrionale de la ville, tandisque la position de M. de Vrontchenko vaut pour la cathédrale située au milieu de la ville. Or,

si nous ne savions rien sur le lieu d'observation de M. Lemm, le signe positif de cette différence nous aurait indiqué que celui-ci se trouvait du côté boréal de la ville. En rejetant, par conséquent, la première grande différence nous avons, sans avoir égard aux signes:

pour les latitudes, la différence moyenne $= 7''\!,1$
» » longitudes, » » » $= 2,0$.

Ces différences s'accordent parfaitement avec l'assertion énoncée plus haut, que l'erreur probable des latitudes reste considérablement en dedans de 10″. Quant aux longitudes, la différence moyenne trouvée, de $2^s\!,0$, ne peut servir d'échelle générale de l'exactitude, vu que, dans les points comparés, la durée du transport du temps a été en général bien plus court que pour les lieux déterminés pendant les autres parties du voyage de M. Lemm. Mais la petitesse de cette différence nous est une preuve en faveur de l'exactitude des corrections d'horloge, déterminées par M. Lemm. En même temps, elle nous permet de supposer qu'en général les défauts des longitudes ne surpassent qu'un nombre très limité de secondes de temps.

Une seconde comparaison, que nous pouvons faire, est celle des positions de M. Lemm avec des déterminations antérieures aux siennes et probablement moins exactes, dans les cas où elles se rapportent à des lieux identiques. C'est elle qui nous fera voir, ce qu'il y a de gagné, pour la géographie de la Perse, par le travail de M. Lemm. La liste de M. Littrow, qui remplit tout un volume supplémentaire du dictionnaire de physique de Gehler, ne contient en tout que 13 points situés dans l'Empire de Perse. De ce nombre 6 sont identiques avec des points de notre liste. A ce nombre s'ajoutent encore les positions de Meschhed et de Schahrud par Frazer en 1822, citées par M. Ritter dans son „Erdkunde", mais omises, probablement par hazard, dans la liste de M. Littrow. Pour compléter les comparaisons, j'ajoute encore la position de Bakou déterminée par Kolotkine en 1809, mais qui, d'après les notes ajoutées à la „Table des positions géographiques en Russie" publiée par mon père en 1843, peut être erronée de 12^s en temps.

	Lieux.	φ	$\Delta\varphi$	λ	$\Delta\lambda$	Autorités.
11	Bakou	40° 21′ 20″	+ 0′ 45″	3ʰ 19ᵐ 24ˢ,5	— ᵐ 4ˢ,6	Kolotkine
15	Rescht	37 17 30	— 0 3	3 19 21,9	— 45,9	Frazer
20	Kazwin	36 11 0	+ 4 2	3 18 13,6	+ 1 57,1	Beauchamp
46	Meschhed	36 17 40	— 0 27	3 58 21,9	+ 13,5	Fraser
61	Schahrud	36 25 20	— 0 7	3 40 35,2	— 30,6	Frazer
63	Asterabad	36 48 45	+ 2 7	3 38 7,6	— 15,9	Kolotkine
66	Aschraff	36 41 45	+ 0 10	3 34 14,9	— 0,2	Kolotkine
68	Sari	36 14 13	+ 19 39	3 32 20,3	— 0,6	Frazer
69	Aliabad	36 35 42	— 7 53	3 27 42,4	+ 3 52,1	Frazer

*

Je suppose que, dans la latitude de Sari, donnée par M. Littrow d'après la détermination de Fraser, il y a une faute d'écriture ou d'impression de 20′, et qu'elle devait être 36° 34′ 13″, ce qui donnerait $\Delta\varphi = -21''$. Mais, pour les grandes différences dans la position d'Aliabad, je ne trouve aucune explication, si ce n'est que la position de Frazer se rapporte à tout un autre lieu. Malheureusement je ne suis pas en état de consulter là dessus le rapport original de Frazer. Les grandes différences dans la position de Kazwin, doivent être attribuées, en majeure partie, à l'imperfection des instruments employés par Beauchamp dans sa détermination de 1791. Enfin la différence de 2′ 7″ entre les déterminations d'Astrabad par Kolotkine et M. Lemm, s'explique probablement par ce que les deux voyageurs n'ont pas observé sur le même lieu de la ville qui, d'après M. Lemm, a une étendue très considérable.

J'ai comparé aussi la table des positions géographiques, publiée sous l'intendance de M. Daussy dans la „Connaissance des temps" pour l'an 1851. Cependant par rapport à l'Empire persan, cette table est encore plus pauvre que la liste de M. Littrow. Elle ne contient, pour tout ce vaste pays, que quatre positions, dont il n'y a qu'une seule, encore très peu exacte, savoir celle de Kazwin par Beauchamp, qui se rapporte à un point situé dans les contrées visitées par M. Lemm.

Nous n'avons plus rien à ajouter pour faire mieux ressortir la valeur du travail de M. Lemm. Les faits parlent le mieux. Au lieu de 8 positions, en partie douteuses, nous en possédons maintenant, dans la partie boréale de l'Empire persan, 83; et qui toutes surpassent considérablement, surtout en longitude, exactitude qu'on peut attribuer en général aux déterminations de voyage. Nous avons donc, par ce travail, un fondement très solide de la géographie mathématique de la partie boréale de l'Empire de Perse.

Les positions déterminées par M. Lemm, pendant ce voyage, dans les provinces soit asiatiques soit européennes de l'Empire russe, n'ont pour nous qu'un intérêt subordonné. Pour une grande partie de ces points, il y a déjà de nouvelles déterminations de la dernière exactitude, pour d'autres il y a lieu d'espérer que d'un côté les grandes opérations astronomico-géographiques qui s'exécutent de la part de l'État-Major Impérial dans la Russie européenne, et d'autre côté la triangulation des provinces Transcaucasiennes sous la direction du Colonel Chodzko, nous donneront sous peu des positions incomparablement plus exactes que celles que nous a pu fournir le voyage de M. Lemm. Néanmoins, pour le moment, en 37 cas ces déterminations de M. Lemm, dans les provinces russes, sont encore les seules que nous possédions de ces endroits, et chaque géographe qui, dans les années prochaines, voudra s'occuper de la géographie des provinces Caucasiennes, aura à recourir encore aux déterminations de M. Lemm.

SUPPLÉMENT AU MÉMOIRE

SUR

LE VOYAGE DE M. LEMM EN PERSE.

PAR

M. Otto Struve.

(Lu le 30 Mai 1851.)

A la fin du journal manuscrit des observations astronomiques faites par M. Lemm, pour la détermination des positions géographiques, pendant son voyage en Perse, se trouve un journal d'observations barométriques et thermométriques tenu par cet officier, pendant le voyage. Ces observations soigneusement réduites devaient augmenter considérablement nos connaissances sur les relations hypsométriques de la partie boréale du plateau d'Iran, sur lesquelles nous ne possédons jusqu'ici que des notices très rares et très peu exactes. Mais les résultats à déduire de ces observations barométriques devaient gagner encore beaucoup en exactitude, par la circonstance que le Colonel de Blaramberg, actuellement Chef de l'État-Major du corps détaché d'Orembourg, séjournant alors à Téhran, avait fait à cet endroit des observations barométriques correspondantes, pendant toute la durée du voyage de M. Lemm de Téhran à Meschhed et du retour. Ayant trouvé cette circonstance indiquée dans une note du journal de M. Lemm, je jugeai nécessaire, avant de procéder à la déduction des hauteurs, de m'informer auprès de M. de Blaramberg de l'existence de ces observations correspondantes. Sur ma demande, M. de Blaramberg eut la complaisance de me communiquer tout de suite un extrait du journal, qui contenait toute la série non interrompue d'observations barométriques et thermométriques qu'il avait faites à Téhran, pendant cette partie du voyage de M. Lemm. Ayant été empêché jusqu'ici de m'occuper du calcul de ces observations, ce n'est qu'après un laps de deux ans que je me trouve en état de présenter au monde savant les résultats scientifiques du voyage de M. Lemm en Perse.

J'ai commencé mes calculs par la déduction de la hauteur absolue de Téhran. Dans cette capitale de la Perse, M. Lemm s'était arrêté plus de deux mois, depuis la fin du mois de Novembre 1838 jusqu'au commencement du mois de Février 1839, et les observations barométriques y furent continuées par M. de Blaramberg, trois fois par jour, jusqu'à la dernière moitié du mois d'Avril, de sorte que nous possédons une série d'observations barométriques non interrompue, de près de 5 mois, faites à cet endroit. Malheureusement toutes données directes sur l'état de rectification des deux baromètres employés nous manquent, mais l'exactitude approximative nous en est garantie par des résultats que nous produirons plus tard. Les échelles des deux baromètres étaient divisées directement en demi-lignes du pied de France, et il y avait une différence constante entre les deux baromètres de près de 0,4 d'une division, dont les indications du baromètre de M. de Blaramberg étaient plus fortes que celles du baromètre employé par M. Lemm. En prenant les moyennes mensuelles des lectures des baromètres, nous trouvons, après y avoir appliqué les réductions correspondantes à la température du mercure, les résultats suivants:

	Indication moyenne du baromètre à Téhran, pour la température zéro du mercure.
1838 au mois de Décembre anc. st.	590,11 div.
1839 » » » Janvier » »	589,41 »
» » » Février » »	587,80 »
» » » Mars » »	584,53 »
» » » Avril » »	584,99 »

Or, depuis le commencement de l'hiver jusqu'au commencement du printemps, la hauteur du baromètre a diminué régulièrement et le journal nous apprend que cette diminution a eu lieu très graduellement. Les changements de la hauteur du baromètre ont été en général très lents; la plus grande variation qui a eu lieu pendant 24 heures, ne s'élève qu'à 5,5 divisions = 2,8 lignes Par. Aussi ce cas n'est-il qu'exceptionnel, la variation moyenne diurne ne s'élevant guères à une demi-ligne. La plus haute indication du baromètre, de 596,8 div., a été observée le matin du 18 Décembre, la plus basse, de 580,9 div., le 9 Mars à midi, ce qui donne la plus grande différence entre les extrêmes = 16,9 div. ou 8,5 lignes Par.

Des observations de la température de l'atmosphère ont été faites à Téhran pendant le séjour de M. Lemm. Ces observations faites à 8 heures du matin, à 1 heure après midi et à 9 heures du soir, donnent, pour le mois de Décembre anc. st., la température moyenne = + 3°,55 R., pour le mois de Janvier = + 3°,98 R. La plus basse température observée, de — 4°,0 R., a eu lieu le 1 Janvier 1839.

Afin de pouvoir déduire la hauteur absolue de Téhran du complet des observations barométriques, il était nécessaire de déterminer approximativement la valeur moyenne des

températures de l'atmosphère, à l'époque des observations barométriques de M. de Blaramberg. Ces températures n'ayant pas été notées, j'ai supposé qu'elles avaient été égales aux températures observées, aux époques correspondantes, par M. Lemm pendant le voyage à Meschhed, eu égard aux réductions correspondantes aux différences de niveau des lieux d'observation du voyageur et de Téhran, réductions dans lesquelles j'acceptais, suivant Ramond, que la température changeait de 1° R. pour 100 toises ou 640 pieds angl. de différence dans les hauteurs des deux lieux d'observation. Cette supposition me paraît parfaitement justifiée pour toute la période du voyage de M. Lemm sur le plateau d'Iran, au Sud de la chaîne principale des montagnes qui en forment la limite septentrionale, à cause de l'uniformité climatologique de tout ce plateau. Mais la même supposition n'était plus admissible dès que M. Lemm passa, dans son voyage de retour, les derniers rejetons de l'Elburz et descendit dans la vallée de la mer Caspienne. Ici les vents du Nord ont un libre accès et doivent, par conséquent, exercer une influence très considérable, sur la température. Le jour même où M. Lemm passa la chaîne des montagnes, le 7 Avril, nous offre un exemple frappant de ce changement rapide du climat. A cinq heures du matin, lorsqu'il se trouvait encore à Todsches, au Sud de la chaîne principale des montagnes, M. Lemm a noté une température de $+13°,2$ R. Vers midi, près du plus haut endroit de son passage des montagnes, la température s'était élevée encore jusqu'à $+17°,5$ R., mais à l'arrivée à Kusluck, au Nord de la chaîne, l'après midi du même jour à 5 heures, la température était tombée jusqu'à $+5°,0$ R., quoique ce dernier endroit était plus bas d'environ 3000 pieds. Or, la réduction mentionnée, appliquée aux températures observées ce jour, aurait donné pour Téhran à 5^h de matin la température $+19°,2$ R., à midi $+24°,1$, et à 5^h du soir $+6°,3$ R. L'expérience prouve qu'un changement tellement rapide de la température, n'a jamais lieu à Téhran; mais ce qui me paraît prouver encore plus distinctement la différence des climats des deux côtés de l'Elburz, c'est que pendant le séjour de M. Lemm à Asterabad, depuis le 8 jusqu'au 13 Avril, la température moyenne au niveau de la mer Caspienne, n'a été que de $+11°,5$ R., ce qui aurait donné pour Téhran la température moyenne correspondante $= +5°,6$ R., tandisqu'il est connu qu'à cette époque de l'année la vraie température moyenne s'y élève au dessus de $+15°$ R. Or les températures de l'atmosphère, observées par M. Lemm, n'étant plus réduisibles sur celles de Téhran, dans la dernière période de son voyage, j'ai cru devoir supposer les températures de l'air à Téhran, dans cette période, égales aux températures du mercure dans le baromètre, telles qu'elles furent notées par M. de Blaramberg. Cette dernière supposition est justifiée de quelque sorte par la circonstance que, dans les mois plus chauds, les habitants de la Perse ne ferment jamais les fenêtres de leurs maisons, pour laisser passer librement des courants d'air qui y doivent établir, à chaque époque, approximativement un équilibre de la température intérieure et extérieure.

C'est à l'aide des deux suppositions mentionnées que j'ai tâché de suppléer au manque d'observations directes des températures de l'air à Téhran, pour la période des obser-

vations barométriques de M. de Blaramberg. En prenant les moyennes mensuelles des températures tellement évaluées, j'ai trouvé, pour Téhran, la température moyenne de l'atmosphère:

au mois de Février anc. st. $= + 6^{\circ},15$ R.
» » » Mars » » $= + 9,23$ »
» » » Avril » » $= + 17,99$ »

Peut-être la température moyenne du mois d'Avril est trouvée tant soit peu trop forte, mais il me paraît que cette incertitude ne s'élève guères à 1° R.

Ayant arrangé, de la manière décrite, les matériaux sur lesquels devait être basée le calcul de l'élévation absolue de Téhran au dessus de la mer, j'entrepris ce calcul en m'y servant des formules et des tables de M. Gauss. Dans cette recherche la hauteur moyenne du baromètre, pour la température zéro du mercure, au niveau de la mer, fut supposée, pour la latitude de Téhran, $35^{\circ} 40' = 337,63$ lignes Par., d'après une table donnée dans le dictionnaire de Gehler, vol. VI, pag. 918. La température de l'atmosphère au niveau de la mer fût déduite de celle de Téhran, en y supposant de nouveau un changement d'un degré Réaumur pour toutes les 100 toises.

C'est ainsi que j'ai trouvé la hauteur du lieu d'observation à Téhran au dessus de la mer

par 159 obs. de M. Lemm $= 3445$ pieds de France $= 3676$ pieds angl.
» 240 » de M. de Blaramberg $= 3724$ » » » $= 3969$ » »

La différence considérable de 279 pieds entre ces deux valeurs provient évidemment en plus grande partie du décroissement observé dans la hauteur du baromètre, depuis l'hiver jusqu'au printemps. Quoique les observations de M. de Blaramberg soient plus nombreuses que celles de M. Lemm, je n'ai pas cru devoir attribuer de différents poids aux deux valeurs trouvées, soit à cause de l'incertitude dans l'évaluation de la température moyenne de l'atmosphère pour la dernière série, soit parce qu'il était inconnu auquel des deux baromètres attribuer l'erreur de 0,4 div., dont leurs indications différaient entre elles. Or, en prenant la moyenne arithmétique des deux résultats précédents et soustrayant 5 pieds pour l'élévation du baromètre au dessus du sol, nous avons:

la hauteur de Téhran au dessus du niveau de la mer
$= 3579$ pieds de France $= 3815$ pieds anglais.

Toutes les autres hauteurs déterminées pendant le voyage de M. Lemm, se divisent en trois groupes qui comprennent:

I les lieux situés sur le plateau d'Iran, et pour la détermination desquels des observations correspondantes ont été faites à Téhran.

II les lieux situés au Nord de la chaîne des montagnes dites Elburz et déterminés pendant le voyage de retour de Meschhed à Téhran.

III les lieux dont les déterminations des hauteurs dépendent de peu d'observations, faites pendant le voyage de M. Lemm d'Astrakhan à Téhran et pendant son voyage de retour en Russie, entre Téhran et Tiflis, et pour lesquelles il n'y avait pas d'observations correspondantes.

Ces groupes se suivent dans l'ordre de leur exactitude, le premier groupe donnant les résultats les plus exacts. Les hauteurs relatives des points du groupe I, par rapport à Téhran, me paraissent être sujettes à des incertitudes tout au plus de 50 pieds, à juger d'après la liste suivante des déterminations isolées de Meschhed, l'endroit le plus éloigné de Téhran, où M. Lemm s'était arrêté pendant 16 jours de suite.

		Meschhed — Téhran.	Diff. de la moyenne.
Mars	6	— 746 pieds	+ 11 pieds
»	7	789 »	— 32 »
»	8	721 »	+ 36 »
»	9	760 »	— 3 »
»	10	840 »	— 83 »
»	11	712 »	+ 45 »
»	12	732 »	+ 25 »
»	13	775 »	— 18 »
»	14	852 »	— 95 »
»	15	729 »	+ 28 »
»	16	676 »	+ 81 »
Moyenne		= — 757 pieds	

La valeur moyenne d'une différence isolée n'est ici que de 42 pieds et le plus grand écart de la moyenne ne s'élève pas encore à 100 pieds, malgré des variations de 8 div. ou de quatre lignes Par. dans les indications du baromètre sur les deux lieux. Il s'en suit que ces variations ont eu lieu simultanément et approximativement en même grandeur sur les deux lieux d'observation. En général nous voyons, en comparant les journaux d'observation, que toutes les variations tant soit peu plus grandes, observées par M. de Blaramberg, se sont reproduites également au baromètre de M. Lemm, tandisque notre voyageur se trouvait sur le plateau d'Iran, et cette remarque nous engage à donner une grande confiance aux hauteurs du groupe I. Cette simultanéité des variations barométriques subsiste encore pour la partie du voyage, où M. Lemm se trouva au Nord de l'Elburz, aux bords de la mer Caspienne; mais, à ce que nous venons de voir, dans cette période, l'évaluation de la température de l'atmosphère de Téhran a été moins sûre, et, par cette raison, nous ne pouvons accorder aux hauteurs relatives du groupe II la même exactitude qu'à celles du groupe I. Or, en estimant l'erreur probable des hauteurs relatives contenues dans le groupe I de 50 pieds, je crois qu'il faut doubler cette quantité pour le groupe II. Cette

estimation des erreurs probables ne se rapporte qu'aux hauteurs relatives des lieux d'observation et de Téhran. Pour les hauteurs absolues il y entre encore l'erreur probable de la détermination de Téhran, sur l'exactitude de laquelle nous nous trouvons hors d'état de former un jugement a priori.

Malheureusement le 4 Mai (22 Avril), cinq jours avant le retour de M. Lemm à Téhran, la mule qui porta les instruments, tomba dans un précipice, pendant le passage des montagnes près du Demavend, et le baromètre fut cassé. Cet accident fâcheux nous a privé de la détermination intéressante de la hauteur du passage dans cette partie des montagnes et a empêché en outre de contrôler de nouveau, après le retour, la différence constante de 0,4 div. entre les indications des deux baromètres employés, déterminée avant le départ de Téhran.

Après son retour à la capitale de la Perse, M. Lemm examina l'état de son baromètre, dans l'espérance que l'introduction d'un nouveau tuyau de verre pourrait le rétablir entièrement. Mais il remarqua qu'aussi les parties métalliques se trouvaient trop endommagées par la chûte, pour être réparées simplement. Par cette raison, lorsqu'il s'en retourna de Téhran en Russie, il se vit dans la nécessité d'emporter le baromètre qu'il avait laissé auparavant entre les mains de M. de Blaramberg. C'est donc à l'aide de ce second baromètre qu'il a déterminé les hauteurs absolues des points contenus dans le groupe III. Vu qu'en général il ne s'est arrêté qu'un jour dans chacun de ces points, ces hauteurs ne peuvent prétendre à une grande exactitude, étant sujettes à toutes les variations accidentelles dans les indications du baromètre. On doit en excepter peut-être les déterminations des points Rescht, Arguwani, Tauris et Tiflis, où M. Lemm a fait des observations barométriques, respectivement, pendant 22, 14, 13 et 16 jours.

Je réunirai maintenant dans un tableau, toutes les hauteurs absolues, déduites des observations barométriques faites par M. Lemm pendant ce voyage, en désignant par I, II, III les trois groupes auxquels chaque point appartient. J'ajouterai à chaque point l'indication du nombre d'observations barométriques, dont sa hauteur a été déduite. Toutes les hauteurs sont données en pieds anglais ou russes et en pieds de France.

M. Lemm n'a pas indiqué, dans son journal, de combien, à chaque station, le lieu de suspension du baromètre se trouva au-dessus du sol, mais, d'après ses communications orales, cette élévation ne va nulle part au dessus d'un couple de pieds. Je l'ai supposée de 4 pieds et cette petite correction a été ajoutée à toutes les hauteurs du tableau suivant.

	Groupe.	Lieux.	Nombre d'observations.	Hauteur au dessus de la mer, en pieds angl.	en pieds franc.
10	III	Embouchure du Volga	6	+ 36	+ 34
		Sur la mer Caspienne	3	+ 86	+ 80
14		Sinsili	8	— 250	— 235
15		Rescht	61	— 49	— 46
24	I	Téhran	399	+ 3815	+ 3579
25		Pelescht	4	3368	3161
26		Aiwan i Keif	2	3516	3300
27		Aradan	2	2850	2675
28		Deh-Nimmuk	2	2481	2328
29		Lasgerd	2	4060	3810
30		Semnan	8	3721	3492
31		Ahiyun	2	6292	5904
32		Dewletabad	2	3821	3586
33		Damghan	3	3842	3605
34		Deh-Mullah	1	3794	3560
35		Peddescht	2	4245	3984
36		Meiomid	2	3608	3386
37		Meiandescht	2	4095	3843
38		Abbasabad	2	2959	2777
		Muzinun	3	2695	2529
39		Mihr	3	3276	3074
40		Riwed	2	3045	2858
41		Sebsewar	3	3083	2893
42		Husseinabad	2	3243	3043
43		Sengi	3	4263	4000
		Nischapur	2	4010	3763
44		Kadamga	2	4319	4053
45		Scherifabad	2	4767	4473
46		Meschhed	30	3053	2865
48		Dsunabad	4	3670	3444
49		Seidan	2	3727	3497
50		Bekneser	2	4022	3774
51		Kabuschan	3	4114	3861
52		Schirwan	1	3454	3241
53		Budschnurd	4	3390	3181

*

	Groupe.	Lieux.	Nombre d'observations.	Hauteur au dessus de la mer, en pieds angl.	en pieds franc.
54	I	Firuse	3	+ 4153	+ 3897
55	—	Tawar	2	4548	4268
56	—	Choroscho	2	3272	3071
57	—	Dschadscherm	2	3043	2856
58		Riabad	3	3312	3108
59		Megges	3	3990	3744
60		Bostam	4	4556	4275
61		Schahrud	1	4453	4179
62		Todsches	2	7364	6910
		Entre Todsches et Kusluk	1	7747	7270
	II	Kusluk	2	4567	4286
63		Asterabad	13	+ 69	+ 65
64		Welladschus	2	— 178	— 167
65		Tschibokanda	2	— 182	— 170
66		Aschraff	3	— 115	— 108
67		Pul i Nika	3	+ 39	+ 37
68		Sari	2	24	23
69		Aliabad	2	25	23
70		Tscholi	3	641	602
71		Abdultalib	2	1344	1261
76	III	Arguwani	38	4879	4578
77		Kend	1	4901	4598
		Suleimani	2	4865	4565
		Meskinabad	1	4935	4630
78		Scherifabad	2	4710	4419
79		Tschuinde	2	4590	4307
80		Kirschki	3	5535	5193
81		Chorumdare	4	5609	5263
82		Sultanieh	3	6137	5759
83		Samghan	2	5712	5360
84		Nichbech	3	4986	4678
85		Sartschem	2	5005	4696
86		Dschemalabad	1	4542	4261
92		Tauris	32	4994	4685

	Groupe.	Lieux.	Nombre d'observations.	Hauteur au dessus de la mer, en pieds angl.	Hauteur au dessus de la mer, en pieds franc.
94	III	Sofian	3	+ 4365	+ 4096
95		Marand	2	4610	4325
96		Sal	3	4944	4639
97		Joulfa	11	2659	2494
98		Nakhitchevan	2	3189	2992
99		Serderek	4	3187	2990
100		Karalär	3	3114	2921
101		Imam-Schanli	1	3065	2876
102		Erivan	3	3529	3311
103		Gelkovan	1	5054	4742
104		Agda	3	6041	5668
105		Tchouboukli	2	7008	6575
106		Delidchan	2	4512	4233
107		Caravansérai	2	2537	2381
108		Pipis	3	2341	2196
109		Astambeili	1	1421	1333
110		Krasni-Most	1	1064	998
111		Savanlik	1	1423	1335
112		Tiflis	39	1544	1449

Notes. Les numéros de la première colonne, correspondent aux numéros de la liste précédente des positions géographiques, et indiquent, par conséquent, l'identité des lieux pour les observations astronomiques et barométriques. Nous y voyons que les hauteurs de 7 points ont été déterminées, pour lesquels l'état de l'atmosphère n'avait pas permis de déterminer les positions géographiques. Mais un plus grand nombre de points, savoir 48, dont les positions géographiques se trouvent dans la liste précédente, nous manquent dans cette liste des hauteurs. Ces déterminations ont été omises par les raisons suivantes:

1) Pour les points 1—9, parce qu'ils sont situés dans la Russie européenne et qu'il y a, en partie au moins, des déterminations plus exactes des hauteurs.
2) Pour les points 11—13 et 16—23, avant l'arrivée à Téhran, parce que M. Lemm avait l'intention d'établir à cet endroit un baromètre qui donnerait les observations correspondantes; ce qui le fit négliger d'abord les observations barométriques qui n'auraient pas cet avantage des observations correspondantes.
3) Pour les points 52—55, à cause de la chûte du baromètre après le départ d'Abdultalib.
4) Pour les points 87—91, parce qu'une bulle d'air s'était introduite dans le baromètre, ce qui obligea notre voyageur de bouillir de nouveau le mercure, opération qu'il ne pouvait entreprendre qu'après l'arrivée à Tauris.
5) Sur les points 47 et 93 le baromètre n'a pas été observé.
6) Pour les points 113—129, parce qu'ils sont situés sur un terrain, pour lequel nous possédons des déterminations plus exactes des hauteurs.

Le seul jugement à former sur la justesse du zéro des baromètres employés, peut être déduit de la détermination des hauteurs des lieux d'observation, situés ou sur la mer Caspienne ou près des bords de cette mer, dans une petite élévation au-dessus de son niveau. Ces points sont:

	Hauteur observée.
L'embouchure du Volga	= + 34 pieds de France
En bateau sur la mer Caspienne	+ 80 » »
Sinsili	— 235 » »
Rescht	— 46 » »
Asterabad	+ 69 » »
Welladschus	— 167 » »
Tschibokanda	— 170 » »
Aschraff	— 108 » »
Pul i Nika	+ 37 » »
Sari	+ 23 » »
Aliabad	+ 23 » »
Moyenne	= — 42 pieds de France.

Le nivellement trigonométrique, exécuté en 1836 et 1837, entre la mer Noire et la mer Caspienne, ayant donné comme résultat définitif une dépression du niveau de la mer Caspienne de 80 pieds Franç., nous voyons que la moyenne précédente s'accorde parfaitement avec ce résultat, si nous y admettons une élévation moyenne de trente à quarante pieds pour les lieux d'observation, audessus du niveau de la mer. Or nous n'avons aucune raison de soupçonner une erreur de nature constante dans notre liste des hauteurs. En même temps, cet accord nous est une preuve très satisfaisante de l'exactitude approximative de la hauteur trouvée de Téhran, qui a servi de point de départ pour la déduction de la partie majeure des hauteurs qui ont fourni la moyenne précédente, et nous permet d'attribuer un très haut degré d'exactitude à toutes les hauteurs absolues déterminées par M. Lemm pendant son voyage de Téhran à Meschhed et retour.

Des contrôles ultérieurs de l'exactitude des hauteurs déterminées sur le territoire russe entre Joulfa et Tiflis, seront fournis probablement bientôt par la levée trigonométrique qui s'exécute actuellement en Transcaucasie, sous la direction du Colonel Chodzko; mais jusqu'à présent rien n'a été publié sur les résultats de ces opérations.

Le volume VII de la „Erdkunde" de M. Ritter contient pour 13 lieux de notre liste les hauteurs déterminées par Frazer, à l'aide des observations de la température de l'eau bouillante. On sait bien que cette méthode d'observation est susceptible de la même exactitude que celle des observations barométriques, mais, pour y parvenir, il faut avoir égard à nombre de petites circonstances qui peuvent troubler l'exactitude des résultats. A en juger d'après les expressions de M. Ritter, les déterminations de Frazer ne méritent

pas toujours la plus grande confiance, et par conséquent nous ne devons pas nous étonner de rencontrer quelquefois des différences très considérables entre les résultats de M. Lemm et ceux de Frazer. Voici les hauteurs des lieux identiques de ces deux voyageurs, en pieds de France:

	Lemm.	Frazer.	F.—L.
Téhran	3579	3786	+ 207
Semnan	3492	3504	+ 12
Ahiyun	5904	4572	— 1332
Dewletabad	3586	2652	— 934
Damghan	3605	2898	— 707
Deh-Mullah	3560	2688	— 872
Muzinun	2529	2520	— 9
Mihr	3074	2520	— 554
Nischapur	3763	2736	— 1027
Meschhed	2865	2488	— 377
Kabuschan	3861	3792	— 69
Schirwan	3241	2940	— 301
Budschnurd	3181	2940	— 241

Par rapport à Ahiyun où la différence F. — L. est la plus grande, il serait possible que les lieux d'observation des deux voyageurs n'aient pas été identiques, parce qu'il y a une inexactitude dans la désignation du lieu par Frazer. Pour tous les autres endroits les lieux d'observation doivent avoir été à égale hauteur, à peu de pieds près, vu que toutes les caravanes s'arrêtent toujours aux mêmes stations. Or, en rejetant la différence trouvée pour Ahiyun, nous avons en moyenne les hauteurs de Frazer plus petites que celles de M. Lemm de 406 pieds, différence dont nous n'hésitons pas d'attribuer l'origine uniquement aux défauts des déterminations de Frazer. Peut-être la circonstance signalée plus haut y a contribué en partie, savoir qu'à Téhran, ou en général sur tout le plateau d'Iran, la pression de l'atmosphère est un maximum en hiver, époque du voyage de Frazer.

M. Lemm a déterminé aussi, pendant son voyage en Perse, approximativement les hauteurs de trois montagnes, du Dulfeck, du Demavend et du Schemrunn. La première de ces montagnes était visible de Rescht à la distance de 41 verstes, sous un azimuth de 8° du Sud vers l'Est, et la cime s'y présentait sous un angle de 3° 4′ 14″ au dessus de l'horizon. Pour la détermination de cet angle de hauteur, M. Lemm mesura, à l'aide du cercle prismatique, l'angle apparent entre la cime et le bord du Soleil, au moment où cet astre parut se trouver exactement dans le vertical de la montagne. Les mesures répétées plusieurs fois donnent un accord si parfait, qu'il faut supposer que l'angle de hauteur conclu est exact à une petite fraction de minute près. Les hauteurs apparentes du Demavend et du Schemrunn furent observées à Téhran de 3° 45′ et de 7° 4′ 30″, respec-

tivement à la distance de 66 et de 21 verstes. Ces dernières mesures paraissent avoir été faites à l'aide du cercle chercheur de l'instrument des passages. Par conséquent, l'exactitude ne doit pas être estimée au dessus d'une minute.

En partant de ces mesures et des hauteurs des lieux d'observation, données dans notre liste, nous avons déduit les hauteurs absolues:

du Dulfeck = 8105 pieds angl. = 7605 pieds de France
du Demavend = 20085 » » = 18846 » » »
du Schemrunn = 13052 » » = 12247 » » »

Dans ce calcul le coefficient constant de la réfraction terrestre a été supposé = 0,0619 d'après M. W. Struve.

Les distances, entre les lieux d'observation et les cimes des montagnes, ont été déduites de l'observation des traits de la boussole, sous lesquels les montagnes se présentaient sur différents points de la route de M. Lemm. C'est la partie faible de ces déterminations qui, par cette raison, peuvent être sujettes à des erreurs assez graves. C'est surtout la distance du Demavend à Téhran, qui me paraît très douteuse. Néanmoins la hauteur trouvée de cette montagne surpasse d'autant les déterminations antérieures de Frazer, d'Ainsworth et d'autres, qui varient entre 10000 et 14000 pieds de France, qu'il est presque impossible d'attribuer la différence uniquement aux défauts de la détermination de M. Lemm. J'ose donc espérer que la publication de ce résultat divergent paraîtra assez intéressant pour engager quelque voyageur à entreprendre une nouvelle détermination plus exacte de la hauteur de cette montagne gigantesque.

SUR

LES DIMENSIONS DES ANNEAUX DE SATURNE.

PAR

M. Otto Struve.

(Lu le 14 Novembre 1851.)

I.

Au mois d'Août de cette année, l'Observatoire de Poulkova reçut la visite de M. George P. Bond, astronome attaché à l'Observatoire de Cambridge U. S. Le 14 Août, je saisis l'occasion pour contempler le système de Saturne en compagnie de celui qui le premier avait annoncé aux astronomes l'existence du troisième anneau *). Cette découverte avait, depuis un an, de nouveau attiré l'attention des astronomes sur ce système merveilleux. M. Bond, après avoir vu la planète par notre lunette, exprima son étonnement de ce qu'à Poulkova l'anneau obscur se présentait beaucoup plus large qu'il ne lui avait paru, l'année passée, à Cambridge U. S., et qu'en partie il était distinctement séparé des anciens anneaux. En effet, la gravure faite d'après les observations de M. Bond du 15 Nov. 1850, représente le nouvel anneau si mince, que nous ne savions comment la concilier avec ce que nous venions de voir dans notre lunette. Dans une conversation que nous eûmes le jour suivant, sur cet objet, avec mon père, celui-ci, en dirigeant notre attention sur les différences frappantes qui existent entre les anciennes représentations du système de Saturne, faites par Hévélius, Huygens et d'autres, et celles de nos temps, exprima sa conviction personnelle que ce système devait avoir subi des changements considérables, dans l'intervalle de temps qui nous sépare de ces anciens observateurs, et m'engagea à faire une série de mesures micrométriques à l'effet de fixer les dimensions des anneaux pour l'époque actuelle.

*) Ce troisième anneau, qui réfléchit beaucoup moins de lumière que les deux anciens anneaux, est appelé en général par les Anglais «the obscure ring». Ce n'est donc qu'en suivant l'exemple des astronomes anglais que je le désigne dans ce mémoire comme «anneau obscur».

Les nuits extraordinairement favorables dont nous nous sommes réjouis vers la fin du mois de Septembre, me fournirent une belle occasion pour entreprendre ces mesures. Je n'osais faire aucune mesure que lorsque l'état de l'atmosphère me permettait de voir les différentes divisions des anneaux parfaitement distinctes. Par cette raison, le nombre des nuits dans lesquelles j'ai pu faire des mesures sur les dimensions des anneaux de Saturne, ne s'élève qu'à 4. Dans ces quatre nuits du 19, 22 Sept., 1 et 4 Oct. j'ai exécuté six différentes séries de mesures, qui toutes, à ce que crois, sont d'une exactitude distinguée.

Dans ces mesures, le champ de la lunette était illuminé, et le grossissement employé était alternativement de 412 et de 708 fois. Quoique je ne regarde pas encore la série de mes observations de Saturne comme entièrement achevée pour cette année, néanmoins les résultats qu'on peut tirer des mesures faites jusqu'ici, me paraissent assez intéressants et suffisamment bien établis, pour ne pas différer plus longtemps de les communiquer au monde savant.

Je désigne (fig. II)

par *A* l'ancien anneau extérieur
» *B* » » intérieur
» *C* le nouvel anneau obscur
» δ le diamètre du globe de Saturne
» *ab* l'intervalle entre le bord de Saturne et le bord intérieur de *C*
» *ac* » » » » extérieur de *C*
» *ad* » » » » intérieur de *B*
» *ae* » » » » extérieur de *B*
» *af* » » » » intérieur de *A*
» *ag* » » » » extérieur de *A*

Les mesures de ces intervalles ont été faites alternativement des deux côtés de la planète. En prenant les moyennes de ces mesures pour chaque anse à part, je trouve, après les avoir réduites à la distance moyenne de Saturne = 9,5389, et après avoir corrigé les valeurs trouvées pour l'anse précédente de l'effet de la phase de Saturne = — 0,"017:

	ab	*ac*	*ad*	*ae*	*af*	*ag*
pour l'anse précédente	1,"61	2,"98	3,"70	8,"35	8,"78	11,"06
» » suivante	1,62	2,60	3,60	8,19	8,75	11,07
Différences	+ 0,01	— 0,38	— 0,10	— 0,16	— 0,03	+ 0,01

La petitesse de ces différences qui restent en général au dessous de leurs erreurs probables, nous fait conclure, qu'à l'époque de ces mesures, Saturne se trouva en apparence exactement au centre de son système d'anneaux. Par conséquent, il nous est permis de réunir les résultats trouvés pour les deux intervalles correspondants des deux anses en un seul, et nous avons en moyenne:

ab	=	1",615	avec l'erreur probable			= 0",046
ac	=	2,790	»	»	»	= 0,074
ad	=	3,650	»	»	»	= 0,025
ae	=	8,270	»	»	»	= 0,036
af	=	8,765	»	»	»	= 0,025
ag	=	11,065	»	»	»	= 0,030

Les erreurs probables sont déduites de l'accord des déterminations isolées avec les moyennes respectives. L'augmentation de l'erreur probable pour les quantités *ab* et *ac* est due à la moindre précision apparente dans les contours du nouvel anneau.

Le diamètre δ de la planète n'a été mesuré que deux fois. La moyenne de ces deux mesures donne, pour la distance moyenne de la planète, $\delta = 17'',59$ ou le rayon $= 8'',80$. Cette détermination ne jouissant pas de la même exactitude que les autres, je crois que, pour le sémidiamètre de Saturne, il faut donner la préférence à la valeur 9",00 déterminée par M. W. Struve en 1826, à l'aide du réfracteur de Dorpat.

Les valeurs précédemment données ont servi de base à la confection des figures I et II, qui accompagnent ce mémoire. Ces représentations du système des anneaux de Saturne, comparées à celle qui a été faite, en Novembre de l'année passée, d'après les observations de M. Bond, exécutées à l'aide du réfracteur de Cambridge U. S., dont les dimensions, comme on sait, sont égales à celles de la lunette de Poulkova, ne paraissent laisser aucun doute que, dans l'intervalle entre nos observations respectives, un changement très considérable ne se soit opéré dans l'apparence et dans les dimensions du nouvel anneau. Chez nous, l'intervalle entre les bords intérieurs des anneaux *B* et *C* remplit, dans la direction du grand axe des anneaux, 0,56 de l'intervalle total entre le bord de la planète et le bord intérieur de *B*, tandisque, dans le dessin de M. Bond, il n'occupe qu'environ 0,2 de cet intervalle total. Or nous en devions conclure que, dans l'intervalle de 10 mois qui se sont écoulés entre nos observations respectives, l'anneau obscur s'est avancé vers la planète à peu près d'un tiers de l'intervalle total compris entre le bord de la planète et celui de l'anneau *B*. Cette conclusion n'est cependant pas rigoureuse, parce que la figure donnée par M. Bond n'est point basée sur des mesures micrométriques *).

En outre, la comparaison des deux dessins montre que, dans la lunette de Poulkova, l'anneau obscur s'est présenté distinctement divisé en deux parties, ω et ω', par un trait noir cc', dont les observations de M. Bond ne donnent aucun indice. La partie intérieure ω forme en toute probabilité un anneau entièrement séparé, quoique, jusqu'à présent, le trait de séparation n'ait été reconnu que dans les extrémités des anses et sur la surface

*) Dans une note publiée dans le «*Astronomical Journal*» rédigé par M. B. A. Gould, vol. II, No. 1, M. Bond donne le résultat de quelques mesures micrométriques faites le 11 Nov. 1850, sur les dimensions des anneaux de Saturne. Mais il paraît que M. Bond lui-même ne les a pas jugées très exactes; car elles n'ont pas servi à la confection de la gravure mentionée qui est d'une date postérieure. Ces mesures font la largeur de l'anneau obscur = 1",5.

méridionale de l'anneau. Nous ne pourrons donc dire positivement que c'est un anneau entièrement séparé des autres, que lorsque nous aurons vu le trait de séparation continué tout le long de l'anneau et existant également du côté Nord de son plan. En attendant, l'analogie entre ce trait noir cc' et celui qui forme la division entre les anneaux A et B, nous engage déjà à regarder la partie ω comme un anneau entièrement séparé. La partie ω' au contraire, dont la lumière est de très près égale à celle de l'anneau ω, se trouve en apparence en contact immédiat avec l'anneau B et forme, pour ainsi dire, un appendice de cet anneau. Au moins, jusqu'à présent, même la grande force optique de la lunette de Poulkova n'a pas suffi pour montrer un trait de séparation entre l'anneau B et cet appendice, avec assez de sûreté pour en mettre l'existence hors de doute. Les contours intérieurs de cet appendice sont très peu distincts; il m'a paru plutôt qu'il y avait un décroissement successif de lumière, à partir du point d jusqu'à c'. Ce manque de précision dans les contours de l'appendice, ne m'a pas permis de mesurer exactement la position de c', et j'ai préféré de supposer que l'extrémité intérieure de l'anneau B se trouva à d, point distinctement marqué par l'énorme différence d'éclat entre la lumière générale de l'anneau B et celle de l'appendice apparent ω'. En effet, cette différence de lumière est trop grande et le passage trop rapide pour ne pas faire soupçonner que l'appendice apparent ω' ne fait point partie de l'anneau B, et qu'il en est réellement séparé, quoique nous ne soyons pas encore en état de voir le trait de séparation.

Il a été dit que la seule comparaison de la gravure faite d'après les observations de M. Bond devait nous engager à conclure que, dans l'intervalle entre nos observations respectives, l'anneau obscur de Saturne ait subi des changements considérables et très rapides. Mais nous possédons encore une série d'observations faites l'hiver dernier sur cet objet, et qui, quoique exécutées à l'aide d'une lunette de plus petites dimensions, affaiblissent considérablement la force de la conclusion précédente. M. Dawes, astronome connu au monde savant comme un des plus habiles observateurs d'étoiles doubles, possède une excellente lunette de Munich de 6,5 pouces d'ouverture. C'est avec cette lunette qu'il a découvert le 29 Novembre de l'année passée, à son domicile de Waterbury près de Maidstone, Kent, l'anneau obscur de Saturne, sans être prévenu de la découverte antérieure de M. Bond. Toutes les observations qu'il a faites sur cet objet, sont publiées dans les «*Monthly Notices*» de la Société Astronomique de Londres et nous font voir, que l'habileté et la vue excellente de M. Dawes ont plus que suffi pour compenser la force optique comparativement plus petite de sa lunette.

Déjà dans la première note écrite peu de jours après la découverte de l'anneau obscur, M. Dawes dit qu'il estime la largeur de ce nouvel anneau à environ 0,4 de l'intervalle total entre l'anneau B et le bord de la planète, en y ajoutant que sa lunette n'indique pas que le nouvel anneau soit séparé de l'ancien. Plus tard M. Dawes soupçonne l'existence de la bande noire qui divise le nouvel anneau en deux parties, et que nous avons désignée par cc'. Il s'exprime là-dessus dans les termes suivants: «*I have frequently received the*

impression of the newly discovered obscure ring being divided into two». On voit que ces impressions sont parfaitement confirmées par nos observations. Dans la même note, M. Dawes donne le résultat de quelques mesures micrométriques faites sur la largeur totale des nouveaux anneaux (*bd* dans notre figure II). Il la trouve $= 1''{,}941$, quantité qui s'accorde avec notre détermination $ad - ab = 2''{,}035$ à $0''{,}094$ près ou en dedans des erreurs admissibles des observations.

D'après ces mesures, nous devons conclure que la largeur totale de l'anneau obscur n'a pas considérablement augmenté depuis l'année passée, mais il y a d'autres détails de nos déscriptions qui ne s'accordent pas si bien sans la supposition d'un changement réel dans les formations nouvellement découvertes. Dans la seconde note, M. Dawes estime l'intervalle bc' à un tiers de bd, tandisque chez nous bc est déjà plus de la moitié de bd, et bc' au-delà de deux tiers de bd. Il se peut que cette différence dans nos estimations soit due en partie à la moindre force optique de l'instrument de M. Dawes; mais elle me paraît trop forte pour ne pas exciter au moins le soupçon d'un changement réel dans le système des anneaux obscurs. Par rapport à l'existence d'une bande noire, entre l'appendice ω' et l'anneau B, au point d, telle que M. Dawes l'a voulu voir large de $0''{,}3$, j'ose exprimer quelques doutes. Au moins, je dois dire qu'à l'époque de mes observations, la lunette de Poulkova n'a pas été en état de la montrer distinctement, ce qu'elle n'aurait pas manqué de faire si la bande était aussi large que l'indique M. Dawes. On pourrait soupçonner que, dans ce cas aussi, un changement se soit manifesté dans le système; mais cette hypothèse me paraît trop peu fondée, vu que les observations de ce genre ne sont que trop souvent sujettes à des illusions optiques qui, dans ce cas, trouvent une explication facile dans l'énorme différence d'éclat entre l'anneau B et l'appendice ω', et dans une conviction personnelle de l'observateur, fondée sur le passage rapide de la lumière, qu'il devait y exister une séparation.

Les conclusions auxquelles nous sommes parvenus par rapport à un changement très lent ou presque imperceptible de la largeur totale du système d'anneaux obscurs, trouvent une confirmation parfaite dans les observations de M. Galle de Berlin. Cet astronome distingué vient de publier (au mois d'Avril de l'année courante) dans les «*Astronomische Nachrichten, No.* 756», une note sur les observations qu'il a faites en 1838 et 1839 sur le système de Saturne, à l'aide du réfracteur de Berlin. Il en résulte que, sans aucun doute, M. Galle a reconnu, alors déjà, le faible appendice de l'anneau B que les nouvelles observations de MM. Bond et Dawes ont prouvé être un système particulier d'anneaux moins clairs. Mais M. Galle n'ayant pas donné une explication exacte de ce qu'il avait vu, s'est privé du mérite d'avoir été le premier qui ait dirigé l'attention des astronomes sur cet objet intéressant. A en juger par le long retard que M. Galle a mis à publier le détail de ses observations, il paraît qu'il n'avait pas lui-même une confiance parfaite dans l'exactitude de ses observations, ou qu'il ne leur attribuait aucun mérite particulier.

Il est vrai que M. Encke, dans son mémoire sur l'anneau de Saturne publié en 1840 *) mentionne incidemment les observations de M. Galle, mais, comme l'a déjà justement remarqué M. Dawes, ni M. Encke ni M. Galle n'ont reconnu la vraie nature de ce que le dernier avait vu. Aussi, dans les figures annexées au mémoire de M. Encke, on ne trouve aucune indication du faible appendice, à l'exception de sa projection sur le globe de Saturne, mais qui ne paraît pas avoir excité l'attention des astronomes de Berlin.

Néanmoins, d'après les nouvelles expériences, nous devons convenir que M. Galle a été le premier astronome qui ait vu la prolongation des anneaux obscurs dans l'espace antérieurement appelé le vide, entre l'anneau *B* et la planète. Les mesures micrométriques qu'il vient de publier, assignent à ces anneaux, pour la fin de l'année 1838, une largeur totale de 2,″125, quantité sensiblement égale à notre valeur $ad - ab = 2{,}''135$. Or nous pouvons dire que dans l'intervalle de treize ans, entre 1838 et 1851, la largeur totale des anneaux obscurs n'a point changé d'une quantité mesurable.

Dans le mémoire cité, M. Encke parle aussi d'une bande obscure, mais moins noire que la division principale des anneaux, qu'il a aperçue sur l'anneau extérieur *A*, de très près au milieu de cet anneau. L'année passée MM. Lassell et Dawes ont également cru voir quelquefois une bande noire sur l'anneau *A*, mais le premier la place à un tiers de la largeur de l'anneau, à compter de son extrémité extérieure, l'autre tout près de cette extrémité. Mes observations ne confirment aucunement l'existence de cette bande. J'ai regardé avec une attention particulière l'anneau *A* dans la lunette de Poulkova et par le meilleur état de l'atmosphère, mais je n'ai pas été en état de voir une telle bande assez distinctement, pour ne plus douter de son existence. Par moments je l'ai cru apercevoir, comme M. Dawes l'a vue, tout près de l'extrémité extérieure de l'anneau *A*; mais c'était toujours par un état moins favorable de l'atmosphère, et, dès que les images devenaient plus distinctes, l'impression disparaissait. A juger d'après le dessin de M. Bond, il paraît que l'année passée cette bande noire n'a pas été vue non plus par le réfracteur de Cambridge U. S. Or, ne voulant pas tirer en doute, par ces négations, les observations positives de MM. Encke, Lassell et Dawes, nous sommes obligés de supposer, pour le moment, que ce que ces astronomes ont vu sur l'anneau *A*, n'est pas une division permanente de cet anneau, mais plutôt une colorisation locale plus foncée, produite par des particularités de nature variable.

II.

On a élevé de différents côtés la question de savoir si les anneaux obscurs qu'on vient de découvrir, sont réellement une formation récente, ou s'ils ont existé déjà antérieurement sans avoir été aperçus par les astronomes?

Du premier abord, il paraît qu'il y a plus de probabilité en faveur de la première sup-

*) Encke. *Ueber den Ring des Saturn*, p. 8. Mathematische Abhandlungen der Königl. Akademie der Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1838.

position. Certes, la force optique des grands réflecteurs dont s'est servi Sir W. Herschel dans ses observations de Saturne, continuées avec le plus grand soin pendant plus de trente ans, n'a pas été inférieure à celle de nos instruments. Il y a bien lieu de supposer que, par rapport à la précision des images, les télescopes de Herschel ne pouvaient rivaliser avec les réfracteurs modernes de Munich, mais, pour reconnaître l'ensemble des anneaux obscurs, l'extrême précision des images n'est pas d'urgence. Actuellement même un très mauvais état de l'atmosphère permet de voir que l'intervalle entre l'anneau *B* et le corps de la planète n'est pas d'une noirceur uniforme, et de reconnaître au premier coup d'oeil la bande grisâtre formée sur le globe de Saturne, par la différence d'éclat entre le nouvel anneau et celui de la planète. Comment donc, si ces anneaux ont existé du temps de Herschel, auraient-ils pu échapper à l'attention de l'astronome qui, pendant des dixaines d'années, épiait les plus faibles nuances de lumière dans le système de Saturne, pour en déduire la révolution de la planète et de ses anneaux, autour de leur axe commun?

Les mêmes remarques s'appliquent également aux observations de mon père faites en 1826. A cette époque l'anneau était dans son maximum d'ouverture et nous voyons de la description du bord intérieur de l'anneau *B*, que mon père a voué une attention particulière à la partie du système où se trouve maintenant l'anneau obscur, sans y reconnaître autre chose qu'une moindre précision des contours. Cependant il faut remarquer, que ces mesures de mon père ont été faites, en plus grande partie, dans le crépuscule où, peut-être, la clarté du fond du ciel l'a empêché de reconnaître le faible anneau. Pour l'intervalle entre 1826 et 1838, nous possédons encore deux séries d'observations soigneuses et continuées sur le système de Saturne, savoir celle de Bessel de 1830—33 et celle de Sir J. Herschel, faite au Cap dans les années 1836 et 1837. Ces deux séries d'observations, quelque précieuses qu'elles soient pour la théorie des mouvements des satellites de Saturne, ne peuvent guères contribuer à définir dans des limites plus étroites l'époque de la formation des anneaux obscurs, vu qu'elles ont été faites avec des lunettes d'une force optique trop modique (l'héliomètre de Königsberg de 6,5 pouces et l'équatorial de Sir J. Herschel de 5 pouces d'ouverture), pour qu'on pût supposer que l'anneau obscur, s'il existait alors, ait dû être aperçu par ces astronomes célèbres.

Or, d'après ce que nous venons de dire, il paraîtrait probable que la formation des anneaux obscurs tombe entre les époques des observations de M. W. Struve (1826) et de M. Galle (1838), et il y aurait lieu de supposer que la moindre précision des contours intérieurs de l'anneau *B*, notée par mon père, ait été la première indication du commencement de cette formation.

Mais il y a d'autres circonstances qui parlent fortement en faveur de la seconde supposition et qui nous paraissent de nature si décisive, qu'elles renversent entièrement les conclusions que nous venons de faire. Presque dans toutes les représentations de Saturne faites depuis le commencement du siècle passé, on voit une bande obscure sur le corps de la planète en contact immédiat avec la bande plus claire qui est produite par la projection

de l'anneau *B*. L'anneau obscur, dans sa projection sur le globe se présente maintenant également comme bande obscure contiguë au bord intérieur de la projection de l'anneau *B*. L'analogie qui existe dans l'apparence de la projection de l'anneau obscur avec les anciennes représentations de la bande obscure est donc le premier indice qui porte à supposer leur identité.

La bande obscure en question a été généralement désignée comme bande équatoriale par préférence. On a supposé qu'elle se trouvât réellement à l'équateur de la planète et à sa surface, ou en petite élévation au dessus d'elle. Mais Jacques Cassini a déjà prouvé *) que les bandes qu'on a aperçues sur Saturne, ne pouvaient être produites par des nuages qui se trouvent tout près de sa surface, parce qu'elles montraient trop peu de courbure, et il base là dessus l'hypothèse ingénieuse qu'elles sont les ombres de nuages qui se trouvent à la distance du bord extérieur de l'anneau, au dessus de la surface de la planète. Mais d'après les dessins donnés par Herschel, dans ses différents mémoires, ce n'est que la bande nommée par excellence équatoriale qui manifeste toujours une petite courbure, tandisque les autres en montrent d'assez considérables, et par conséquent l'hypothèse de Cassini ne s'applique qu'à cette bande. Mais si cette bande était formée par les ombres de nuages qui entourent l'anneau, pourquoi ne voit-on pas les traces de ces nuages sur l'anneau? pourquoi ne la voit-on pas très large aux époques où le plan de l'anneau passe par le Soleil? et comment expliquer sa forme constante? Voilà des questions auxquelles on ne saurait répondre qu'en augmentant encore le nombre des hypothèses. En outre, la courbure de la bande équatoriale, telle qu'elle est dessinée par Herschel, quoique plus petite que celles des autres bandes, serait encore beaucoup trop forte pour la pouvoir expliquer par l'ombre de nuages qui se trouvent près du bord extérieur de l'anneau, et se met ainsi en opposition directe à l'hypothèse de Cassini.

A côté de la petitesse de la courbure remarquée par Cassini, l'opinion de ceux qui veulent que la bande équatoriale se trouvât réellement à l'équateur de la planète et près de sa surface, est encore sujette à l'objection que, dans tous les dessins, la bande équatoriale est toujours en contact immédiat avec le bord intérieur de l'anneau *B*, dans sa projection sur le globe, tandisqu'elle en devrait être considérablement séparée aux époques de la plus grande ouverture de l'anneau. Pour expliquer la constance de ce contact, on pourrait attribuer à la bande une largeur énorme, mais alors la bande aurait dû être de largeur apparente très variable, et aux époques de la phase ronde de la planète elle aurait dû être vue également très large, ce qu'on n'a jamais remarqué.

Il s'agit maintenant d'établir que la bande équatoriale a été vue de tous temps et toujours de la même manière. Sous ce rapport, je ne cite que les observations suivantes de Hadley, qui me paraissent très caractéristiques **).

---

*) Mémoires de l'Académie des Sciences. Année 1715, pag. 46.

**) Philosophical Transactions, 1723, No. 378.

«*The dusky Line, which in 1720 he observed to accompany the inner Edge of the Ring cross the Disk, continues close to the same, though the Breadth of the Ellipse is considerably encreas'd since that Time.*»

Voilà donc, déjà en 1720, exactement le même phénomène que nous voyons de nos jours, et qui s'explique pour nous par la projection de l'anneau obscur sur le globe de la planète.

En d'autres cas, où les astronomes ne mentionnent pas la bande équatoriale, il leur est arrivé de la confondre avec l'ombre de l'anneau. Nous avons là-dessus également un témoignage dans la même note de Hadley, où l'on lit:

«*Within the Ring he discerned two Belts, one of which cross'd Saturn close to its inner Edge, and seemed like the Shade of the Ring upon the body of Saturn; but when he considered the Situation of the Sun in respect to the Ring and Saturn, he found that Belt could not arise from such a Cause.*

Cette phrase n'a pas attiré toute l'attention qu'elle mérite. Elle montre que, déjà du temps de Hadley, il y avait une différence marquée entre l'apparence de la bande équatoriale et celle des autres bandes. Combinée avec l'autre phrase citée, elle aurait dû préparer la découverte de l'anneau obscur. Il est intéressant de voir que, dans la découverte réelle de cet anneau, M. Bond a passé par la même erreur et par les mêmes considérations que nous rencontrons dans cette note de Hadley.

En d'autres occasions, les astronomes ne sont pas revenus de leur erreur, ce qui ne peut étonner, dès qu'on considère qu'au siècle passé les éphémérides donnaient moins de secours que de nos jours, et qu'il fallait, de la part de chaque astronome, un calcul assez compliqué, afin de décider de quel côté l'ombre de l'anneau devait être aperçue. Il paraît inutile de citer d'autres exemples, en voyant que même l'astronome le plus expérimenté de son temps s'est laissé tromper occasionnellement par l'apparence. Or, le 11 Nov. 1793*), Sir W. Herschel a observé et dessiné l'ombre de l'anneau à l'intérieur, tandisqu'elle devait tomber un peu en dehors. Mais ce jour là, la différence entre les angles d'élévation de la Terre et du Soleil, au dessus du plan de l'anneau, n'ayant été que de quelques minutes, l'ombre de l'anneau ne pouvait être aperçue ni de l'un ni de l'autre côté. Ce qui me rendit l'observation de ce jour particulièrement suspecte, c'était la largeur de la bande que Herschel désignait comme ombre. En effet, la largeur de l'ombre, telle qu'elle se trouve dessinée par Herschel à l'intérieur, comparée avec le diamètre de la planète, est plus du double de ce qu'elle pouvait être au maximum, si l'on voulait même supposer que l'anneau obscur n'eût pas encore existé. Je remarque à cette occasion que, si nous mettons la distance entre le bord intérieur de l'anneau B et la planète $= 6''$, le maximum de la largeur de l'ombre, quand elle tombe à l'intérieur, ne peut guère s'élever

*) *Observations of a quintuple Belt on the Planet Saturn*, 1793, pag. 3; et *On the Rotation of the Planet Saturn*, 1794, p 13.

à 0″,3, pour le milieu de son passage par le disque, et qu'il reste au dessous de 0″,1 pour toutes les observations faites après la formation de l'anneau obscur. Or on peut prétendre que presque dans tous les cas sans exception, où l'on a cru voir, par les lunettes moins perfectionnées du siècle passé, l'ombre de l'anneau à l'intérieur, ce n'est pas l'ombre qu'on a vue, mais la bande équatoriale. Eu égard à cette remarque, le nombre de représentations un peu soignées de Saturne, dans lesquelles l'indication de la bande équatoriale manque, se limite à quelques cas exceptionnels, et dans tous ces cas il y a lieu de supposer, que la surface de la planète n'a été qu'un objet secondaire, dans les recherches qui occupaient l'observateur.

Nous avons donc établi:

que la bande équatoriale a été vue également de tous temps, depuis qu'on s'est servi de lunettes capables de la montrer;

que la bande équatoriale est de nature différente des autres bandes, et qu'elle ne peut point être produite par des nuages qui se trouvent tout près de la surface ni de la planète ni du bord extérieur de l'anneau;

que la projection des anneaux obscurs sur le globe de la planète se présente aujourd'hui comme on a jadis décrit et dessiné la bande équatoriale;

que les observations de M. Galle, comparées aux nôtres, n'indiquent aucun changement brusque dans la largeur totale des anneaux obscurs.

Nous ajoutons encore

qu'à l'époque actuelle on ne reconnaît aucune trace de la bande équatoriale à côté de la projection des anneaux obscurs;

et nous en tirons les conclusions:

1) que la bande dite équatoriale, de Saturne, a été toujours identique avec la projection des anneaux obscurs sur le globe;

2) que les anneaux obscurs ont existé au moins depuis qu'on s'est servi de lunettes capables de montrer des bandes sur le globe de Saturne.

D'après ce qui précède l'idée, que l'origine de la bande dite équatoriale diffère de l'origine des autres bandes de Saturne, n'est pas du tout nouvelle. Entre autres, elle a été très distinctement énoncée dans l'ouvrage de MM. Beer et Mädler: «*Beiträge zur physischen Kenntniss der himmlischen Körper im Sonnensystem, Weimar* 1841, *pag.* 87». On s'étonne d'autant plus que ces astronomes n'ont pas combiné ce phénomène avec l'appendice de l'anneau *B*, observé par M. Galle trois ans avant la publication de leur ouvrage. Quoique les observations de M. Galle soient restées presque entièrement inconnues aux autres astronomes, elles ne l'ont pas été pour MM. Beer et Mädler, dont le dernier a vu Saturne par le réfracteur de Berlin, le même soir où M. Galle observa l'appendice (voyez le mémoire cité de M. Encke, pag. 9). Je remarque à cette occasion que, dès que la bande équatoriale est reconnue comme appartenant au système des anneaux, il n'y a plus aucune raison de supposer, comme l'ont fait MM. Beer et Mädler, que les bandes

réelles de Saturne soient d'autre nature que celles de Jupiter. En effet, les bandes des deux planètes présentent, dans notre lunette, autant de ressemblances, qu'on est involontairement conduit à les regarder comme produites par des causes génératrices analogues.

Nos conclusions relatives à l'identité de la bande équatoriale avec la projection de l'anneau obscur, rencontrent encore les trois objections suivantes:

1) que dans plusieurs représentations de Saturne on ne trouve aucune indication de la bande équatoriale;
2) qu'aux époques de la phase ronde de Saturne on a vu toujours une bande équatoriale obscure;
3) que Sir W. Herschel remarque en plusieurs lieux, que l'espace vide entre l'anneau *B* et le globe de la planète est d'une noirceur égale à celle du fond du ciel.

Quant à la première objection, elle ne peut guère être regardée comme une objection sérieuse. Le manque de l'observation d'un phénomène ne peut être regardé, que dans des cas très exceptionnels, comme preuve de la non-existence du phénomène; et si nous examinons les représentations de Saturne données dans les différents mémoires de Herschel, nous voyons que, dans toutes les occasions où il a étudié la surface de la planète, une bande grisâtre existe en contact apparent avec la projection de l'anneau *B*, et qu'elle ne manque que dans les représentations faites à l'occasion d'autres études sur le système de Saturne, comme par exemple dans ses recherches sur la division de l'anneau *), sur les mouvements des satellites **) etc., où il ne s'agissait pas de la surface du globe.

La seconde objection est déjà plus grave. Maraldi s'exprime sur le phénomène en question dans les termes suivants, dans son célèbre mémoire de 1715 ***) où il donne la première explication complète des disparitions et réapparitions de l'anneau de Saturne:

«*Pendant tout le temps que l'anneau a disparu, on voyait sur le globe de Saturne une bande noire qui était formée en partie par l'anneau obscur projecté sur le globe et en partie par l'ombre que l'anneau a coûtume de jetter sur le même globe et qui s'y voit pendant plusieurs années de la revolution de Saturne.*»

L'expression «anneau obscur projecté sur le globe», quelque exacte qu'elle puisse être d'après les observations nouvelles, ne doit pas être prise à la lettre; car il est évident que Maraldi n'a pas voulu parler d'un anneau moins clair, et qu'il ne s'est servi de l'expression «anneau obscur» que pour désigner le côté de l'anneau qui n'était pas éclairé par le Soleil.

L'explication que Maraldi donne de l'origine de la bande noire fait croire qu'elle n'a été vue que dans les cas, où l'anneau avait disparu parce que le Soleil et la Terre

---

*) Phil. Trans. 1791: *On the Ring of Saturn.*

**) Phil. Trans. 1790: *On the Satellites of the Planet Saturn.*

***) Mémoires de l'Académie des Sciences. Année 1715, pag. 13.

se trouvaient de différents côtés du plan de l'anneau. Mais les mots «pendant tout le temps que l'anneau a disparu» semblent indiquer que la bande a été vue également aux époques où le plan de l'anneau passait par le Soleil. Si cette remarque est exacte, ce qu'il faudra vérifier dans des disparitions futures de l'anneau, elle nous oblige à supposer, ou qu'accidentellement une des bandes variables de Saturne se soit trouvée près de son équateur, ou que l'anneau obscur soit d'une épaisseur considérable et qui surpasse de beaucoup celle des anneaux plus brillants *).

La troisième objection mérite certainement le plus d'attention, quoiqu'elle ne soit pas non plus une objection positive. Mais l'étude des ouvrages immortels de Herschel nous a rempli d'une admiration si profonde pour son talent d'observation et sa sagacité, j'aime à dire sa clairvoyance astronomique, que même une objection négative, basée sur des remarques occasionnelles de Herschel, nous impose le devoir de la discuter plus en détail. Les mémoires de Herschel contiennent les passages suivants par rapport au sujet en question:

Phil. Trans. 1791: *On the Ring of Saturn*, pag. 3. En parlant de la division des anneaux il dit: «*it is of the same kind of colour as the space between the ring and the body, but not so dark.*»

Ibidem pag. 4. «*I see that the division on the ring of Saturn and the open spaces between the ring and the body, are equally dark, and of the same colour with the heavens about the planet.*»

Phil. Trans. 1805: *Observations on the singular figure of the planet Saturn*, pag. 6. «*The division between the two rings is dark like the vacant space between the ansae, but not black like the shadow I have described.*»

Ibidem pag. 8. «*The shadows of the ring upon the body and of the body upon the ring, are very black, and not of the dusky colour of the heavens about the planet, or of the space between the ring and planet, and between the two rings.*»

Ces quatre citations réunissent toutes les remarques que j'ai pu trouver, dans tous les mémoires de Herschel, sur la noirceur de l'espace compris entre l'anneau et le corps de la planète. On voit que, dans tous les quatre cas, son attention était particulièrement dirigée vers d'autres objets, et qu'il ne parle de l'apparence de l'espace vide entre l'anneau et la planète, que pour comparer l'impression générale de sa teinte avec celle des autres objets qu'il avait en vue. Dans nul endroit de ses nombreux écrits nous ne rencontrons l'observation positive que l'espace entre l'anneau et le corps de la planète lui ait paru comme rempli partout d'un noir uniforme. Si une telle observation faite dans des circonstances atmosphériques favorables se trouvait distinctement mentionnée quelque part dans ses

---

*) Les observations récentes faites par M. Schmidt de Bonn pendant la disparition de l'anneau en 1848 (*Astr. Nachr.* No. 650) paraissent en effet indiquer qu'une bande obscure se voit, à l'équateur de Saturne, à l'époque où le plan de l'anneau passe par le centre du Soleil.

mémoires publiés ou manuscrits, nous la regarderions comme une objection positive de la plus haute importance.

Il ne nous reste donc qu'à expliquer pourquoi la prolongation de l'anneau obscur dans l'espace entre l'ancien anneau intérieur et le corps de la planète n'a pas été aperçue par Herschel, tandisqu'elle se voit maintenant avec facilité. Pour toute explication je cite les propres paroles du grand astronome *):

«*When our particular attention is once drawn to an object, we see things at first sight that would otherwise have escaped our notice.*»

La force de cet argument sera appréciée par chaque observateur expérimenté, mais elle doit être reconnue particulièrement par tous les astronomes qui, depuis 1838, époque la plus reculée dont nous possédons des observations positives sur l'existence de l'anneau obscur, ont observé soigneusement Saturne, à l'aide de fortes lunettes, sans avoir reconnu l'existence de ce troisième anneau.

III.

En comparant les mesures micrométriques faites par mon père en 1826, sur les dimensions des anneaux de Saturne **), avec celles que j'ai données dans la première section de ce mémoire, on trouve

	d'après W. Struve	d'après O. Struve	différ. W. Str. — O. Str.
$ad =$	4″,336	3″,650	+ 0″,686
$ae =$	8,242	8,270	— 0,028
$af =$	8,649	8,765	— 0,116
$ag =$	11,052	11,065	— 0,013

Les valeurs respectives de ae, af et ag s'accordent parfaitement entre elles et nous fournissent un témoignage très satisfaisant de l'exactitude des deux séries de mesures. Mais la différence de 0″,686 qui se trouve dans nos valeurs de ad, est très frappante et ne se laisse nullement expliquer par une accumulation d'erreurs accidentelles. Même le maximum de mes douze mesures isolées 3″,93 reste encore de 0″,25 au dessous du minimum des mesures isolées de mon père = 4″,18.

Comment expliquer cette différence? D'abord il faut constater que nos mesures se rapportent exactement aux mêmes objets. Mon père a mesuré le diamètre intérieur de l'anneau B en pointant sur les coins des anses qui en formaient les bords intérieurs. Moi, au contraire, j'ai placé le bord intérieur de l'anneau B au point d, où il y avait le rapide passage de la lumière générale de l'anneau B à celle de l'appendice dc'. Or, si j'avais placé l'extrêmité intérieure de l'anneau B au point c', j'aurais trouvé la distance entre

---

*) Phil. Trans. 1805: *Observations on the singular figure of the Planet Saturn*, pag. 6.

**) *Astronomische Nachrichten*, No. 139.

le bord intérieur de cet anneau et le globe, encore considérablement plus petite que je ne l'ai mesurée, et la différence entre nos observations respectives aurait été encore plus forte. En considérant que, du temps des observations de mon père, on n'avait encore aucun soupçon de l'existence de ce faible appendice, tout porte à croire qu'à l'époque actuelle le point *d* correspond à l'extrêmité intérieure de l'anneau *B*, telle que mon père l'a observée en 1826.

En second lieu, il fallait considérer l'effet de l'irradiation. Mais pour expliquer la différence par l'irradiation, elle aurait dû avoir été plus forte dans mes mesures. Nous trouvons, au contraire, que le diamètre de la planète, tel que mes observations l'ont donné (pag. 441), est tant soit peu plus petit que celui qui a été déterminé par mon père. En outre, la distance *af* aurait dû avoir été également affectée de l'irradiation et nous n'y trouvons aucune différence sensible de nos mesures. Enfin, nous avons une preuve directe de la plus petite irradiation de la lunette de Poulkova, dans les observations des étoiles doubles, dont nous voyons plusieurs distinctement séparées, que la lunette de Dorpat ne montre qu'oblongues. Etant ainsi obligés d'abandonner l'idée, que la différence était produite par l'irradiation, et sachant, par un grand nombre d'expériences, qu'il n'existe aucune différence sensible, de nature constante, entre les mesures micrométriques des distances de mon père et les miennes, nous étions conduits à supposer que la différence frappante dans nos mesures respectives de *ad*, était due à un changement réel dans le système de Saturne. Pour approfondir cette supposition, il fallait examiner soigneusement tout ce qui a été observé sur le système de Saturne depuis la découverte des lunettes. Cet examen a été favorisé par la belle collection de livres astronomiques qui fait un des principaux ornements de l'Observatoire de Poulkova.

Toutes les observations faites, sur la figure de Saturne, avant la publication du *Systema Saturnium* de Huygens, par Galilée, Scheiner, Gassendi, Hevelius, Riccioli et d'autres, ne peuvent que très peu contribuer à éclaircir notre question. L'histoire de l'anneau ne commence donc pour nous qu'avec la publication de l'ouvrage cité de Huygens (1659). Ce fut en 1655 que Huygens découvrit le premier satellite de Saturne qui, par les découvertes postérieures de J. D. Cassini et de W. Herschel, est devenu le sixième dans l'ordre des distances à partir de la planète, et qu'on a désigné encore long-temps par la dénomination «Satellite de Huygens». Il fit cette découverte à l'aide d'une lunette de 12 pieds de foyer, qui ne donnait que des images très peu précises, à ce qu'on peut voir dans la figure de Saturne représentée page 10 du *Systema Saturnium*. Ayant reconnu les défauts de sa lunette, Huygens se construisit une autre de 23 pieds et qui était munie d'un grossissement d'environ 100 fois. Cette lunette dont la qualité supérieure fut reconnue par tous les astronomes contemporains, lui a servi dans toutes ses observations depuis 1655 jusqu'en 1659, et c'est à cette lunette que nous devons la vraie explication des différentes phases de Saturne, qui jusqu'alors avaient éludé la sagacité des philosophes. Déjà en 1656 Huygens avait reconnu la vraie nature des phénomènes extraordinaires de Saturne, et il communiqua sa découverte aux savants dans un anagramme, en se réservant la solution

de l'anagramme pour le moment où des observations ultérieures auraient confirmé l'exactitude de son explication. Ayant obtenu cette confirmation désirée, par des observations répétées, il publia en 1659 son *Systema Saturnium* où nous lisons pag. 47:

«*Annulo cingitur, tenui, plano, nusquam cohaerente, ad eclipticam inclinato. Latitudinem vero spatii inter annulum globumque Saturni interjecti, aequare ipsius annuli latitudinem vel excedere etiam, figura Saturni ab aliis observata, certiusque deinde quae mihi ipsi conspecta fuit, edocuit: maximamque item annuli diametrum eam circiter rationem habere ad diametrum Saturni quae est* 9 *ad* 4.»

Une détermination approximative du diamètre de l'anneau et de la planète elle même a été déduite par Newton *), des observations de Huygens. En acceptant la plus grande élongation du 6me satellite $= 3' 20''$, d'après une mesure de Huygens, et supposant avec Huygens **), d'après Cassini, que le diamètre de l'anneau se rapporte à la plus grande distance de ce satellite au centre de la planète comme 1 à 4, il calcule le diamètre de l'anneau $= 50''$. Puis, en partant de la proportion précédemment donnée entre le diamètre de l'anneau et celui du globe comme 9 à 4, Newton trouve le sémidiamètre de la planète $= 11''$. Il suppose ensuite que l'effet de l'irradiation ait augmenté le rayon de deux ou trois secondes (*subducatur lux erratica quae haud minor esse solet quam* $2''$ *vel* $3''$) et en conclut que le sémidiamètre réel de Saturne, à sa distance moyenne, est à peu près $= 9''$.

Une autre détermination du diamètre de Saturne peut être déduite plus directement des observations de Huygens. Il mesura, à l'aide d'un micromètre très simple, le diamètre extérieur de l'anneau à une époque où la planète se trouvait à son minimum de distance de la Terre ***). Le micromètre dont il s'est servi, ne consistait que dans une lame cunéiforme introduite dans la lunette aussi près que possible du foyer. Ayant établi aussi un diaphragme dans le foyer, il en détermina le diamètre apparent par les passages des astres et obtint ensuite, par des mesures directes du diamètre du diaphragme et de différentes parties de la lame, faites à l'aide d'un compas, les valeurs angulaires qui correspondaient aux largeurs des différentes parties de la lame. Pour tout diamètre ou distance qu'il voulait déterminer, Huygens n'avait donc qu'à observer quelle partie de la lame était égale en largeur, avec l'objet à observer. On sait, qu'abstraction faite de l'irradiation, l'oeil humain est toujours porté à juger les objets brillants plus larges que les objets obscurs du même diamètre. Aussi la mesure de Huygens a-t-elle été sujette à cette source d'erreur, car nous voyons qu'il a trouvé, pour la plus petite distance de Saturne à la Terre, le diamètre extérieur de l'anneau $= 68''$, beaucoup plus grand qu'il n'est en réalité. Mais nous sommes en état d'évaluer approximativement l'erreur de cette détermination, en considérant l'erreur analogue que Huygens a commise dans la mesure du diamètre de Jupiter, qu'il trouve à

---

*) *Philosophiae naturalis Principia*, ed. Cotes. Cantabrigiae 1713, lib. III. Prop. VIII.

**) *Cosmothéoros*, pag. 102.

***) *Systema Saturnium*, pag. 77 et 82.

son maximum $= 64''$, tandisqu'il ne doit être que de $47'',5$ *) d'après les mesures récentes les plus exactes. En soustrayant la différence de ces deux nombres, du diamètre mesuré de l'anneau de Saturne, nous l'avons au maximum $= 51'',5$, ou pour la distance moyenne de la planète $= 46''$. Cette évaluation est déjà délivrée de l'influence de l'irradiation et s'accorde ainsi parfaitement avec le résultat trouvé par Newton, aprés l'avoir changé de l'effet estimé de l'irradiation. J'ajoute ici qu'en traitant de la même manière les observations de Riccioli et Grimaldi **) faites en 1650 sur le diamètre de l'anneau de Saturne et sur celui de Jupiter, d'après des méthodes identiques en principe avec celles de Huygens, on parvient à une valeur du diamètre extérieur de l'anneau identique avec celle que nous avons trouvée d'après les observations de Huygens.

La seconde détermination du diamètre de l'anneau et qui a été reçue long-temps dans les livres astronomiques, a été faite, en 1691, par J. D. Cassini ***). Il le trouve $= 45''$. L'accord de cette détermination de Cassini, avec la valeur déduite des observations de Huygens, doit être attribué à un heureux hasard, car la méthode suivie dans cette détermination, par le célèbre astronome de Paris, ne peut guère être capable de quelque exactitude. En effet, toute la détermination est basée sur l'estimation à vue de ce que, dans le courant de trois heures, Saturne avait changé sa position à peu près d'un sémidiamètre de l'anneau, par rapport à une étoile fixe qui se trouva dans son voisinage.

Dans la troisième édition des *Principia*, publiée par Pemberton du vivant de l'auteur et sous sa direction, l'ancienne détermination des dimensions de Saturne, basée sur les observations de Huygens, est remplacée par des résultats déduits d'observations plus récentes. Il paraît que c'était dans le désir de fournir à Newton des données plus exactes que Pound, l'oncle de Bradley, astronome particulièrement habile dans l'usage du micromètre, entreprit en 1719, entre autres, une série d'observations sur les élongations du satellite Huygenien et sur le diamètre de Saturne. Les observations elles mêmes ne furent pas publiées dans les *Principia*, mais par rapport à elles et aux résultats qui en pouvaient être dérivés, Newton dit †):

«*At elongatio maxima satellitis hujus a centro Saturni, micrometro optimo in telescopio Hugeniano pedes* 123 *longo capta, prodiit semidiametrorum octo cum septem decimis partibus semidiametri.... Saturni diameter in eodem telescopio erat ad diametrum Annuli ut* 3 *ad* 7, *et diameter Annuli diebus Maii* 28 *et* 29 *anni* 1719, *prodiit* $43''$. *Et inde diameter Annuli in mediocri Saturni a Terra distantia est* $42''$; *et dia-*

---

*) Dans la déduction de cette quantité, nous sommes partis des mesures du diamètre équatorial de Jupiter, faites par M. W. Struve en 1826, et nous avons négligé les excentricités des orbites de Jupiter et de Saturne en supposant, faute d'indications plus détaillées, qu'aux époques des oppositions, où Huygens avait mesuré les diamètres des deux planètes, elles se trouvaient à une distance moyenne du Soleil.

**) Riccioli, *Astronomia Reformata*, Bononiae 1665, pag. 355 et 359.

***) Mémoires de l'Académie des Sciences, Tome X, pag. 80.

†) *Philosophiae naturalis Principia* ed. Horsley. Londini 1779 — 1785, vol. III, pag. 7.

meter Saturni 18″. Haec ita sunt in telescopiis longissimis et optimis, propterea quod magnitudines apparentes corporum coelestium in longioribus telescopiis majorem habeant proportionem ad dilatationem lucis in terminis illorum corporum quam in brevioribus. Si rejiciatur lux omnis erratica, manebit diameter Saturni haud major quam 16″.»

La lunette de Huygens de 123 pieds de foyer, dont s'est servi Pound dans ses observations, lui avait été prêtée, pour son usage, par la Société Royale de Londres et fut munie d'un micromètre filaire perfectionné d'après les indications de Bradley*). Les observations de Pound et Bradley, sur les dimensions des planètes et les orbites des satellites, comptent parmi les premiers fruits de cette invention, et prouvent qu'entre les mains de ces maîtres dans l'art d'observer, déjà au commencement du 18me siècle, le micromètre filaire a donné des résultats d'une exactitude surprenante.

Sans entrer dans les détails des déterminations ultérieures des diamètres de l'anneau et de la planète, je donnerai maintenant une liste générale des différents diamètres mesurés jusqu'à l'époque actuelle.

		Diam. ext. de l'anneau $= D$.	Diam. équat. de la planète $= \delta$.	Autorités.
Riccioli et Grimaldi	1650	46″		Voyez ci-dessus pag. 452.
Huygens	1657	45	18″	ibidem.
J. D. Cassini	1691	45		ibidem.
Pound	1719	42	18	ibidem.
Bradley	1719	41,25	17,75	(Rigaud) Miscellaneous Works of Bradley, pag. 350.
Rochon	1777	40,6	16,9	Lalande Astronomie, 3me édit. 1393.
Zach	1788	35,04	13,10	Zweiter Supplementband zu Bode's Astr. Jahrb. pag. 11.
(Ussher)	1789		18,12	Transactions of the Royal Irish Academy for 1789, pag. 138.
Calandrelli	1789		16,1	Zweiter Supplementband zu Bode's Astr. Jahrb. pag. 37.
Bugge	1789		11,29	Bode's Astr. Jahrb. für 1793, pag. 96.
Köhler	1790	37,39	16,53	Königsberger Archiv für Naturwissenschaften, pag. 156.
Herschel	1791	46,68		Phil. Trans. 1791: On the Ring of Saturn, pag. 12.
Bessel**)	1806	42,25		Königsberger Archiv für Naturwissenschaften, pag. 129.
Bessel	1811	38,27		Ibidem pag. 154.
W. Struve	1826	40,10	17,99	Astron. Nachr. Nr. 139.
Bessel	1831	39,31	17,05	Ibidem Nr. 275.
Encke	1837	40,93	17,68	Math. Abh. der Königl. Acad. d. Wissenschaften zu Berlin. Aus dem Jahre 1838, pag. 17.
Galle	1838	40,90	17,91	Astron. Nachr. Nr. 756.
O. Struve	1851	39,74	17,61	Voyez ci-dessus pag. 441.

*) (Rigaud) *Miscellaneous Works of Bradley.* Oxf. 1832, pag. XCV, et Smith's *Compleat System of Opticks,* § 878.

**) Les observations de Bessel, de 1806, ont été faites encore à Lilienthal, à l'aide de deux réflecteurs appartenants à Schroeter, l'un confectionné par Herschel de 7 pieds de foyer, l'autre par Gefken de 15 pieds de foyer; celles de 1811 sont déjà faites à Königsberg, à l'aide d'un petit héliomètre de Dollond qui n'avait que 16 pouces de foyer. Enfin, la dernière détermination de Bessel, de 1831, est déduite d'une longue série de mesures faites à l'aide du fameux héliomètre de Königsberg, l'un des chefs-d'oeuvre de Fraunhofer.

On voit de cette liste que, vers la fin du siècle passé, la micrométrie était dans un état très peu satisfaisant. Même les mesures de W. Herschel paraissent être sujettes à des erreurs très graves. J'ai omis, dans la liste précédente, les mesures du diamètre de la planète, publiées par Herschel dans ses mémoires de 1790 et 1805, parce qu'elles ne sont pas réduites à la distance moyenne de la planète et qu'elles montrent également des différences énormes.

La liste précédente fournit quelques indications, qu'aux époques plus réculées, le diamètre extérieur de l'anneau ait été un peu plus grand, que de nos temps; mais ces indications ne sont pas assez sûres, et il paraît préférable de supposer, pour le moment, que les valeurs des deux diamètres dont nous venons de donner les mesures, ont été constantes pendant toute la période d'observation depuis 1657 jusqu'à nos jours. Dans cette supposition nous mettons pour la distance moyenne de Saturne:

le diamètre extérieur de l'anneau $D = 40\overset{''}{,}00$
le diamètre équatorial de la planète $\delta = 17,80$,

en nous appuyant sur les mesures qui nous paraissent les plus exactes. Ces valeurs normales des deux diamètres m'ont servi de base dans les recherches ultérieures que je vais communiquer ici.

Le texte du *Systema Saturnium*, cité précédemment, dit clairement qu'à l'époque des observations de Huygens (1657), la largeur de l'intervalle compris entre le bord intérieur de l'anneau et le corps de la planète, a été égale à celle de l'anneau ou même l'a surpassée (*aequare vel excedere etiam*). Cette observation seule, comparée à ce que nous voyons actuellement dans Saturne, suffit pour prouver qu'un changement très considérable s'est opéré dans son système d'anneaux. En effet, nos observations font maintenant le rapport de la largeur de l'intervalle entre l'anneau B et la planète, sans parler du nouvel anneau obscur, à la largeur combinée des deux anneaux A et B comme 1 à 2,03. Quoique cette différence dans les apparences de l'anneau, au milieu du 17me siècle et de nos jours, ne laisse plus subsister le moindre doute sur la réalité d'un changement considérable, nous ne nous contenterons pas du seul témoignage de Huygens, et je citerai encore nombre de faits qui tous confirment ce changement et permettent même d'en apprécier la quantité plus exactement.

Avant de procéder, considérons d'abord quelle a été, à l'époque des observations de Huygens, la largeur exprimée en secondes, de l'espace compris entre l'anneau et la planète. Il ne s'agit ici naturellement que de l'intervalle entre le bord intérieur de l'anneau B et le bord de la planète. Pour plus de simplicité, je désignerai dorénavant cet intervalle, comme ci-dessus, par ad, et la largeur totale des deux anneaux A et B avec l'intervalle qui les sépare, par dg. Nommons en outre:

D le diamètre extérieur de l'anneau A
R le semidiamètre » » »
d le diamètre intérieur » » B
r le semidiamètre » »
δ le diamètre du globe de la planète
ϱ le rayon » » » » »

Les observations de Huygens, comme nous avons vu, font *ad* égal ou plus grand que $\frac{R-\varrho}{2}$. Or, en partant des diamètres de l'anneau et de la planète, tels que nous les avons fixés précédemment, nous avons $R-\varrho = 11''\!,10$, ce qui fait *ad* au moins $= 5''\!,55$. Mais cette valeur de *ad* est encore considérablement trop petite à cause de l'effet de l'irradiation *) qui doit avoir influencé le rapport de 1 à 1 établi par Huygens entre *ad* et *dg*. Newton (pag. 453) estimait l'effet de l'irradiation sur le rayon de la planète, de 2″ à 3″ dans la lunette de Huygens. Cette estimation l'a conduit à une valeur très précise du semidiamètre de la planète, mais elle se met de quelque sorte en opposition avec les observations de l'anneau. Admettons, pour le moment, que l'irradiation ait été telle que Newton la suppose, de 2″ en minimum. Le bord de la planète et le bord intérieur de l'anneau, étant altérés également par l'irradiation, la distance entre les deux bords aurait dû paraître à Huygens de 4″ plus petite qu'elle n'était réellement. Par conséquent, ayant supposé que la distance entre le bord extérieur de l'anneau et celui de la planète soit restée constante depuis les temps de Huygens, nous en devions conclure que l'intervalle *ad* a été en 1657 au moins $= 9''\!,55$, ce qui ne laisserait qu'une valeur d'un peu au delà d'une seconde pour la largeur totale de l'anneau. Cette dernière quantité est déjà presque trop petite pour qu'on puisse supposer que l'anneau ait pu être aperçu, dans toute son étendue, dans les lunettes comparativement faibles dont s'est servi Huygens; et la comparaison de cette petite largeur de l'anneau, avec celle que nous voyons actuellement, conduirait à la conclusion qu'à l'époque des observations de Galilée l'anneau eût été d'une largeur entièrement imperceptible dans ses lunettes.

Si l'on ne veut pas admettre que la largeur de l'anneau ait été aussi petite, il faut, pour expliquer les observations de Huygens, choisir entre deux alternatives c. à d. il faut supposer ou que le diamètre extérieur de l'anneau ait été plus grand au milieu du 17me siècle qu'il n'est aujourd'hui, ou que l'effet de l'irradiation ait été considérablement plus petit qu'il n'a été estimé par Newton. La première supposition, quoique indiquée par les observations elles-mêmes, contiendrait déjà ce que nous allons prouver ici, savoir que le système d'anneaux de Saturne est sujet à des changements considérables. Par cette raison, nous sommes

---

*) Je désigne ici par irradiation ce que Newton appelait «lux erratica», et qui comprend, à côté du phénomène physiologique de l'irradiation proprement dite, aussi l'effet de la déviation sphérique et du chromatisme des anciennes lunettes.

*

obligés, pour le moment, de nous tenir à la seconde supposition. Mais quelle valeur assigner à l'irradiation dans les anciennes lunettes, si nous ne voulons pas suivre l'exemple du juge le plus compétent de son temps? Voilà une question à laquelle, faute d'expériences directes, il paraît impossible de répondre précisément. En tout cas, l'on ne me reprochera pas d'avoir exagéré l'effet de l'irradiation, si je la suppose quatre fois plus petite que la plus petite valeur estimée par Newton, ou d'une demie-seconde. Dans cette supposition, nous trouvons *ad* de très près $= 6''\!,5$, et nous avons pour limite inférieure de cette quantité, le minimum estimé par Huygens $= 5''\!,55$, en mettant encore l'effet de l'irradiation $= 0$. Cette valeur de $ad = 6''\!,5$, combinée avec notre valeur normale de $R - r$, donne la largeur de l'anneau, à l'époque des observations de Huygens, $dg \doteq 4''\!,6$, quantité suffisante pour expliquer toutes les apparences de Saturne vues à cette époque.

Déjà Huygens lui-même, dans sa longue carrière scientifique, paraît avoir observé un changement dans la distance de l'anneau à la planète, car, dans son *Cosmothéoros* *) publié en 1698, nous ne rencontrons plus les mots «*vel excedere etiam*». Il y dit pag. 109: «*Vacuum spatium inter utrumque interjectum, eandem quam annulus latitudinem habebit*». Nous en devons conclure qu'à l'époque où Huygens écrivit le *Cosmothéoros*, vers la fin de sa vie, *ad* était plus petit que $6''\!,5$, valeur fixée précédemment pour 1657, mais plus grand que $5''\!,55$ à cause de l'irradiation, ou en moyenne environ $6''\!,0$. L'époque de la confection du *Cosmothéoros* doit être fixée, d'après la préface de l'éditeur, à 1695, année de la mort de Huygens, ce qui s'accorde parfaitement avec la remarque (pag. 100 du *Cosmothéoros*) qu'à l'époque où il écrivit ce livre, Saturne se trouva dans sa position la plus méridionale.

Depuis ce temps, dans presque tous les livres astronomiques qui ont paru dans le siècle passé, nous rencontrons l'assertion que la largeur de l'anneau est égale à celle de l'espace vide entre l'anneau et la planète. Quoiqu'en apparence la constance prolongée de ce phénomène parle contre un rapprochement successif de l'anneau à la planète, il faut considérer que l'amélioration successive des lunettes y a dû produire une sorte de compensation, en détruisant peu à peu l'effet de l'irradiation. Donc, même la constance de cette observation (supposé que les auteurs des livres astronomiques n'ont pas simplement reproduit ce que Huygens avait dit) serait une preuve que le changement indiqué a continué d'opérer pendant le 18me siècle. Mais il existe des observations qui le prouvent plus directement.

---

*) Je ne sais pas s'il est généralement connu que Huygens a déjà deviné l'existence du satellite Hyperion, découvert en 1848 par MM. Bond et Lassell. Après avoir parlé (*Cosmothéoros*, pag. 99) des deux satellites découverts en 1684 par J. D. Cassini, Huygens continue dans les termes suivants: «Hae vero difficillime cernuntur, certeque affirmare nequeo mihi conspectas hactenus. Nec propterea quidquam vereor Clarissimo Viro fidem habere, atque has quoque Saturno socias adscribere. Imo praeter harum numerum alias quoque, vel unam vel plures, latere suspicari licet; nec deest ratio. Cum enim, inter extremas duas, spatium amplius pateat quam pro distantiis caeterarum; posset hoc insidere sextus satelles: vel etiam, ultra quintum, alii circumvagari, qui propter obscuritatem nondum sint visi: cet.»

Il y a lieu de supposer qu'au commencement du siècle passé la largeur de l'anneau a paru encore plus petite que celle de l'espace vide, au moins dans les lunettes plus parfaites de Campani, dont se sont servis, dans cette période, les deux Cassini et Maraldi, et dont l'une avait 114 pieds de foyer. Nous lisons dans l'Histoire de l'Académie des Sciences (année 1715, pag. 45) que «*la circonférence extérieure de l'Anneau est élevée de plus de* 18000 *lieues au dessus de la surface de Saturne*» et plus loin «*que cet Anneau a une largeur de plus de* 8000 *lieues*». Admettons que ces deux nombres soient exacts, et il y a, pour cette période, $ad : dg = 5 : 4$, ce qui donne $ad = 6''{,}2$, sans avoir égard à la correction due à l'irradiation. Mais, d'un côté, ces chiffres ne sont que des valeurs approchées, de l'autre côté, l'époque de ces observations est très peu certaine, enfin il n'est rien dit sur l'origine de ces chiffres, et il serait même possible que la largeur de 8000 lieues soit provenue de la combinaison du diamètre extérieur mesuré en 1691 par J. D. Cassini avec les observations de Huygens, publiées dans le *Systema Saturnium.* C'est le manque d'indications précises sur l'origine de ces chiffres, qui nous empêche de les regarder comme des données plus exactes, mais, quoi qu'il en soit, nous y devons voir au moins une confirmation frappante des observations de Huygens.

La première détermination du diamètre intérieur de l'anneau, basée sur des mesures micrométriques directes et plus exactes, est due à Bradley. J'ai déjà mentionné, dans la liste précédente, les résultats de ses observations par rapport au diamètre extérieur de l'anneau et au diamètre de la planète, tels qu'il les avait déduits lui-même. Les *Miscellaneous Works of* Bradley, publiés par Rigaud, contiennent les détails des observations qui ont donné ce résultat. Il s'en suit que probablement les mesures de Saturne communiquées par Pound à Newton ne sont qu'un extrait des observations de Bradley; au moins, d'après le témoignage de Rigaud, dans le journal manuscrit des observations de Wanstead, les mêmes valeurs qui ont servi à Newton, se trouvent notées de la main de Bradley pour les jours cités des 28 et 29 Mai 1719. Ainsi les deux valeurs de D et δ, données pour 1719 dans la liste précédente, ne peuvent être regardées comme indépendantes l'une de l'autre. Les différences que nous y rencontrons, ne sont provenues que d'une réduction moins exacte des observations de la part de Newton, et parce qu'il n'avait employé les observations que de deux jours, tandisque le résultat de Bradley est basé sur 8 jours d'observation. On peut juger de l'exactitude de ces mesures micrométriques par le fait que Bradley trouve la distance moyenne du satellite de Huygens $= 2'\,56''{,}75$, en moyenne de 4 observations, valeur différente seulement de $0''{,}20$ de la valeur définitive déduite par Bessel*) d'une longue série d'observations.

Les 8 mesures mentionnées du diamètre extérieur de l'anneau, réduites à la distance moyenne de Saturne, accusent également un haut degré d'exactitude. La moyenne arithmétique des 8 déterminations est $D = 41''{,}17$, et l'erreur probable déduite de l'accord des

---

*) *Astronomische Nachrichten*, Nr. 242.

déterminations isolées avec cette moyenne ne s'élève qu'à 0",10. Bradley a mesuré aussi, en 6 différents jours, le diamètre apparent de la planète. Ces observations réduites à la distance moyenne de la planète au Soleil, à l'aide des quantités employées par Bradley lui-même dans la réduction des diamètres observés de l'anneau, donnent:

171	Avr.	7	$\delta = 17'',7$
	—	9	17,7
	—	11	17,5
	—	23	17,7
	Mai	7	17,8
	—	28	17,3
	Moyenne		$\delta = 17,64$

Un meilleur accord ne peut guères être atteint à l'aide des instruments modernes les plus parfaits. Néanmoins Bradley ne paraît pas avoir été satisfait de l'exactitude de ces mesures, car au lieu de les réduire directement, il préfère déduire le diamètre du globe, des mesures du diamètre de l'anneau et du rapport 3 à 7 entre les deux diamètres, tel qu'il fut estimé par lui et Pound. On voit cependant que le résultat trouvé par Bradley pour δ d'après cette estimation, est parfaitement identique avec le résultat direct des mesures du diamètre du globe, de sorte qu'il y a lieu de supposer que le rapport 3 à 7 ne soit qu'une transcription des résultats de ses mesures.

En réduisant également les deux seules mesures micrométriques du diamètre intérieur de l'anneau, faites par Bradley, nous le trouvons pour la distance moyenne de la planète:

1719	Mai	7	$d = 27'',33$
	—	28	28,87
	Moyenne		$d = 28,10$

Ces deux mesures ne s'accordent pas si bien entre elles, qu'on devait l'attendre d'après l'accord des autres mesures. Néanmoins il y a lieu de supposer que la moyenne soit exacte à quelques dixièmes de seconde près. Nous avons donc comme résultat direct des mesures de Bradley, pour 1719: $R = 20'',58$, $r = 14'',05$, $\varrho = 8'',82$.

Ici nous rencontrons de nouveau la difficulté d'indiquer de combien l'irradiation a dû changer ces nombres. Newton*) la suppose encore d'une seconde entière, pour la lunette dont s'est servi Bradley. Mettons ici de nouveau qu'elle ait été 4 fois plus petite, ou de 0",25 pour chaque bord observé. Cette supposition s'accorde parfaitement avec les observations elles-mêmes, puisque les valeurs observées de R et ϱ, comparées à nos valeurs normales, accusent en R une irradiation de $+ 0'',58$, en ϱ de $- 0'',08$, ou en moyenne exactement de $+ 0'',25$, si les mesures des deux diamètres sont jugées d'égale

*) Voyez ci-dessus pag. 455.

exactitude. Évidemment nous aurions trouvé l'irradiation considérablement plus grande si, en suivant l'exemple de Bradley, nous avions négligé entièrement les mesures du diamètre du globe, procédé qui pourtant ne paraît pas assez justifié. Eu égard à une irradiation de 0",25, les observations de Bradley donnent $R = 20'',33$, $r = 14'',30$, $\varrho = 8'',57$ ou $ad = 5'',73$, $dg = 6'',03$. Ces derniers chiffres doivent encore être un peu modifiés en sorte que leur somme s'accorde avec notre valeur normale de $ad + dg = 11'',10$. Après cette réduction nous avons pour 1719: $ad = 5'',41$, $dg = 5'',69$.

Nous parvenons maintenant aux observations de W. Herschel, car, tant que j'a cherché, je n'ai pu trouver une seule observation un peu exacte du diamètre intérieur de l'anneau, faite pendant l'intervalle entre les premières observations de Bradley et de Herschel. Dans le premier mémoire sur Saturne, présenté par Herschel en 1789 à la Société Royale de Londres, nous lisons (pag. 18) qu'il avait fait, pendant les derniers 10 ans, nombre de mesures du diamètre de Saturne, de son anneau et des distances des satellites, mais que, faute de temps, il s'est vu obligé d'en remettre l'investigation à une occasion future. Il est bien à regretter que ces mesures antérieures à 1789 n'aient été publiées, mais comme tous les manuscrits de Herschel se trouvent entre les mains de Sir John Herschel, il y a lieu d'espérer qu'un jour la science en pourra encore tirer avantage.

Les mémoires publiés par Herschel après 1789 sont également très pauvres en mesures micrométriques sur le système de Saturne. Tout ce que nous avons trouvé de mesures micrométriques dans ses différents mémoires et notes sur cet objet *), se résume dans une série de mesures de la distance du 5me satellite, trois mesures du diamètre extérieur de l'anneau, dont le résultat peu exact est donné dans la liste générale précédente, et dans deux ou trois mesures également inexactes des diamètres, équatorial et polaire, du globe.

---

*) Voici la liste complète des mémoires et notes sur Saturne, publiés par W. Herschel:

I. Account of the Discovery of a Sixth and Seventh Satellite of the Planet Saturn; with Remarks on the Construction of its Ring, its Atmosphere, its Rotation on an Axis and its spheroidical Figure. Read 1789, Nov. 12.

II. On the Satellites of the Planet Saturn and the Rotation of its Ring on an Axis. Read 1790, June 17.

III. On the Ring of Saturn and the Rotation of the fifth Satellite upon its Axis. Read 1791, Dec. 15.

IV. Observatoins of a quintuple Belt on the Planet Saturn; also, an account of some particulars observed during the late eclipse of the Sun: and also, on the Rotation of the Planet Saturn upon its Axis. Read 1793, Dec. 19; 1794, Jan. 9 *and* 1794, Jan. 23.

V. Observations on the singular Figure of the Planet Saturn. Read 1805, June 20.

VI. Observations and Remarks on the Figure, the Climate and the Atmosphere of Saturn and its Ring. Read 1806, June 26.

VII. Observations of a Comet, made with a view to investigate its Magnitude and the Nature of its illumination. To which is added an account of a new irregularity lately perceived in the apparent Figure of the Planet Saturn. Read 1808, Apr. 7.

Tous ces mémoires ayant été présentés à la Societé Royale en différentes années, je les citerai, pour plus de simplicité, d'après l'année de présentation.

En revanche nous trouvons, dans les mémoires de Herschel deux estimations sur les diamètres relatifs de l'anneau, qui nous paraissent plus exactes que les valeurs absolues de ses mesures micrométriques. La première estimation se trouve 1791, pag. 5. Il y donne la table suivante des proportions, entre les différents diamètres des deux anneaux, qui a été reproduite dans tous les livres astronomiques, jusqu'à ce qu'elle fut remplacée par les mesures micrométriques plus exactes de mon père:

Inside diameter of the smallest ring	5900 *parts*
Outside » » » » »	7510 »
Inside » *of the largest ring*	7740 »
Outside » » » » »	8300 »

Par rapport à cette table Herschel dit lui-même:

«*In giving these proportions, which are merely taken from very accurate representations of the phaenomena that offered themselves, I do not mean to be scrupulously exact, but reserve a greater accuracy for a future opportunity; when a micrometer which I have lately applied to the 40-feet telescope, will assist me to have recourse to proper measures.*»

Il s'en suit que ces proportions ne sont point basées sur des mesures micrométriques, comme différents auteurs le paraissent supposer, et qu'elles n'ont pas même l'avantage d'être des estimations faites directement sur l'objet, mais déduites de la réduction de différentes représentations de Saturne à une échelle convenable. La comparaison des 8300 parties de l'échelle, estimées pour le diamètre extérieur de l'anneau A, avec notre valeur normale $D = 40\rlap{.}''00$ fait chaque partie de l'échelle $= 0\rlap{.}''004819$. Avec cette valeur de l'échelle, nous avons pour le semidiamètre intérieur de l'anneau B: $r = 14\rlap{.}''22$ et par conséquent $ad = 5\rlap{.}''32$, $dg = 5\rlap{.}''78$ *). Cette valeur de dg s'accorde à merveille avec la largeur de l'anneau estimée par Herschel, d'accord avec Lalande, à un tiers du diamètre de la planète, ou de $5\rlap{.}''93$.

---

*) M. Beima ayant rassemblé dans son ouvrage: «*De Annulo Saturni. Lugduni Batavorum*, 1842», un grand nombre d'observations et de notices relatives à l'anneau, dispersées dans les mémoires de différentes Sociétés savantes et en d'autres publications périodiques, a rendu un service signalé à l'étude de ce système. Par rapport aux observations de W. Herschel, il cite la même table de proportions, que nous avons donnée içi; mais il ajoute encore (pag. 160):

«*Porro etiam sequentes tradit Herschel dimensiones:*

Saturni semidiameter	1,00
Internus interioris annuli semidiameter	1,66
Externus » » »	2,11
Internus exterioris » »	2,17
Externus » » »	2,33

Je n'ai pu trouver, dans les mémoires de Herschel, l'endroit où il donne ces dimensions. Il paraît plutôt que ce ne sont que des combinaisons faites par d'autres auteurs, entre les proportions données par Herschel, la sup-

La seconde estimation de **Herschel** se trouve dans son mémoire de 1806 pag. 11, où il dit, après avoir vanté l'état extraordinairement favorable de l'atmosphère:

«*The breadth of the ring is to the space between the ring and the body of Saturn as about* 5 *to* 4.»

Nous en déduisons $ad = 4'',93$, $dg = 6'',17$, et en combinant ces valeurs avec la première estimation de **Herschel**, nous avons en moyenne pour 1799, $ad = 5'',12$ et $dg = 5'',98$.

Pour nos jours, nous possédons encore, en dehors des mesures déjà citées de mon père et des miennes, les mesures faites par les astronomes de Berlin dans les années 1837 — 1839, qui donnent

d'après M. Encke	pour	1837	$ad = 4'',20$,	$dg = 7'',46$
» M. Galle	»	1839	4,22	7,27
Moyenne	pour	1838	$ad = 4,21$,	$dg = 7,36$

Après avoir réduit aussi les observations modernes en sorte qu'elles correspondent à notre valeur normale $R - r = 11'',10$, la liste complète des valeurs de ad et dg s'établit ainsi:

			ad	dg	$\frac{ad}{dg}$
Huygens	pour	1657	6'',5	4'',6	1,41
Huygens et Cassini	»	1695	6,0	5,1	1,18
Bradley	»	1719	5,4	5,7	0,95
Herschel	»	1799	5,12	5,98	0,86
W. Struve	»	1826	4,36	6,74	0,64
Encke et Galle	»	1838	4,04	7,06	0,57
O. Struve	»	1851	3,67	7,43	0,49

Les différents rapports $\frac{ad}{dg}$ entre la largeur totale des anneaux et l'espace qui sépare l'anneau B du corps de la planète, prouvent que le changement de la largeur totale des anneaux et leur rapprochement de la planète, reconnus d'abord par la comparaison des mesures de mon père avec les miennes, ont eu lieu déjà depuis les temps de **Huygens**, et se sont continués sans interruption pendant toute la période dont nous possédons des observations. En appliquant la méthode des moindres carrés aux valeurs précédentes de ad, supposées d'égale exactitude, on les représente le mieux par la formule:

$$ad = 5'',134 - 0'',0130\,(t - 1760)$$

position que la largeur totale de l'anneau fût égale à un tiers du diamètre du globe et l'opinion généralement adoptée au siècle passé, que la largeur de l'anneau fût égale à celle de l'espace vide entre l'anneau et le globe. De même, les valeurs du diamètre extérieur de l'anneau et des largeurs des deux anneaux, citées par M. **Beima** (pag. 165 de son ouvrage) comme déterminées par **Herschel**, ne sont que les produits des proportions précédentes par le diamètre de la planète, supposé de 18''. Par conséquent, ces valeurs n'ont aucun droit d'être regardées comme des résultats de mesures faites par **Herschel** et pas même comme des résultats de ses estimations.

Cette formule indique, dans les déterminations isolées, les différences suivantes entre le calcul et l'observation:

pour	1657	$v = -0{,}''03$
	1695	$-0{,}03$
	1719	$+0{,}26$
	1799	$-0{,}50$
	1826	$-0{,}09$
	1838	$+0{,}08$
	1851	$+0{,}28$

Le changement annuel de $0{,}''0130$ qui correspond à la distance moyenne de Saturne, donne un rapprochement annuel du bord intérieur de l'anneau à la planète de 12,4 milles géographiques, ou pour l'intervalle total entre les observations de Huygens et les nôtres, un rapprochement d'environ 2400 milles géographiques.

La formule précédente a été déduite, en supposant que le rapprochement de l'anneau à la planète se fasse uniformément. Mais si nous comparons la valeur de *ad* pour 1799, avec les valeurs de 1657 et de 1851, nous voyons que le rapprochement dans les premiers 142 ans, a été de très près égal à celui des derniers 52 ans. Peut-être s'en suivrait-t-il déjà que le rapprochement augmente en vitesse, avec la diminution de la distance entre le bord intérieur de l'anneau et la planète. Cependant cette conclusion n'est pas encore rigoureuse, car, d'un côté les trois premières valeurs de *ad* ont été déduites avec une irradiation supposée extrêmement petite, de l'autre côté, toute notre recherche est basée sur la supposition que le diamètre extérieur de l'anneau n'a point changé depuis les temps de Huygens. Soit qu'on augmente l'effet de l'irradiation pour les anciennes observations, soit que, d'accord avec les indications des observations elles-mêmes, on suppose que le diamètre extérieur de l'anneau ait été plus grand aux époques plus reculées, on est obligé d'augmenter aussi les valeurs de *ad* pour ces époques. Par ces raisons, nous ne pouvons pas encore prétendre que le rapprochement du bord intérieur de l'anneau à la planète va en augmentant avec la diminution de la distance; mais il nous sera permis de dire que la formule précédente représente, en quelque sorte, la limite inférieure du changement moyen annuel qui a eu lieu, dans l'intervalle entre les observations de Huygens et les nôtres.

On pourrait objecter contre les résultats de notre discussion, qu'il s'agit ici de quelques dixièmes de seconde, déterminées à des époques où les mesures micrométriques montraient encore des incertitudes de plusieurs secondes. Mais cette objection ne trouve guères application ici, parce qu'il ne s'agit pas autant de mesures absolues de distances, que d'une estimation à l'oeil de la largeur relative de deux objets juxtaposés, et qui ne différaient pas beaucoup en dimension. En pareille occasion, l'estimation à vue peut remplacer le plus parfait micromètre. On aura une idée de combien les petites quantités dont nous avons parlé, ont changé l'aspect général du système de Saturne, depuis le 17me siècle, si l'on regarde les figures 1 à 3 (Pl. II) qui représentent Saturne et son anneau, en projection

droite, pour les époques des observations de Huygens, de W. Herschel et des miennes, d'après les dimensions établies dans la liste précédente et avec nos valeurs normales de R et ϱ.

J'ajoute trois autres figures 4 — 6 (Pl. II) qui sont des copies exactes de représentations très curieuses, données dans les «*Commentarii de Rebus Caelestibus*» de Gassendi et dans la «*Astronomia Reformata*» de Riccioli.

Fig. 4 représente Saturne tel qu'il a été vu par Gassendi en 1645
» 5 » » » » » » » 1650
» 6 » » » » » Riccioli » 1648

Toutes les représentations données par Gassendi prouvent que les lunettes dont il s'est servi, étaient encore de qualité très inférieure. Une des meilleures était encore confectionnée par Galilée; une autre qu'il n'a employée que rarement, par Eustachius de Divinis. L'effet de l'irradiation dans ces lunettes doit avoir été très fort. Il paraît d'autant plus étonnant que, dans la figure de 1645, Gassendi a représenté le globe de Saturne séparé de l'anneau de tous côtés par un intervalle obscur. Il y a lieu de supposer que cette représentation de Saturne soit en grande partie le produit d'une illusion optique ou de l'imagination. Néanmoins nous y voyons un indice très fort, qu'à l'époque des observations de Gassendi, le bord intérieur de l'anneau, vers le temps de sa plus grande ouverture, effleurait à peine les bords du globe. Cela se trouve confirmé par la représentation plus exacte, faite par Riccioli, à l'aide de lunettes plus parfaites, en 1648. De nos jours, au contraire, à l'époque de la plus grande ouverture de l'anneau, plus d'un quart du semidiamètre du globe reste couvert par la projection de l'anneau B. Nous avons donc ici encore un argument très fort en faveur du rapprochement du bord intérieur de l'anneau B vers la planète. En même temps, la figure de Riccioli fait la largeur totale de l'anneau considérablement plus petite que celle de l'espace obscur et s'accorde ainsi parfaitement avec les observations de Huygens.

Sans attribuer une valeur particulière à la représentation de Saturne donnée par Gassendi en 1650, il la faut regarder au moins comme un témoignage frappant de ce qu'au milieu du 17me siècle l'aspect général de Saturne a été extrêmement différent de celui de nos jours.

IV.

Dans la section précédente de ce mémoire, il est établi que le bord intérieur de l'anneau de Saturne s'est continuellement rapproché du globe de la planète et que la largeur totale des anneaux a constamment augmenté. Il nous reste maintenant à discuter si les deux anneaux A et B ont participé à cette augmentation de largeur, en égale proportion.

La plus ancienne observation de la division de l'anneau paraît avoir été faite par un astronome anglais William Ball*) en 1665, à l'aide d'une excellente lunette de

*) C'est probablement le même que Huygens cite, dans sa réponse à Eustachius de Divinis, comme ayant observé une bande obscure sur le globe de Saturne en 1656.

38 pieds de foyer. Il communiqua son observation à la Société Royale de Londres et un extrait de sa communication fut inséré dans les *Phil. Trans.* *). En même temps, un ami de l'auteur (à ce qu'il paraît le fameux Wallis) écrivit à Huygens en le priant:

«*That he would now attentively consider the present Figure of his Anses or Ring, to see whether the appearance be to him as in this Figure, and consequently whether he there meets with nothing, that may make him think, that it is not one body of a Circular Figure, that embraces his Disk, but two.*»

La réponse de Huygens n'est pas connue, mais il paraît qu'une autre explication ne peut être donnée de ces mots, que celle que Ball a devancé Cassini de 10 ans dans la découverte de la division de l'anneau. Il serait à désirer que les archives de la Société Royale de Londres fussent examinées dans le but de retrouver la figure originale dont Ball avait accompagné sa communication, pour vérifier si et comment il y avait indiqué la division de l'anneau.

Les observations de J. D. Cassini, sur la division de l'anneau, furent publiées, pour la première fois, dans le *Journal des Savants* de 1677, et reproduites plus tard verbalement dans le Tome X des *Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris*, pag. 582. On y lit:

«*Après la sortie de Saturne hors des rayons du Soleil l'an* 1675... *la largeur de l'Anneau était divisée par une ligne obscure en deux parties égales, dont l'intérieure et plus proche du globe était fort claire, et l'extérieure* **) *un peu obscure.*»

Maraldi dit dans son mémoire de 1715, pag. 13:

«*On sçait que quand l'Anneau est incliné à nôtre rayon visuel et qu'il est ouvert, sa largeur paroît divisée en deux parties à peu près égales par un trait obscur elliptique d'une courbure semblable à celle de l'anneau.*»

Plus loin Maraldi ajoute encore, par rapport à la division:

«*C'est une découverte qui a été faite il y a long-temps par M. Cassini, et qui a été confirmée par les observations qu'on a faites dans toutes les parties de l'orbe de Saturne, ce qui fait voir que la surface de l'anneau qui regarde le midi est conformée comme celle qui est tournée vers le Septentrion, puisque l'une et l'autre font les mêmes apparences.*»

Vu qu'en 1715, lorsque Maraldi écrivit son mémoire, Saturne venait seulement de passer par sa phase ronde, l'époque moyenne des observations dont il parle ici, doit être voisine de la dernière plus grande ouverture de l'anneau, qui précédait 1715, ou environ 1707.

---

*) Phil. Trans. I, No. 9.

**) Dans les *Mémoires* il se trouve ici le mot «intérieure», mais Zach a déjà prouvé qu'une erreur typographique avait été commise dans la copie, erreur qui ne se trouve pas dans l'original (Voyez *Zweiter Supplementband zu Bode's Astr. Jahrb.* pag. 41).

La quatrième observation publiée sur la division de l'anneau, est due à Pound. Son observation qui date de 1718 *), se borne cependant à ce peu de mots:

«*In the bright Part of each Ansa was a darkish Ellipse, nearer to the outside than the inside of the Ring, as if it was composed of two Rings near to one another.*»

Quatre ans plus tard, en 1722, la division a été observée par Hadley **) mais il ne dit rien par rapport à la position de la division sur l'anneau. Néanmoins son observation est intéressante, parce qu'il mentionne qu'à l'époque de la plus grande ouverture de l'anneau, en Mai 1722, il a été en état de tracer la division tout autour du globe de Saturne, et particulièrement dans la partie de l'anneau qui se trouvait derrière le globe.

Aujourd'hui le semidiamètre du milieu de la division est de 17,"43. Par cette raison, il y a lieu de croire qu'à l'époque de la plus grande ouverture, le milieu de la division sera actuellement coupé par le bord du globe et probablement il sera impossible de reconnaître la division, même par nos puissantes lunettes, dans toute la partie de l'anneau, située au delà du globe. Il s'agit cependant ici de très petites quantités dont les mesures du diamètre du globe et de son aplatissement peuvent être encore incertaines. Par cette raison, il faut remettre à la prochaine plus grande ouverture de l'anneau, en 1855, la décision sur la question, si l'observation de Hadley est une preuve incontestable de ce qu'aussi la division des anneaux s'est rapprochée du globe, ou non.

Depuis cette observation de Hadley, nous n'avons trouvé aucune observation sur la division de l'anneau jusqu'aux temps de W. Herschel. Dans son premier mémoire, celui de 1789 pag. 3, Herschel dit seulement, par rapport à la division ou à la bande noire, comme il désigne encore la division, malgré les observations décisives de Cassini et Maraldi, qu'elle ne se trouve pas au milieu de l'anneau, et la figure qu'il donne, fait voir qu'il a estimé la largeur de l'anneau *A* à environ un tiers de celle de l'anneau *B*, ou que les deux anneaux étaient déjà très différents en largeur. Herschel ajoute encore que, pendant les 15 ans qu'il avait observé Saturne, il avait trouvé que la bande noire avait gardé constamment la même position sur l'anneau.

Dans le mémoire de 1791 (pag. 4), Herschel parvient déjà à la conclusion que Saturne est entouré de deux anneaux concentriques de dimension et largeur différentes. En partant des représentations qu'il avait faites jusqu'alors, Herschel estime

la largeur de l'anneau *A* = 280 parties de son échelle
» » *B* = 805 » » »
» de l'intervalle = 115 » » »

En convertissant les parties de l'échelle en secondes (voyez pag. 462), nous avons pour 1791:

la largeur de l'anneau *A* = 1,"35
» » *B* = 3,87
» de l'intervalle = 0,55

*) Phil. Trans. Vol. XXX, No. 355. — **) Ibid. Vol. XXXII, No. 378.

En considérant ces valeurs numériques, il faudra se souvenir toujours qu'elles ne sont point basées sur des mesures et que, par conséquent, elles ne peuvent guère prétendre à un haut degré d'exactitude.

Quant à l'époque actuelle, nous avons les mesures micrométriques suivantes:

		Largeur		
		de l'anneau *A*.	de l'anneau *B*.	de l'intervalle.
W. Struve	1826	2″,40	3″,91	0″,41
Encke	1837	2,62	4,00	0,77
O. Struve	1851	2,30	4,62	0,49
Moyenne	1838	2,44	4,18	0,56

Résumons maintenant d'abord les observations faites jusqu'en 1791. Nous avons:

pour 1657 la largeur de l'anneau *A* égale à celle de l'anneau *B*
» 1707 » » *A* à peu près égale à celle de l'anneau *B*
» 1718 la bande noire plus proche de la périphérie de *A*
» 1791 la largeur de l'anneau *A* double ou triple de celle de *B*.

La marche régulière et le changement successif des rapports ne peut être méconnu dans ces observations. Il est absolument inadmissible de supposer que Cassini ait dit que les deux anneaux étaient d'égale largeur, en cas que le rapport des largeurs eût été comme 1 à 2,9, tel qu'il a été trouvé par Herschel. Ajoutons à cette remarque que, d'après le résultat donné dans la section précédente de ce mémoire, la largeur totale des deux anneaux a continuellement augmenté, et il faut conclure que, dans l'intervalle entre les observations de Cassini et de W. Herschel, la largeur de l'anneau *B* a augmenté en plus forte proportion que celle de l'anneau *A*.

Il est digne d'attention que le changement relatif de la largeur des deux anneaux a déjà été soupçonné par W. Herschel en 1791, et que probablement ce n'est qu'à l'interprétation en même temps inexacte et injuste, donnée aux mots de Cassini par le Baron de Zach, qu'il faut attribuer qu'un changement dans le système d'anneaux de Saturne n'a été mis hors de contestation déjà depuis 60 ans.

Herschel dit dans son mémoire de 1791, pag. 9:

«*Without being in possession of the original observations of M. Cassini, I cannot decide whether the black list which he saw was the same which I have observed. M. de La Lande says* (Astr. Vol. III, pag. 441) *that Cassini saw it divided by a small black line into two equal parts. M. de la Place* (Mémoire sur la Théorie de l'Anneau de Saturne) *mentions that Cassini saw the breadth of the ring divided into two parts almost equal. It should seem from this, that M. Cassini was not particularly attentive to the proportions of the division; in which case his observations and mine will agree perfectly well; but if he has any where expressly men-*

tioned, that the ring was divided into equal parts, so that we may be certain he was particularly attentive to that circumstance, it will follow evidently that the ring, since his time, has undergone a very capital change in its construction.»

Ce passage dans le mémoire de Herschel excita naturellement l'attention des astronomes et donna occasion au Baron de Zach de comparer les mémoires originaux des astronomes français. Mais au lieu d'y trouver la confirmation positive du dernier énoncé de Herschel, Zach parvint à la conclusion qu'il n'y avait aucune raison de supposer que, depuis le temps de Cassini, le système des anneaux de Saturne ait subi le moindre changement. Pour mieux éclaircir les erreurs dans le raisonnement de Zach, je donnerai ici in extenso le passage relatif à cette question, tiré de son mémoire publié dans le second Volume supplémentaire de Bode's *Astronomisches Jahrbuch*, pag. 38 — 42:

«*Ich glaube dass es hier nicht am unrechten Ort ist, etwas von dem doppelten Saturnusring zu erwähnen, und einen Umstand in Herschel's Abhandlung* «On the Ring of Saturn» *aufzuklären; mir scheint, dass man die erste Entdeckung dieses doppelten Ringes dem berühmten Cassini nicht wohl streitig machen könne, er spricht davon zu formel und zu ausdrücklich, auch dass er das, was er mit seinem* 34*schuhigen Fernrohr gesehen hat, sehr gut, und eben dasselbe, was Hr. Herschel gesehen habe, wird zugleich aus des letzteren Beobachtungen erhellen; Hr. Herschel in seiner erstgenannten Abhandlung gesteht selbst, dass er die Cassini'schen Original-Beobachtungen nicht kenne, was er hievon anführt ist aus Hrn.* de la *Lande's Astronomie, wagt es also nicht zu entscheiden, ob der dunkle Strich, welchen er auf dem Ringe des Saturnus gesehen, der nemliche gewesen, den Cassini beobachtet habe, nach aufmerksamer Durchlesung der Cassini'schen Beobachtung ergiebt sich aber, dass diese beiden berühmten Astronomen würklich sehr genau eben dasselbe gesehen haben; obgleich nicht zu verhehlen ist, dass bei Cassini ein scheinbarer Widerspruch vorkommt, der sich aber, wie man gleich sehen wird, ganz heben lässt. Herr de la Lande sagt in seiner Astronomie* (Art. 3351), *dass Cassini den Ring durch einen schmalen Streifen in zwei gleiche Theile abgetheilt, und Hr. de la Place in seinem* «Mémoire sur la Théorie de l'anneau de Saturne (Mém. 1787, p. 249)», *dass dieser Beobachter die Breite des Ringes in fast zwei gleiche Theile abgetheilt gesehen habe. Hr. Herschel schliesst daraus, dass Cassini nicht besonders auf das Verhältniss der Theilung acht gegeben, in welchem Fall ihre beiden Beobachtungen sehr gut zusammenträfen, hätte aber Cassini zuversichtlich behauptet, der Ring sey in zwei gleiche Theile getheilet, so glaubt Hr. Herschel, dass ganz sicher daraus folgen würde, dass er seit der Zeit eine grosse Veränderung erlitten, indem er jetzt diese Theile sehr ungleich findet, allein alle diese Muthmassungen werden durch folgende deutliche Stelle des Cassini'schen Memoirs vollkommen berichtiget:* «cette apparence donna

une idée comme d'un anneau double, dont l'inférieur plus large et plus obscur fut chargé d'un plus étroit et plus claire (Mém. ancien. T. X, p. 583)», *und dies stimmt auch vollkommen mit Hrn. Herschel's Wahrnehmung überein, dass Saturn zwei concentrische Ringe von ungleicher Grösse hat, davon der breitere inwendig, der schmälste aber auswendig ist. Cassini unterstützet dieses auch durch andere Gründe, und wenn man sein Memoire mit Aufmerksamkeit liesst, so ergiebt sich sogar, dass er ein ungefähres Verhältniss zwischen beyden Theilen, wie* 1 : 2, *angiebt. Hr. Herschel setzt es beinahe wie* 1 : 3, *aber nach micrometrischer Messung; die Cassini'sche Stelle ist merkwürdig, er fährt gleich nach oben angeführter Stelle also fort:* «Cela fit resouvenir que l'an 1671 lorsque les bras de Saturne étoient prets de disparaître, ils se raccourcirent auparavant, peut-être parce que la partie extérieure de l'anneau qui étoit simple et obscure disparut avant la partie intérieure qui étoit double et plus claire.» *Aus diesen Stellen erhellet hiemit offenbar, dass Cassini und Herschel dieselbe Erscheinung gesehen haben, dass ersterer das Verhältniss der Breite der beiden Ringe ausdrücklich bemerkt, folglich seit dieser Zeit keine Veränderungen erlitten haben, hiemit alle Herschel'sche Conjecturen wegfallen und aufgeklärt sind. Nun bleibt nur noch übrig zu erklären, wie es kommt, dass Hr. de la Lande anführet, Cassini habe den Ring in zwei gleiche Theile, Hr. de la Place dagegen anmerket, er habe ihn in fast zwei gleiche Theile abgetheilt gesehen, ersteres sagt Cassini in der That selbst in seinem Memoire, und scheint demnach mit oben angeführten Stellen in offenbaren Widerspruch zu stehen, allein de la Lande hat diese Abhandlung nur obenhin citirt, hätte er sie mit mehr Aufmerksamkeit gelesen, so hätte er nothwendig diesen Widerspruch entdeckt, und ihn leicht berichtigen können, und es wäre ohne ihn nie behauptet worden, Cassini habe den Ring in zwei gleiche Theile getheilt gesehen; de la Place hingegen hat diese Stelle, als er sein Memoire schrieb, gar nicht vor Augen gehabt, sondern eine andere aus einem Maraldi'schen Memoire, davon ich nachher sprechen werde; die Stelle, die de la Lande im Sinne hatte, ist folgende, auf derselben Seite mit obiger:* «Après la Sortie de Saturne hors des rayons du Soleil l'an 1675 dans le crépuscule du matin, le globe de cette planète parut avec une bande obscure semblable à celle de Jupiter étendue selon la longueur de l'Anneau d'Orient en Occident, comme elle se voit presque toujours par la lunette, de 34 pieds, et la largeur de l'Anneau étoit divisée par une ligne obscure en deux parties égales dont l'intérieure et plus proche du globe étoit fort claire, et l'extérieure un peu obscure, il y avait entre les couleurs de ces deux parties à peu près la même différence qui est entre l'argent mat et l'argent bruni (ce qui n'avait jamais été observé auparavant)» *Obgleich Cassini hier ausdrücklich sagt, der Ring sei in zwei gleiche Theile getheilt, so sieht man doch leicht ein, dass dies nur eine façon de parler, und eine Nach-*

lässigkeit im Ausdrucke sei, und er damit nichts weiter sagen wolle, als dass überhaupt der Ring getheilt erscheine, bedenkt man ferner, dass Cassini ein Ausländer, und der französischen Sprache nicht ganz mächtig, vielleicht das italienische Wort «dimezzare» *im Sinne hatte, vielleicht auch sein Memoire ursprünglich italienisch geschrieben hatte, und der widersprechende Ausdruck auf Rechnung des minder sachkundigen Uebersetzers zu setzen ist, so wird man diese Auslegungsart gewiss nicht für erzwungen halten können, zumal da hier der Umstand eintritt, dass Cassini wiederholt von der Ungleichheit der Beleuchtung und der Farbe beider Ringe spricht, welche er selbst aus der ungleichen Breite dieser Ringe erklärt, hierzu kommt noch, und welches die Sache ausser allem Zweifel setzt, dass in den dem Memoire beigefügten zwei Figuren der Saturnusgestalten die beiden Ringe desselben auch so angedeutet sind, dass der innere breiter als der äussere angezeigt ist. Herr de la Place hingegen hatte vermuthlich, als er sein Memoire schrieb, die Abhandlung des Hrn. Maraldi* «Observations sur la phase ronde de Saturne» *vor sich, auf der 13ten Seite* (Mem. 1715) *erzählt Maraldi bloss historisch*: «on sait que quand l'anneau de Saturne est incliné à notre rayon visuel, et qu'il est ouvert, sa largeur paraît divisée en deux parties à peu près égales par un trait obscur elliptique d'une courbure semblable à celle de l'anneau». *Hr. de la Place sagt nun dasselbe S. 249 seines Memoires und fast mit denselben Worten:* «M. de Cassini observa ensuite que l'anneau dans sa largeur est divisée en deux parties presque égales par une bande obscure d'une courbure semblable à celle de l'anneau» *Maraldi ist hier nicht selbst der Beobachter, sondern blos Erzähler der Beobachtungen seines Onkels, und hat im Grunde genauer erzählt als Herr de la Lande. Diese Herrn Herschel so verschieden scheinenden Aeusserungen lassen sich demnach alle vereinigen, und man kann füglich es für ausgemittelt ansehen, dass Cassini's und Herschel's Beobachtungen über den doppelten Saturnusring ziemlich übereinstimmend, folglich gar kein Grund für die Hypothese übrig bleibe, dass seit Cassini's Zeiten diese Erscheinung einige Veränderung erlitten habe.*»

Quoique les erreurs et les faiblesses de cette argumentation de Zach soient frappantes, il paraît que jamais elles n'ont été soumises à une critique sérieuse ou à une réfutation. Au contraire, le résultat de son raisonnement est généralement adopté par les auteurs modernes*) qui traitent de la description physique du système solaire. Or, pour obvier à la répétition de ces erreurs et parce que le résultat s'oppose directement aux changements dans le système d'anneaux de Saturne, dont il est question dans cette section de notre mémoire, je crois qu'il ne sera pas superflu d'indiquer plus précisément la source principale des erreurs de Zach.

Dans l'entrée de son raisonnement, Zach dit qu'il y a une contradiction apparente dans le mémoire de Cassini. Effectivement, cette contradiction n'existe pas même en apparence

*) Voyez entre autres l'ouvrage déjà cité de M. Beima, pag. 154.

dans le mémoire de Cassini, mais uniquement dans l'interprétation erronée donnée par Zach au texte du mémoire. Évidemment Zach a confondu les mots *inférieur* et *intérieur*, et n'a pas fait attention à ce que Cassini parle une fois d'un anneau *inférieur plus large et plus obscur, chargé d'un plus étroit et plus clair* et une autre fois d'une partie *intérieure plus proche du globe et fort claire* et d'une partie *extérieure un peu obscure*. Ces indications précises et répétées de l'intensité relative de la lumière des deux anneaux, que Cassini a ajoutées pour plus de clarté, prouvent qu'il a employé les adjectifs «*intérieur*» et «*inférieur*» pour désigner deux choses différentes. En effet, l'anneau intérieur désigne, d'après Cassini, l'anneau qui est le plus proche de la planète, tandisque la désignation d'inférieur ne se rapporte pas, comme Zach l'a supposé, à la position d'un anneau par rapport à la planète, mais à sa position par rapport au rayon visuel tiré de la Terre. C'est qu'en 1677 Cassini s'est présenté le système d'anneaux de Saturne formé d'un anneau large et plus obscur, dont la partie intérieure, par rapport à la planète, paraissait chargée d'un second anneau plus étroit et plus clair. Cette simple explication ou plutôt transcription des mots de Cassini fait disparaître toute sorte de contradiction qu'on y a cherchée, et lève également toute difficulté par rapport au sens de ses mots: «*que la partie extérieure de l'anneau qui était simple et obscure disparût avant la partie intérieure qui était double et plus claire*».

Nous n'avons donc plus besoin d'une explication artificielle et très peu scientifique des paroles de Cassini — en les qualifiant de «façons de parler» ou de «négligences» — lorsqu'il dit: «*que la largeur de l'anneau était divisée par une ligne obscure en deux parties égales*». C'est ainsi qu'il l'a observé et à côté du sens clair de ses mots, les figures qu'il a ajoutées à son mémoire et dont je donne ici des copies exactes (Fig. 9 et 10), font voir ce qu'il a voulu dire. Je remarque à cette occasion, que les petites inégalités des largeurs, qu'on voit dans ces représentations, sur les anses, et que Zach a prises pour un témoignage évident de la justesse de son explication, sont entièrement contrebalancées par les inégalités, dans le sens opposé, qui se trouvent près du passage de l'anneau sur le globe, et prouvent ainsi, qu'elles sont provenues d'un manque d'habileté du graveur, probablement contre l'intention de l'astronome. Certes, si, comme Zach le suppose, l'expression «parties égales» avait été introduite dans le mémoire de Cassini par un malentendu de la part d'un traducteur, l'auteur a vécu encore assez longtemps (35 ans) après la première publication du mémoire, pour la pouvoir révoquer, et Maraldi n'aurait pas dit, en 1715, que cette découverte fut confirmée par les observations qu'on a faites dans toutes les parties de l'orbe de Saturne. Il est vrai que Maraldi met «à peu près égales» au lieu de «égales», mais cela prouve seulement qu'il n'est pas, comme Zach le veut, le simple rapporteur des observations de son oncle, et que, dans l'intervalle entre ses propres observations et celles de J. D. Cassini de 1675, les apparences de l'anneau avaient déjà changé d'une quantité perceptible.

Ayant ainsi rétabli l'observation de Cassini dans tous ses droits, nous avons, dans le texte cité du mémoire de 1791, toute l'autorité de Herschel et sa connaissance intime

des erreurs admissibles des observations, en faveur d'un changement considérable dans le système des anneaux de Saturne.

Il y a cependant encore un fait très curieux à considérer. C'est qu'en apparence, depuis le temps de Herschel jusqu'à nos jours, le rapport entre les largeurs des deux anneaux non seulement n'a pas augmenté, mais paraît même avoir diminué. En effet, Herschel trouve ce rapport, en 1791, comme 1 à 2,87, tandisque les observations modernes le font 1 à 1,71 pour 1838. Or, vu que la largeur totale des anneaux a augmenté encore considérablement dans cet intervalle, on pourrait incliner à supposer qu'en proportion des largeurs respectives des deux anneaux, l'anneau *A* se soit plus élargi que l'anneau *B*, dans l'intervalle entre les deux dernières époques d'observation, ce qui serait contraire à la marche uniforme du changement observé depuis les temps de Cassini jusqu'à Herschel. Certes, dans l'ignorance absolue où l'astronomie se trouve encore, par rapport à la constitution des anneaux de Saturne et aux forces qui y agissent, une telle irrégularité apparente ne serait qu'un fait de plus pour nous guider dans les conjectures à faire sur cette constitution. Cependant, si nous considérons que les valeurs numériques déduites des observations de Herschel ne sont basées que sur des estimations faites d'après des représentations occasionnelles de Saturne, et que probablement plusieurs de ces représentations n'avaient pas pour but direct d'indiquer exactement la position de la bande noire sur l'anneau, nous devons encore hésiter à nous prononcer contre la marche uniforme des changements dans le système des anneaux. Cette hésitation ne pourra étonner personne, dès que l'on fait attention qu'il suffit d'un changement de 0,"38, ou de la quinzième partie de la largeur totale des anneaux, dans la position du trait noir, pour obtenir, pour les observations de Herschel, le même rapport entre les largeurs des deux anneaux, qui a été observé à Poulkova en 1851.

Nos connaissances actuelles des changements qui se passent dans le système des anneaux de Saturne, se résument donc dans les trois points suivants:

1) Le bord intérieur des anneaux s'approche continuellement du globe de la planète;
2) Le rapprochement du bord intérieur est combiné avec un accroissement de la largeur totale des anneaux;
3) Dans l'intervalle entre les observations de J. D. Cassini et de W. Herschel, la largeur de l'anneau *B* a augmenté en plus forte raison que celle de l'anneau *A*.

Probablement l'époque n'est pas très éloignée où, par le concours des observations modernes les plus exactes et des forces supérieures de nos lunettes, nous serons à même de reconnaître encore d'autres changements dans ce système, et de préciser la nature de ceux que nous venons d'énumérer. C'est l'étude de ces changements, qui devra nous guider dans les recherches sur la nature mystérieuse de ce système. Les résultats précédents suffisent déjà pour indiquer que, dans les recherches théoriques sur la constitution des anneaux de Saturne, il est dorénavant inadmissible de partir du principe d'un équilibre parfaitement stable.

Additions.

Ad pag. 2. En écrivant la première section de ce mémoire, en Octobre, j'espérais pouvoir augmenter, dans le courant de la même saison, le nombre de mes mesures micrométriques sur les dimensions des anneaux. Cette attente ne s'est point accomplie. Pendant tout le reste de l'automne, il n'y eut pas une seule nuit où le ciel fut assez favorable pour pouvoir entreprendre ces mesures micrométriques qui, pour être exactes, demandent un état parfaitement tranquille des images.

Ad pag. 5. Pendant l'impression de ce mémoire, les «*Monthly Notices*» émises le 14 Nov. 1851, me sont parvenues. Elles contiennent entre autres les observations faites par MM. Lassell et Dawes en automne 1851, sur les anneaux de Saturne. Les notes de ces deux astronomes distingués donnent une idée de la difficulté extrême de ce genre d'observations. Malgré que tous les deux mentionnent exprès, qu'ils ont fait les observations dans les meilleurs circonstances atmosphériques, et joui d'une netteté extraordinaire des images, leurs résultats sont presque partout en contradiction directe. M. Lassell, par exemple, n'a pu reconnaître cette année la division de l'anneau *A*, qu'il croyait avoir aperçue en 1850. M. Dawes au contraire croit l'avoir vue très distinctement cette année, et à peu près dans la même position sur l'anneau, où M. Lassell l'avait observée l'année précédente. Également, M. Lassell nie l'existence de toute division, soit entre l'anneau obscur et l'anneau *B*, soit en dedans de l'anneau obscur lui-même; tandisque M. Dawes a continué de voir les mêmes divisions qu'il avait observées l'année précédente. A ce qu'on voit, mes observations tiennent en quelque sorte le milieu entre les observations de ces deux astronomes. D'accord avec M. Lassell, je n'ai pu apercevoir avec sûreté une division ou un trait noir sur l'anneau extérieur *A*. En revanche, la division cc' de l'anneau obscur, observée aussi par M. Dawes, s'est présentée si distinctement dans la lunette de Poulkova, que, dans des circonstances atmosphériques favorables, elle admettait, au moins pour le bord *c*, des mesures micrométriques, sans aucune difficulté particulière. Serait-ce peut-être l'éclat éblouissant de la lumière de la planète et des anciens anneaux, dans la lunette de M. Lassell, qui l'a empêché de reconnaître les nuances dans la lumière de l'anneau obscur et ce trait parfaitement noir qui le divise en deux parties? ou bien, son attention a-t-elle été dirigée trop exclusivement sur la ligne de contact entre l'appendice ω' et l'anneau *B*, afin de vérifier l'existence de la division qui y a été observée par M. Dawes? J'ai déjà dit précédemment que nos observations n'ont pas constaté non plus cette dernière observation de M. Dawes.

Ad pag. 15. Dans la première édition des *Principia*, de 1687 (pag. 414) Newton dit: «*diameter annuli e Sole visi* (*mensurante Flamstedio*) 50″, *adeoque semidiameter Saturni e Sole visi* 11″. *Malim dicere* 10″ *vel* 9″, *propterea quod globus Saturni per lucis inaequalem refrangibilitatem nonnihil dilatatur.*» Newton n'ajoute rien sur la méthode suivie par Flamsteed dans cette détermination, d'où l'on pourrait juger du degré d'exactitude;

mais la circonstance que, dans la seconde édition des *Principia*, elle a été remplacée par les déterminations antérieures de Huygens, porte à croire que Newton lui-même n'avait point de confiance dans cette mesure de Flamsteed. Par cette raison, je l'ai omise dans la liste générale des déterminations des diamètres de l'anneau et du globe (pag. 17), où, dans l'ordre du temps, elle aurait dû occuper la troisième place. Flamsteed lui-même a désavoué en quelque sorte cette détermination, car il n'en fait aucune mention dans sa *Historia coelestis Britannica.* Il cite, dans cet ouvrage, deux mesures du diamètre du globe, faites encore à Derby, savoir: «1672 *Sept.* 2. *Diameter Saturni* (*Orbis silicet ipsius*) $= 25''$; *sed hujus potius nimiam fuisse Mensuram metuo*» et «1672 *Oct.* 13. *Saturni diameter* $= 21''$». A ce qu'on voit, la première de ces deux mesures a été soupçonnée par Flamsteed lui-même d'avoir été inexacte. Eu égard à l'effet de l'irradiation, la seconde détermination s'accorde à merveille avec les autres mesures du même diamètre.

Ad pag. 26. La distance entre le bord intérieur de l'anneau obscur et le globe de Saturne, s'élève actuellement, d'après mes mesures, à $1\overset{''}{,}615$ (pag. 3). Il s'en suit que, si le rapprochement de l'anneau continue uniformément de $0\overset{''}{,}0130$ par an, l'anneau obscur sera en contact immédiat avec le globe, après environ 125 ans. Cet événement aura lieu beaucoup plus tôt, si, comme il y a lieu de le supposer et comme les observations l'indiquent même, la vitesse du rapprochement augmente avec la diminution de la distance.

Sur les figures. Par rapport à la représentation principale de Saturne, donnée Pl. I, fig. 1, il faut remarquer que les nuages (bandes grisâtres) indiqués sur le globe de la planète ont été dessinés d'après la mémoire et, par conséquent, ne prétendent pas de donner une image exacte correspondante à une certaine époque. Les dimensions des anneaux correspondent exactement à mes mesures micrométriques. L'éclat relatif, entre l'anneau *B* et le globe, paraît être indiqué conformément à la nature, mais celui de *A* est un peu trop faible, tandisque celui de *C* est encore considérablement trop fort.

Dans les figures copiées d'après les anciens auteurs, les dimensions sont gardées aussi exactement que possible; mais l'artiste a préféré de remplacer, dans la lithographie, les traits parallèles des anciennes gravures en bois, par un fond plus uni, en conservant toutefois à peu près les mêmes rapports dans l'éclat relatif des différentes parties.

POSITIONS

DU SOLEIL, DE LA LUNE ET DES PLANÈTES

OBSERVÉES

A DORPAT DEPUIS 1822 JUSQU'A 1838,

CALCULÉES PAR

MM. W. STRUVE ET M. LIAPOUNOV.

MÉMOIRE DE M. **W. Struve.**

LATITUDE 58° 22′ 47″,4, LONGITUDE $1^h\ 37^m\ 34^s$ A L'EST DE PARIS.

(Lu le 19 Novembre 1852.)

Les cinq volumes, 4 à 8, des annales de Dorpat (*Observationes astron. inst. in specula Dorpatensi* etc.), publiés depuis 1825 jusqu'à 1839, contiennent les observations, faites au dit observatoire, à l'aide du cercle méridien de Reichenbach, pendant une période de 16 années. Les résultats de cette série, relatifs aux positions des étoiles fixes, ont été complètement donnés dans l'ouvrage publié récemment sous les auspices de l'Académie: *Stellarum fixarum imprimis duplicium et multiplicium positiones mediae. Petropoli*, 1852. *Fol.*, que je citerai plus bas par *P.M.* Les observations sur lesquelles l'ouvrage est basé, avaient été faites en 1822 à 1826 par W. Struve, mais depuis le 10. Nov. 1826 par feu mon digne collaborateur W. Preuss. En outre, une suite importante d'observations supplémentaires, exécutées, avec le consentement bienveillant du nouveau directeur de l'Observatoire de Dorpat, M. Mädler, par M. W. Doellen, et qui se trouvent dans les volumes 9, 10 et 12 des annales de Dorpat, avaient été à ma disposition, pour compléter les matériaux des positions des étoiles doubles.

Depuis 1823 jusqu'en 1826, j'avais observé le Soleil le plus souvent possible, dans les deux sens de l'ascension droite et de la déclinaison pour chaque culmination. Les 216

observations du Soleil ainsi gagnées ont servi à la détermination des équinoxes et de l'obliquité de l'écliptique. Depuis, Preuss a continué les observations solaires jusqu'en 1838, mais avec moins de régularité, surtout à cause de l'état affaibli de sa santé. De même, un nombre considérable d'observations de la Lune ont été faites dans le courant des 16 années indiquées. Les planètes ont été négligées à Dorpat, et il ne se trouve qu'un faible nombre d'observations planétaires, dispersées dans les 5 volumes mentionnés.

Pour achever le travail de réduction des observations de Dorpat, faites depuis l'établissement du cercle méridien en 1822 jusqu'à mon départ, il restait à effectuer le calcul des positions observées du Soleil, de la Lune et des planètes.

Les positions publiées dans ce mémoire sont le produit de calculs exécutés, soit par M. Liapounov, actuellement directeur de l'Observatoire de Kazan, soit par moi-même.

M. Liapounov basa ses calculs sur les observations imprimées de Dorpat, en exécutant successivement les travaux suivants:

Pour les ascensions droites.

1. Il examina, pour les observations de Preuss, les corrections de la forme $c \sec \delta + n \tang \delta + m$, qui donnent la réduction de la moyenne du fil du milieu au vrai passage par le méridien.
2. Il calcula de nouveau les corrections de l'horloge que donnent les passages des 35 étoiles fondamentales, en employant le catalogue des ascensions droites de ces étoiles, donné pour 1825 dans les *O. D.* Vol. VI. p. LXVIII, c. à. d. en ajoutant aux positions apparentes de ces étoiles quefournissent les *Tabulae Regiomontanae*, les corrections correspondantes ux différences B.II — S entre les ascensions droites de Koenigsberg et de Dorpat, indiquées l. c.
3. Pour les observations de la Lune et des planètes, il calcula les temps moyens de Dorpat, correspondants aux temps sidéraux des observations, en se servant des temps sidéraux à midi moyen, donnés pour 1822 à 1829 dans les tables auxiliaires de Schumacher, pour 1830 à 1838 dans les excellentes éphémérides de Berlin.

Pour les déclinaisons.

1. Dans le calcul des déclinaisons, M. Liapounov a employé les éléments que j'avais donnés dans les introductions des Volumes des *O. D.*, savoir a) les lieux du pôle sur le cercle, réunis sous l'inscription: *loca poli in instrumento emendata*, en trois tableaux, *O. D.* Vol. VI p. LXXIV, pour les années 1822 à 1826, Vol. VII p. XXXII, pour 1827 à 1830, et Vol. VIII p. LII pour 1831 à 1838; b) les corrections C, pour les erreurs de division et la flexion, données *O. D.* Vol. VI. p. LXXV.

2. Il a recalculé toutes les réfractions du Soleil, de la Lune et des planètes, en employant la table des réfractions déduite de mes observations, qui se trouve *O. D.* Vol. VII. p. XXXV.
3. Il a calculé de nouveau les petites corrections à ajouter aux lieux des astres sur le cercle, pour les cas que l'observation n'en était point faite exactement au moment du passage par le méridien, mais sous un petit angle horaire.

Dans le courant de ses calculs, M. Liapounov a su indiquer et corriger plusieurs erreurs typographiques ou de réduction primitive, qui se trouvent dans les observations imprimées de Preuss.

M. Liapounov a réuni les résultats de ses réductions en plusieurs tableaux qui présentent:

a) les ascensions droites et les déclinaisons du centre solaire,
b) les durées des passages et les rayons verticaux du Soleil,
c) les positions des bords observables de la Lune, soit ascensions droites, soit déclinaisons,
d) les positions des planètes.

Les tableaux a) et b) ne contiennent que les positions de Preuss; vu que la liste des positions du Soleil que j'avais observées en 1822 à 1826, avait été donnée dans les *O. D.* VI. p. LXX, ainsi que les durées du passage et les rayons du Soleil observés, *O. D.* Vol. IV. p. LII, Vol. V. p. XX et Vol. VI. p. XXIV.

Les calculs de M. Liapounov, d'aprés un examen soigné que j'ai entrepris, soit des méthodes soit des détails, ont été exécutés avec le plus grand soin, et me paraissent d'une exactitude parfaite. Cependant les chiffres des tableaux cités ne pouvaient guère être regardés comme les résultats définitifs des observations; car ils exigeaient certaines corrections ultérieures et qui ont été l'objet de mes études sur ces matériaux. En effet, j'ai dû avoir en vue deux objets:

1) de délivrer les positions de toutes les inexactitudes qui pouvaient s'y trouver, par suite d'erreurs d'impression dans les différents volumes des *O. D.*, et par suite d'inadvertances commises soit dans la notation originale des observations, soit dans les réductions primitives à la forme dans laquelle les observations ont été publiées:
2) de donner des positions finales qui répondissent aux éléments de réduction plus précis que j'ai donnés dans l'introduction des *P. M.* de 1852, et qui diffèrent tant soit peu des éléments de 1830, *O. D.* Vol. VI., dont s'était servi M. Liapounov. Parmi ces éléments corrigés se trouvent l'aberration et la nutation, pour lesquelles les chiffres des *Tabulae Regiomontanae* $20\overset{''}{,}255$ et $8\overset{''}{,}977$ étaient à remplacer par les valeurs exactes, $20\overset{''}{,}445$ et $9\overset{''}{,}223$.

Le premier de ces deux points, l'épurement des observations, regardait uniquement les observations de Preuss qui, quoique d'une précision intrinsèque tout-à-fait distinguée,

étaient sujettes, dans un calcul basé sur le texte imprimé, à quelques incertitudes de nature particulière, mais dont j'avais gagné une connaissance intime, par suite des réductions des positions des étoiles doubles, insérées dans les *P. M.* Ces incertitudes sont les suivantes

a. Il y a des erreurs dans la notation des minutes des passages. Telle erreur est facile à corriger, pour une étoile fixe dont il y a plusieurs positions, ou qui se trouve dans d'autres catalogues. Mais elle se soustrait à une correction facile surtout dans les observations de la Lune.

b. Dans les réductions des fils latéraux au fil du milieu et dans les moyennes des fils réduits, que Preuss a fait imprimer, il y a rarement des erreurs pour la fraction de seconde, mais quelquefois d'une seconde entière, de 5 et de 30 secondes. Pour les étoiles fondamentales, ces inexactitudes se prononçaient par un désaccord dans les différentes corrections de l'horloge, et ont pu être corrigées sans difficulté, après l'inspection des journaux originanx. Il en était autrement pour les passages des astres non fixes.

c. Dans les lectures des verniers que Preuss a faites, il se trouve quelquefois une erreur de 10″ sur un des verniers. Voyez *P. M.* p. LX.

Les journaux originaux de Preuss, écrits au crayon, mais très-distinctement, se trouvant à Poulkova, j'ai entrepris les travaux suivants, pous découvrir et corriger les erreurs des chiffres imprimés de Preuss, et pour porter les positions finales à ce degré d'authenticité que demandait la haute précision intrinsèque des observations.

A. J'ai refait la réduction des fils latéraux au fil du milieu, sur les journaux originaux de Preuss, pour tous les passages des bords du Soleil, de la Lune et des planètes.

B. J'ai comparé, pour la Lune, le journal original avec le texte imprimé, pour vérifier les minutes du passage de la Lune et de l'observation en déclinaison. Cette comparaison indiqua quelquefois un angle horaire impossible, pour l'observation en déclinaison; car l'astre n'est visible que pendant $1^m\,30^s$ des deux côtés du fil du milieu. Dans ces cas, il y avait une minute d'erreur dans le temps du passage, ou dans le moment de la déclinaison. En recourant aux ascensions droites de la Lune dans les éphémérides, j'ai trouvé aisément laquelle des minutes était erronée. En cas que l'erreur se trouvait pour le moment de la déclinaison, la réduction au méridien a été dûment corrigée.

C. J'ai examiné dans les journaux originaux de Preuss, pour ces astres, les lectures des 4 verniers, les moyennes des verniers, et les moyennes corrigées pour l'indication du niveau. C'est ainsi que j'ai découvert 13 corrections de $\mp \frac{1}{4} \,.\, 10'' = \mp 2''\!,5$ pour les déclinaisons du Soleil, et quatre pour celles de la Lune. Toutes ces corrections étaient indubitables.

D. Un dernier contrôle des minutes des ascensions droites a été obtenue, pour le Soleil, par une comparaison complète avec les positions du Soleil dans les tables auxiliaires de Schumacher et dans les éphémérides de M. Encke. Quant à la Lune, cette vérification a été plus pénible dans les années 1822 à 1830, pour lesquelles il fallait faire une interpolation à secondes différences entre les ascensions droites, données pour midi et minuit vrais de Paris, pour avoir, à quelques secondes en temps près, l'ascension droite corespondante au temps moyen de l'observation de Dorpat. Depuis 1830, les éphémérides de Berlin fournissaient un contrôle facile, par l'emploi de la colonne qui offre l'ascension droite de la Lune pour les passages par le méridien. Ces interpolations conduisirent, dans les 219 passages de la Lune observés par Preuss, à 12 corrections d'une minute, à une de 5 minutes et à une d'une heure entière.

E. Après cette épuration des observations, j'ai examiné encore si effectivement les différentes corrections de l'horloge, employées par M. Liapounov pour transformer les passages en ascensions droites, jouissaient chaque fois de la certitude requise. J'ai pris pour règle que toute ascension droite est valable, pour laquelle la correction de l'horloge est basée sur au moins deux étoiles fondamentales, observées à moins de 12 heures de distance de l'astre à déterminer. Les ascensions droites pour lesquelles, dans l'espace de $\mp$ 12 heures, il n'y avait aucune étoile fondamentale, ont été rejetées; d'autres ascensions droites, pour lesquelles une seule étoile fondamentale se trouvait dans l'intervalle de $\mp$ 12 heures, ont bien été retenues, mais notées par un astérisque comme moins sûres.

Quant au second point, de faire répondre les positions finales aux vrais éléments de réduction, tels que je les avais donnés dans l'introduction des *P. M.*, il y avait à ajouter aux positions, trouvées d'après la réduction antérieure, les corrections suivantes.

Pour les ascensions droites.

J'ai indiqué, *P. M.* p. XLII, une correction moyenne de $-0^s,0253$, pour les ascensions droites des 35 étoiles fondamentales, *O. D.* Vol. VI. p. LXVIII. Cette correction change de $-0^s,00054$ par an, ou elle est $\varkappa = -0^s,0242$ pour 1823,0, et $\varkappa = -0^s,0329$ pour 1839,0. Si l'on réunit à ces chiffres $\varkappa$, l'effet $-\beta$ de la nutation, changée de $8'',977$ en $9'',223$, β étant donné *P. M.* p. XXV. tab. II, nous avons à ajouter aux ascensions droites apparentes, calculées avec les éléments des *O. D.* VI, les corrections que voici:

*

	$\varkappa - \beta$		$\varkappa - \beta$
1823,0	— $0\overset{s}{,}002$	1831,0	— $0\overset{s}{,}040$
1824,0	+ 0,002	1832,0	— 0,049
1825,0	+ 0,003	1833,0	— 0,054
1826,0	+ 0,001	1834,0	— 0,058
1827,0	— 0,004	1835,0	— 0,058
1828,0	— 0,012	1836,0	— 0,055
1829,0	— 0,021	1837,0	— 0,049
1830,0	— 0,031	1838,0	— 0,041
1831,0	— 0,040	1839,0	— 0,034.

Dans ce tableau, la partie variable de la correction de la nutation, qui serait $-b \tang \delta$, voyez *P. M.* p. XXV, ne se trouve point. Mais elle peut être négligée ici, parce que b ne va qu'à $\mp 0\overset{s}{,}016$ et que $\tang \delta$ est une fraction tantôt positive, tantôt négative. La moyenne des $\tang \delta$, pour les étoiles fondamentales étant $+0,19$, cette correction ne s'élève, dans son maximum, qu'à $\mp 0\overset{s}{,}003$.

L'effet du changement de l'aberration, de $20\overset{''}{,}255$ à $20\overset{''}{,}455$, sur l'ascension droite d'une étoile et sur la correction de l'horloge, est de $\lambda = -a \sec \delta$, a étant pris *P. M.* p. XXV. tab. I. qui offre le maximum $\lambda = \mp 0\overset{s}{,}012$. En supposant, ce qui est approximativement juste, qu'en général l'ascension droite moyenne des étoiles fondamentales qui déterminent la correction de l'horloge, ne s'écarte que peu de l'ascension droite de l'astre à déterminer, et en considérant que $\sec \delta$ peut être pris $= 1$, pour les étoiles fondamentales: λ s'exprime par $\lambda = -0\overset{s}{,}012 \cos t$, t étant le temps vrai, ou d'assez près le temps moyen de l'observation de l'astre. On a donc les petites quantités λ dans la table suivante:

$t =$		$\lambda =$	$t =$	
0^h et	0^h	$-0\overset{s}{,}012$ +	12^h et	12^h
1	23	— 0,012 +	11	13
2	22	— 0,010 +	10	14
3	21	— 0,008 +	9	15
4	20	— 0,006 +	8	16
5	19	— 0,003 +	7	17
6	18	0,000	6	18.

D'après cette table, la correction de l'ascension droite du Soleil, t étant $= 0$, serait $-0\overset{s}{,}012$. Mais il en est autrement dans la réalité, vu que les étoiles fondamentales qui donnent les corrections de l'horloge, pour le passage du Soleil, sont observées d'ordinaire à une distance considérable du Soleil, le soir et le matin, aux environs de 6^h et de 18^h, où $\lambda = 0$. L'inspection des journaux m'a convaincu qu'en mettant $\lambda = 0$ pour le Soleil, on s'écarte si peu de la vérité, que pour la moyenne de plusieurs ascensions droites voisines du Soleil, l'erreur commise ne s'élève guère à $0\overset{s}{,}003$.

Pour les déclinaisons.

Toutes les déclinaisons, déduites avec les éléments *O. D.* Vol. VI., exigent une correction à peu près constante $c = -0''{,}40$. Voyez *P. M.* p. XXXVIII. C'est la seule correction qui touchait également mes observations de 1822 à 1826, et celles de Preuss de 1827 à 1838. Mais ces dernières, par suite d'un changement successif dans le coefficient de la flexion, avaient besoin encore d'une autre correction dP, donnée *P. M.* p. LXVIII. En réunissant les deux corrections en une seule $c' = c + dP$, nous avons le tableau suivant:

	1822 à 1826	1827,0	1830,0	1833,0	1836,0	1839,0
$\delta =$	$c' =$	$c' =$	$c' =$	$c' =$	$c' =$	$c' =$
— 25°	+ 0″,51	— 0″,19	+ 0″,51	+ 1″,21	+ 1″,94	+ 2″,43
— 20	+ 0,46	— 0,24	+ 0,46	+ 1,16	+ 1,85	+ 2,34
— 10	+ 0,43	— 0,25	+ 0,43	+ 1,11	+ 1,79	+ 2,25
0	+ 0,41	— 0,23	+ 0,41	+ 1,05	+ 1,70	+ 2,13
+ 10	+ 0,40	— 0,19	+ 0,40	+ 0,99	+ 1,59	+ 1,99
+ 20	+ 0,40	— 0,14	+ 0,40	+ 0,94	+ 1,47	+ 1,83
+ 30	+ 0,40	— 0,07	+ 0,40	+ 0,87	+ 1,34	+ 1,65.

Les différentes corrections indiquées ont été dûment employées dans les tableaux des positions du Soleil, de la Lune et des planètes que contient ce mémoire. C'est ainsi, et par le travail d'épuration des observations de Preuss, que je crois donner des positions d'une haute exactitude et qui répondent à des élements de réduction parfaitement uniformes et justes. Quant aux ascensions droites, je remarque encore que, dans mon catalogue fondamental *P. M.* p. XLI, la moyenne des ascensions droites est de $0^s{,}040$ plus grande que celle des *Tabulae Reg.*, ou que je place le point équinoxial de $0''{,}60$ en arc plus à l'occident que Bessel. Il est intéressant de voir, qu'en subdivisant les étoiles fondamentales en groupes de 6 heures, il se trouve

depuis	$0^h{,}0$	à	$6^h{,}0$	$S = B + 0^s{,}040$
	6,0	«	12,0	+ 0,056
	12,0	«	18,0	+ 0,047
	18,0	«	0,0	+ 0,019
			Moyenne	+ 0,040.

Poulkova, en Octobre 1852.

Premier tableau.

POSITIONS OBSERVÉES DU SOLEIL.

Remarques.

1. Le tableau contient 216 positions du Soleil des années 1823 à 1826, observées par W. Struve, et 566 positions observées par Preuss, en 1827 à 1838. Du premier nombre il y a 9 observations incomplètes, où l'ascension droite manque; dans le second nombre, 75 ascensions droites et 24 déclinaisons manquent. La somme totale fait donc 782 positions du Soleil, dont 674 complètes et 108 incomplètes.
2. Les déclinaisons, données dans le tableau, sont déjà délivrées de l'effet de la parallaxe, calculée d'après M. Encke.
3. En 1823 à 1826 l'instrument était pourvu de 5 fils verticaux, disposés à la distance des fils voisins de 20 secondes pour l'équateur. L'arrangement de l'observation du Soleil était dans cette période le suivant.
   a. Passage du premier bord aux deux premiers fils verticaux.
   b. Déclinaison de l'un des bords, supérieur ou inférieur, environ 1^m avant son passage.
   c. Déclinaison de l'autre bord, inférieur ou supérieur, près du moment du passage par le fil du milieu.
   d. Passage du second bord aux deux derniers fils du réticule.

   Pour la déclinaison, W. Struve ne lisait, en 1823, que deux verniers pour chaque bord, p. e les verniers I et III pour le bord supérieur, et II et IV pour le bord inférieur. Il y avait cependant, pour quatre jours successifs, une règle, strictement observée dans le choix des verniers à lire, que voici :

premier	jour: bord sup.,	verniers	I et III;	bord inf.	verniers	II et IV,
second	« « inf.	«	I « III	« sup.	«	II « IV,
troisième	« « sup.	«	II « IV	« inf.	«	I « III,
quatrième	« « inf.	«	II « IV	« sup.	«	I « III.

   Ces quatre observations ayant été faites dans la même position du cercle vertical, soit à l'ouest soit à l'est du tube, l'instrument a été renversé à la position opposée du cercle. Depuis 1824, tous les quatre verniers ont été lus, pour chacun des deux bords.
4. La seconde période de l'usage du cercle meridien de Reichenbach embrasse les années 1827 à 1838, période pendant laquelle les observations étaient confiées à Preuss. Celui-ci, pour augmenter l'exactitude des ascensions droites, ajouta en 1828 deux fils extérieurs, chacun à 50^s de distance du fil du milieu, et depuis 1830 encore deux fils qui étaient à 60^s du fil du milieu. Depuis 1832 le nombre des fils accrut même à 13, par l'interposition de fils intermédiaires.

Voyez *O. D.* Vol. VII. p. III et Vol. VIII. p. III. C'est par ce moyen, que Preuss put observer les passages des deux bords successivement par 2, 3 et 5 fils. L'arrangement des observations du Soleil était le suivant.

a. Passage du premier bord sur les premiers fils.

b. Déclinaison d'un bord, a peu prés 1^m avant qu'il passait le fil du milieu.

c. Passage du second bord sur les mêmes premiers fils.

d. Décl. de l'autre bord, environ 1^m après son passage par le fil du milieu.

Dans les observations de Preuss l'instrument restait dans la même position, par des périodes de plus longue durée. Mais dans chaque position, l'observation verticale commençait alternativement par le bord supérieur ou inférieur.

5. Entre les deux séries, il existe cette différence, que Struve observait le passage des deux bords opposés du Soleil sur les fils opposés, des deux côtés du fil du milieu, mais que les passages des deux bords, observés par Preuss, tombaient sur les mêmes fils, antérieurs au fil du milieu. Ce dernier procédé paraît donner un avantage pour l'évaluation du diamètre horizontal du Soleil, à l'aide de la durée du passage, mais il est en désavantage pour la détermination de l'ascension droite du centre du Soleil, détermination qui, chez Preuss, est influencée par la distance des fils latéraux au fil du milieu. Cette circonstance n'est cependant d'aucun effet sensible, vu le soin continuel voué à la détermination de la distance des fils, par le calcul de tous les passages observés de l'étoile polaire. Quant aux ascensions droites déterminées par Struve, il est évident, que toute incertitude, produite par la distance des fils, disparaît dans la combinaison des observations faites dans les deux positions de l'instrument.

6. Le tableau contient, à côté de la position observee, la comparaison de cette position avec les éphémérides. J'ai comparé, pour les années 1823 à 1829, les éphémérides de Schumacher, depuis 1830 celles de M. Encke. Il faut remarquer ici que, pour 1823 à 1828, l'éphéméride du Soleil des tables de Schumacher est calculée sur les tables de M. Carlini, mais pour 1829, comme dans l'éphéméride de M. Encke, sur les tables de Bessel publiées dans les *Astr. Nachrichten* Vol. VI. p. 309. Cependant feu M. Schumacher a donné, dans les *Astr. Nachr.* Vol. V. p. 437. et à la fin de l'éphéméride de 1828, les corrections à ajouter à l'éphéméride imprimée, afin qu'elle réponde aux tables de Bessel, pour les derniers six mois de 1827 et pour toute l'année 1828. C'est ainsi que j'ai dû comparer les positions du Soleil observées, pour 1823 jusqu'à la fin du Juin 1827 avec les tables de Carlini, mais à partir du premier Juillet 1827 avec les tables de Bessel. Voilà pourquoi le tableau donne la comparaison des éphémérides sous les deux inscriptions: *Observation — tables de Carlini*, et *Observation tables de Bessel*, pour les deux périodes 1823 à 1827,5 et 1827,5 à 1838.

7. A l'aide des comparaisons données, l'exactitude des positions observées se déduit facilement, au moins d'une manière très-approximative. En calculant, pour 1824 et pour 1829 les corrections moyennes mensuelles des éphémérides, et en les comparant avec les différences isolées de chaque jour, j'ai trouvé

	1823 à 26	1827 à 38.
l'erreur prob. d'une asc. dr. observée du Soleil	$\mp$ 0ˢ,078	$\mp$ 0ˢ,090
« « « décl. « « «	$\mp$ 0",78	$\mp$ 0",75.

8. Quant aux corrections qu'indique le tableau pour les ascensions droites calculées sur les tables de Bessel, nous trouvons à partir de 1829, époque où les éphémérides donnent pour la premiere fois les positions du Soleil calculées directement des tables de Bessel, les moyennes annuelles suivantes, auxquelles il faut ajouter une petite émendation pour le changement de la nutation :

	Nombre des obs.	Correction moyenne de l'asc. dr.	Pour la nutation.	Correction totale.
1829	72	+ 0ˢ,070	+ 0ˢ,003	+ 0ˢ,073
1830	46	+ 0,112	+ 0,007	+ 0,119
1831	77	+ 0,163	+ 0,016	+ 0,179
1832	56	+ 0,104	+ 0,022	+ 0,126
1833 à 35	45	+ 0,137	+ 0,027	+ 0,164
1836 à 38	69	+ 0,130	+ 0,013	+ 0,143.
			Moyenne pour 1833,5	+ 0,134 $\mp$ 0ˢ,007.

Cette correction des ascensions droites tabulaires répond, quant au signe, à la position des équinoxes plus occidentale de 0ˢ,040 dans les *P. M.*, que dans les *Tabulae Regiomontanae*, quantité qui pour 1833, devait accroître à 0ˢ,048. Mais il reste toujours une différence de 0ˢ,134 — 0ˢ,048 = 0ˢ,086, ou de 1",29 du grand cercle, et qui paraît indiquer que le mouvement moyen du Soleil, tel qu'il est donné dans les tables de Bessel, doit encore être augmenté. Une telle augmentation ne pourrait s'expliquer autrement, que par une erreur considérable dans les équinoxes de Bradlei, déterminés à l'aide d'instruments non protégés contre l'action du Soleil, si nous étions sûrs, qu'il n'y a point d'équation personelle dans l'observation du passage du Soleil, faite par différents astronomes. On verra cependant plus bas que de telles équations personnelles n'existent guère ou qu'elles sont du moins très petites, dans les diamètres du Soleil observés par Bessel, Struve et Preuss, quoiqu'il fût à présumer que l'influence de ces équations, si elles existent, soit plus grande pour les durées des passages, que pour les ascensions droites du Soleil.

I. POSITIONS DU SOLEIL.

Observations de W. Struve.

Date.		Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat	Déclinaison observée	Observ. — tables de Carlini asc.	décl.
1823.	Mars 10	23ʰ 19ᵐ 50ˢ,40	— 4° 19′ 40″,1	+ 0ˢ,65	+ 2″,9
	11	23 23 30,94	— 3 56 10,8	+ 0,39	+ 1,7
	12	23 27 11,48	— 3 32 35,6	+ 0,44	+ 3,6
	14	23 34 31,61	— 2 45 23,0	+ 0,51	+ 2,8
	15	23 38 11,30	— 2 21 43,8	+ 0,59	+ 2,6
	17	23 45 29,70	— 1 34 20,3	+ 0,54	+ 3,9
	18	23 49 8,57	— 1 10 39,7	+ 0,52	+ 2,4
	21	0 0 3,95	+ 0 0 26,8	+ 0,40	+ 3,5
	26	0 18 14,10	+ 1 58 33,8	+ 0,60	+ 4,9
	27	0 21 51,75	+ 2 22 2,4	+ 0,44	+ 2,9
	Avril 7	1 1 52,98*	+ 6 36 15,7	+ 0,72	+ 3,2
	10	1 12 51,11	+ 7 43 33,0	+ 0,37	+ 1,1
	15	1 31 14,26	+ 9 33 8,3	+ 0,56	+ 4,6
	27	2 15 58,39	+ 13 38 23,0	+ 0,74	— 0,1
	Mai 9	3 1 53,83	+ 17 11 39,0	+ 0,47	— 2,0
	19	3 41 13,16	+ 19 38 24,2	+ 0,48	+ 0,4
	Sept. 7	11 0 52,44	+ 6 19 11,9	+ 0,65	— 1,2
	12	11 18 52,80	+ 4 25 44,6	+ 0,49	— 3,8
	14	11 26 4,15	+ 3 39 50,7	+ 0,64	— 2,0
	16	11 33 14,75	+ 2 53 40,3	+ 0,39	— 1,5
	17	11 36 50,08	+ 2 30 27,9	+ 0,38	— 3,3
	18	11 40 25,49	+ 2 7 12,9	+ 0,46	— 4,9
	20	11 47 36,11	+ 1 20 41,1	+ 0,39	— 2,4
	21	11 51 11,73*	+ 0 57 19,8	+ 0,59	— 3,3
	22	11 54 47,12	+ 0 33 58,8	+ 0,50	— 2,2
	26	12 9 10,41	— 0 59 39,3	+ 0,60	— 1,3
	Oct. 1	12 27 13,83	— 2 56 42,3	+ 0,51	— 2 1
	2	12 30 51,36	— 3 20 2,8	+ 0,54	— 1,9
	3	12 34 29,05	— 3 43 21,3	+ 0,42	— 1,8
	4	12 38 7,16	— 4 6 37,3	+ 0,39	— 1,8

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée	Observ. — tables de Carlini asc.	décl.
1823.	Oct.	6	12h 45m 24s,25	— 4° 53′ 1″,0	+ 0s,15	— 2″,7
		7	12 49 3,74	— 5 16 5,5	+ 0,44	— 1,1
		9	12 56 23,32	— 6 2 5,1	+ 0,41	— 1,3
		11	13 3 44,64	— 6 47 46,5	+ 0,42	— 2,7
		12	13 7 25,82	— 7 10 28,3	+ 0,28	— 2,6
		13	13 11 7,65	— 7 33 4,2	+ 0,31	— 2,7
		14	13 14 50,01	— 7 55 31,6	+ 0,39	— 0,8
		27	14 3 54,09	— 12 35 30,8	+ 0,43	+ 1,0
	Nov.	7	14 47 2,28	— 16 7 23,1	+ 0,32	+ 0,6
		9	14 55 3,47	— 16 42 39,4	+ 0,29	+ 0,2
		14	15 15 21,12	— 18 5 44,4	+ 0,46	— 0,9
		15	15 19 27,03	— 18 21 25,6	+ 0,39	— 0,9
	Déc.	2	16 31 13,44*	— 21 53 40,2	+ 0,47	0,0
		3	16 35 33,60*	— 22 2 37,7	+ 0,63	— 0,4
		10	17 6 8,48	— 22 53 4,3	+ 0,07	+ 2,4
		11	17 10 32,93	— 22 58 28,8	+ 0,46	+ 3,8
1824.	Jan.	13	19 36 12,48	— 21 37 17,5	+ 0,50	+ 0,2
		15	19 44 50,04	— 21 16 37,0	+ 0,39	+ 1,3
		16	19 49 7,94	— 21 5 40,9	+ 0,46	+ 0,8
		18	19 57 41,44	— 20 42 34,7	+ 0,37	+ 1,6
	Févr.	1	20 56 12,52	— 17 19 28,3	+ 0,35	+ 4,1
		23	22 22 52,56	— 10 7 11,6	+ 0,35	+ 2,2
		25	22 30 28,14	— 9 23 5,1	+ 0,22	+ 2,6
		26	22 34 15,08	— 9 0 49,5	+ 0,19	+ 1,9
		27	22 38 1,46	— 8 38 24,3	+ 0,15	+ 2,8
		29	22 45 32,75	— 7 53 12,1	+ 0,27	+ 4,1
	Mars	3	22 56 45,58	— 6 44 36,6	+ 0,20	+ 3,1
		22	0 6 28,27	+ 0 42 9,8	+ 0,24	+ 4,1
		23	0 10 6,32	+ 1 5 47,1	+ 0,23	+ 2,8
		26	0 21 0,30	+ 2 16 29,8	+ 0,25	+ 1,3
		27	0 24 38,23	+ 2 39 58,6	+ 0,19	+ 0,5
		28	0 28 16,20	+ 3 3 25,1	+ 0,15	+ 0,4
		31	0 39 10,53	+ 4 13 24,0	+ 0,15	+ 2,6
	Avril	6	1 1 1,86	+ 6 30 59,5	+ 0,05	+ 0,9
		7	1 4 40,96	+ 6 53 34,2	+ 0,03	+ 1,2

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.		Asc. droite observée	Déclinaison observée	Observ. — tables de Carlini asc.	décl.
		à midi vrai de Dorpat.			
1824.	Avril 12	$1^h22^m59^s,98$	+ 8° 44′ 32″,8	+ $0^s,05$	+ 1″,3
	16	1 37 44,62	+ 10 10 43,8	+ 0,19	+ 0,3
	23	2 3 47,83	+ 12 34 59,6	+ 0,29	+ 0,9
	24	2 7 32,99	+ 12 54 48,1	+ 0,30	— 0,5
	28	2 22 38,33	+ 14 11 56,1	+ 0,05	— 3,3
	30	2 30 14,21	+ 14 49 12,1	+ 0,05	0,0
	Mai 1	2 34 2,96	+ 15 7 26,0	+ 0,06	— 0,6
	2	2 37 52,65	+ 15 25 25,7	+ 0,48	— 0,4
	3	2 41 42,18	+ 15 43 8,0	+ 0,21	— 2,2
	4	2 45 32,58	+ 16 0 38,6	+ 0,28	0,0
	24	4 4 17,03*	+ 20 48 1,9	+ 0,47	— 0,2
	Juin 8	5 5 34,62*	+ 22 52 20,8	+ 0,26	— 0,2
	11	5 17 59,21*	+ 23 6 38,1	+ 0,37	— 0,9
	13		+ 23 14 7,0		— 2,5
	14	5 30 25,68	+ 23 17 16,2	+ 0,51	— 1,8
	17	5 42 53,64	+ 23 24 15,1	+ 0,75	— 0,4
	21	5 59 31,75	+ 23 27 45,0	+ 0,65	— 0,6
	22	6 3 41,16	+ 23 27 35,7	+ 0,45	— 0,2
	24	6 12 0,54	+ 23 26 2,0	+ 0,70	— 0,3
	25	6 16 9,78	+ 23 24 37,3	+ 0,50	— 1,0
	Août 26	10 20 1,07	+ 10 23 31,0	+ 0,59	— 4,9
	28	10 27 20,03	+ 9 41 22,0	+ 0,45	— 3,4
	29	10 30 59,09	+ 9 20 3,0	+ 0,52	— 3,2
	30	10 34 37,44	+ 8 58 35,9	+ 0,24	— 2,3
	Sept. 5	10 56 22,65	+ 6 47 0,7	+ 0,40	— 2,2
	6	10 59 59,20	+ 6 24 41,0	+ 0,40	— 1,1
	8	11 7 11,74	+ 5 39 38,8	+ 0,45	— 2,9
	10	11 14 23,68	+ 4 54 15,0	+ 0,58	— 3,5
	12	11 21 34,68	+ 4 8 29,5	+ 0,28	— 5,2
	15	11 32 21,28	+ 2 59 23,8	+ 0,45	— 2,2
	17	11 39 32,28	+ 2 12 58,4	+ 0,59	— 3,5
	19	11 46 43,17	+ 1 26 26,5	+ 0,53	0,0
	20	11 50 18,69	+ 1 3 1,4	+ 0,48	— 4,0
	21	11 53 54,30	+ 0 39 40,3	+ 0,45	— 2,2
	22	11 57 29,83	+ 0 16 14,7	+ 0,25	— 3,6

*

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.		Asc. droite observée à midi vrai	Déclinaison observée de Dorpat.	Observ. — tables de Carlini asc.	décl.
1824.	Sept. 23	12^h 1^m $5^s,86$	— $0°$ $7'$ $9'',9$	+ $0^s,43$	— $2'',9$
	24	12 4 41,85	— 0 30 35,3	+ 0,43	— 2,4
	25	12 8 18,08	— 0 54 0,7	+ 0,54	— 1,5
	26	12 11 54,24	— 1 17 26,1	+ 0,41	— 0,6
	29	12 22 44,41	— 2 27 41,4	+ 0,57	— 1,7
	Oct. 2	12 33 36,30	— 3 37 42,0	+ 0,35	— 1,5
	3	12 37 14,28	— 4 0 57,1	+ 0,40	— 1,1
	5	12 44 31,13	— 4 47 19,7	+ 0,43	— 1,8
	8	12 55 29,13	— 5 56 24,9	+ 0,40	— 1,6
	18	13 32 34,22	— 9 40 49,7	+ 0,52	— 1,8
	19	13 36 19,80	— 10 2 37,3	+ 0,40	— 2,4
	23	13 51 29,47	— 11 28 9,5	+ 0,66	+ 1,1
	Déc. 3	16 38 50,49	— 22 9 0,3	+ 0,40	+ 2,4
	6	16 51 54,81	— 22 32 17,9	+ 0,53	+ 2,1
	19	17 49 17,94	— 23 26 19,6	+ 0,57	+ 2,0
1825.	Jan. 2	18 51 24,51*	— 22 56 5,7	+ 0,31	+ 3,2
	12	19 35 8,29	— 21 39 41,9	+ 0,44	— 0,3
	29	20 47 0,69	— 17 56 28,4	+ 0,20	+ 1,9
	Févr. 4	21 11 26,95	— 16 14 6,3	+ 0,13	+ 1,8
	26	22 37 7,12	— 8 43 46,2	+ 0,07	+ 2,9
	27	22 40 53,04	— 8 21 18,4	+ 0,12	+ 1,6
	Mars 7	23 10 41,31	— 5 17 38,3	0,00	+ 1,8
	8	23 14 23,12	— 4 54 16,4	+ 0,25	+ 3,2
	9	23 18 4,11	— 4 30 52,9	+ 0,04	+ 2,2
	10	23 21 44,96	— 4 7 24,9	+ 0,04	+ 2,2
	11	23 25 25,39	— 3 43 53,9	— 0,06	+ 2,1
	12	23 29 5,77	— 3 20 19,1	+ 0,08	+ 3,0
	14	23 36 25,74	— 2 33 4,4	+ 0,41	+ 2,9
	15	23 40 5,00	— 2 9 24,7	+ 0,21	+ 2,5
	16	23 43 44,12	— 1 45 42,9	+ 0,10	+ 3,0
	17	23 47 23,11	— 1 22 1,6	+ 0,05	+ 2,2
	18	23 51 1,87	— 0 58 19,3	— 0,03	+ 1,8
	19	23 54 40,78	— 0 34 36,7	+ 0,20	+ 1,7
	20	23 58 19,05	— 0 10 57,2	— 0,05	— 1,2
	25	0 16 30,08	+ 1 47 19,0	+ 0,12	+ 1,4

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée	Déclinaison observée	Observ. — tables de Carlini asc.	décl.
			à midi vrai de Dorpat.			
1825.	Avril	1	$0^h41^m55^s,90$	+ 4° 30′ 51″,8	+ 0s,30	— 0″,1
		4	0 52 50,53	+ 5 39 54,7	+ 0,10	+ 3,5
		8	1 7 26,30	+ 6 10 27,8	+ 0,29	+ 0,9
		9	1 11 5,78	+ 7 32 49,8	+ 0,29	+ 1,0
		10	1 14 45,57	+ 7 55 6,7	+ 0,32	+ 3,6
	Mai	2	2 36 56,05	+ 15 21 0,9	+ 0,22	+ 1,7
		9	3 3 54,70	+ 17 19 56,1	+ 0,58	+ 0,2
		11	3 11 42,30	+ 17 51 28,0	+ 0,53	+ 3,6
		12	3 15 37,04	+ 18 6 43,1	+ 0,53	+ 1,0
		19	3 43 16,38	+ 19 45 0,6	+ 0,22	— 0,4
	Juin	1	4 35 46,88	+ 22 3 0,8	+ 0,54	+ 2,1
		2	4 39 52,54	+ 22 11 1,2	+ 0,73	+ 1,0
		4	4 48 4,48	+ 22 25 55,5	+ 0,54	+ 1,9
		7		+ 22 45 19,2		+ 1,9
		8	5 4 33,25	+ 22 50 59,5	+ 0,75	+ 1,9
		9	5 8 41,04	+ 22 56 16,0	+ 0,59	+ 2,1
		10	5 12 49,38*	+ 23 1 6,1	+ 0,72	+ 0,1
		13	5 25 15,47	+ 23 13 16,0	+ 0,66	0,0
		19		+ 23 26 32,5		+ 0,3
		26		+ 23 23 11,1		— 3,0
		27		+ 23 21 5,4		— 1,8
		28		+ 23 18 36,0		+ 0,4
		30		+ 23 12 17,5		— 1,1
	Juil.	1		+ 23 8 33,6		— 0,1
		3		+ 22 59 48,4		— 2,4
		9	7 12 57,87	+ 22 24 6,9	+ 0,94	— 1,1
		11	7 21 8,17	+ 22 9 4,2	+ 0,74	— 1,8
		26	8 21 23,85	+ 19 29 35,5	+ 0,64	— 4,6
	Août	3	8 48 38,55	+ 17 34 0,5	+ 0,66	— 4,5
		4	8 56 30,10	+ 17 18 14,5	+ 0,57	— 3,0
		5	9 0 21,37	+ 17 2 9,0	+ 0,75	— 4,2
		25	10 15 27,36	+ 10 49 23,8	+ 0,45	— 3,6
	Sept.	7	11 2 42,62	+ 6 7 40,9	+ 0,54	— 3,3
		8	11 6 18,83	+ 5 45 10,0	+ 0,39	— 1,3
		13	11 24 18,74	+ 3 51 2,2	+ 0,59	— 3,6

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Carlini asc.	Observ. — tables de Carlini décl.
1825.	Sept.	14	11ʰ 27ᵐ 54ˢ,22	+ 3° 28′ 0″,2	+ 0ˢ,42	— 2″,7
		15	11 31 29,85	+ 3 4 54,8	+ 0,47	— 1,6
		16	11 35 5,24	+ 2 41 44,0	+ 0,33	— 2,5
		17	11 38 40,89	+ 2 18 30,9	+ 0,48	— 2,6
		23	12 0 13,96	— 0 1 31,6	+ 0,25	— 2,9
		27	12 14 38,44	— 1 35 10,5	+ 0,66	— 1,8
	Oct.	3	12 36 21,29	— 3 55 19,1	+ 0,72	— 4,3
		8	12 54 35,94	— 5 50 53,9	+ 0,40	— 3,1
		27	14 5 54,11	— 12 46 3,5	+ 0,56	— 1,0
	Nov.	10	15 1 10,42	— 17 8 32,3	+ 0,48	+ 0,2
	Déc.	7	16 55 14,36	— 22 37 29,6	+ 0,43	+ 3,8
		11	17 12 49,34	— 23 1 1,7	+ 0,48	+ 1,7
		13	17 21 38,98	— 23 10 0,7	+ 0,26	+ 3,8
		31	18 41 30,32	— 23 7 3,4	+ 0,63	+ 2,3
1826.	Jan.	1	18 45 55,28	— 23 2 24,3	+ 0,31	+ 4,4
		2	18 50 20,25	— 22 57 21,9	+ 0,31	+ 2,1
		3	18 54 45,04	— 22 51 50,7	+ 0,46	+ 1,0
		4	18 59 9,44	— 22 45 53,3	+ 0,59	— 1,2
		23	20 21 3,23*	— 19 30 46,2	+ 0,40	+ 1,1
		25	20 29 25,29	— 19 2 1,2	+ 0,29	+ 1,5
		27	20 37 44,48	— 18 31 52,9	+ 0,47	+ 1,5
	Févr.	15	21 54 4,46	— 12 46 9,5	+ 0,18	+ 3,8
		16	21 57 57,55	— 12 25 32,5	+ 0,12	+ 1,8
		17	22 1 50,08	— 12 4 40,3	+ 0,25	+ 3,2
		19	22 9 32,56	— 11 22 25,6	+ 0,06	+ 2,6
		20	22 13 23,08	— 11 1 1,0	+ 0,30	+ 3,4
		24	22 28 37,63	— 9 33 48,5	+ 0,29	+ 2,9
		25	22 32 24,81	— 9 11 35,3	+ 0,36	+ 5,0
	Mars	4	22 58 39,62	— 6 32 51,8	+ 0,40	+ 1,3
		6	23 6 5,36	— 5 46 31,6	+ 0,47	+ 3,8
		8	23 13 29,24	— 4 59 57,2	+ 0,33	+ 1,7
		13	23 31 52,87	— 3 2 26,5	+ 0,27	+ 0,2
		14	23 35 32,61	— 2 38 48,6	+ 0,24	+ 0,5
		16	23 42 51,51	— 1 51 27,9	+ 0,43	+ 1,8
		19	23 53 47,81	— 0 40 22,9	+ 0,42	+ 2,7

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Carlini asc.	Observ. — tables de Carlini décl.
1826.	Mars	20	$23^h 57^m 26^s,13$	— $0° 16' 41'',9$	+ $0^s,36$	+ $2'',4$
		22	0 4 42,51	+ 0 30 38,1	+ 0,39	+ 2,1
		29	0 30 7,63*	+ 3 15 24,0	+ 0,36	+ 4.5
	Avril	8	1 6 33,05	+ 7 5 1,9	+ 0,38	+ 3,0
		9	1 10 12,76	+ 7 27 24,9	+ 0,55	+ 1,8
		20	1 50 46,96	+ 11 24 13,5	+ 0,62	+ 1,7
		25	2 9 28,47	+ 13 4 49,6	+ 0,57	+ 2,2
	Mai	1	2 32 10,80*	+ 14 58 27,6	+ 0,59	+ 2,4
		2	2 35 59,68	+ 15 16 34,1	+ 0,51	+ 2,2
	Oct.	17	13 27 0,77	— 9 8 14,8	+ 0,63	— 4,3
		27	14 4 57,23	— 12 41 3,0	+ 0,63	— 2,8

Observations de Preuss.

Date.			Asc. droite	Déclinaison	asc.	décl.
1827.	Jan.	2		— 22 58 33,7		+ 0,2
		17	19 54 34,05		+ 0,46	
		21	20 11 34,97		+ 0,51	
	Févr.	7	21 21 32,92		+ 0,23	
		25		— 9 16 58,7		+ 3,7
	Mars	1		— 7 47 0,2		+ 3,8
		8	23 12 36,09*		+ 0,54	
	Avril	8	1 5 40,69*		+ 0,26	
		9		+ 7 22 3,6		+ 3,3
		10	1 12 59,70		+ 0,36	
		11		+ 8 6 29,5		+ 1,7
		12	1 20 19,52		+ 0,22	
		13		+ 8 50 25,2		+ 2,4
		14	1 27 40,64		+ 0,20	
		17		+ 10 16 24,2		— 1,4
		18	1 42 27,42		+ 0,44	
		19		+ 10 58 28,8		+ 0,9
		20	1 49 53,06		+ 0,42	
	Mai	30	4 25 40,10		+ 0,27	

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée	Observ. — tables de Carlini asc.	décl.
1827.	Mai	31		+ 21° 50′ 22″,0		+ 3″,3
	Juin	1		+ 21 58 56,9		+ 2,7
		2	$4^h 37^m 55^s,06$		+ 0^s,19	
		6		+ 22 36 3,1		— 1,5
		7	4 58 27,64		+ 0,42	
		11		+ 23 3 20,9		— 1,5
		12		+ 23 7 38,5		+ 1,1
		16	5 35 43,37	+ 23 20 32,9	+ 0,62	+ 0,3
		18	5 44 2,16	+ 23 24 30,8	+ 0,63	— 1,5
		19	5 48 11,62	+ 23 25 53,8	+ 0,53	— 1,3
		20	5 52 21,39	+ 23 26 53,1	+ 0,68	+ 0,1
		22	6 0 40,50	+ 23 27 32,0	+ 0,46	— 2,4
		23	6 4 50,48	+ 23 27 16,9	+ 0,80	— 1,0
		28	6 25 36,95	+ 23 19 41,5	+ 0,33	— 2,5

Date.			Asc. droite observée	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
	Juil.	2	6 42 11,46	+ 23 6 18,4	+ 0,14	— 0,2
		3	6 46 19,33	+ 23 1 55,5	+ 0,07	— 1,1
		4	6 50 27,07	+ 22 57 10,8	+ 0,18	+ 0,4
		5	6 54 34,38	+ 22 52 0,3	+ 0,15	0,0
		17	7 43 31,98	+ 21 19 40,2	+ 0,05	0,0
		19		+ 20 59 0,3		— 2,2
		20	7 55 36,09	+ 20 48 10,0	+ 0,05	— 1,6
		30	8 35 13,45	+ 18 41 4,8	+ 0,19	— 1,2
		31	8 39 7,89	+ 18 26 37,3	+ 0,23	— 0,4
	Août	7	9 6 11,39	+ 16 37 9,6	+ 0,25	+ 0,3
		8		+ 16 20 23,3		— 0,9
		17	9 44 1,13	+ 13 38 19,4	+ 0,09	— 1,5
	Sept.	25	12 5 40,70	— 0 36 56,5	+ 0,07	+ 0,5
		26	12 9 16,98	— 1 0 23,8	+ 0,23	— 1,0
		28	12 16 29,64		+ 0,16	
		29	12 20 6,40	— 2 10 38,7	+ 0,26	— 1,3

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
1827.	Oct.	5	12^{h}41^{m}51^s,62	— 4° 30′ 25″,6	+ 0^s,08	— 0″,8
		8	12 52 48,64	— 5 39 39,6	+ 0,01	— 0,5
		14	13 14 55,46*		+ 0,20	
		16	13 22 21,93	— 8 40 38,8	+ 0,29	+ 1,2
	Nov.	6	14 43 9,37	— 15 49 39,2	+ 0,24	+ 2,2
		22	15 48 40,17	— 20 2 2,3	+ 0,24	+ 0,1
		23	15 52 52,82		+ 0,14	
		26	16 5 35,95		+ 0,35	
		27	16 9 51,55	— 21 2 44,7	+ 0,16	+ 5,4
	Déc.	5	16 44 22,11	— 22 19 12,5	+ 0,27	+ 2,7
		27	18 21 36,96	— 23 21 56,2	+ 0,25	+ 2,7
		28	18 26 3,26	— 23 19 24,0	+ 0,28	+ 3,4
1828.	Févr.	8	21 24 33,54	— 15 30 50,7	+ 0,06	+ 2,7
		9	21 28 32,57	— 14 54 50,9	+ 0,13	+ 5,2
		10		— 14 35 43,8		+ 0,1
		11	21 36 27,96	— 14 16 12,7	— 0,06	+ 4,3
		12		— 13 56 33,5		+ 2,1
		13	21 44 20,47	— 13 36 38,1	— 0,05	+ 2,6
		24	22 26 47,12	— 9 44 27,5	— 0,19	+ 1,7
		29	22 45 38,64	— 7 52 33,0	— 0,14	+ 1,6
	Mars	1	22 49 23,22	— 7 29 46,9	— 0,18	+ 2,8
		5	23 4 17,28	— 5 57 48,9	+ 0,22	+ 0,7
		6	23 7 59,26	— 5 34 31,5	— 0,10	+ 5,1
		14	23 37 25,01	— 2 26 36,9	— 0,17	+ 2,4
		15		— 2 2 57,8		+ 1,1
		16	23 44 43,70	— 1 39 16,6	— 0,11	+ 1,1
		19	23 55 40,26	— 0 28 11,9	+ 0,01	— 0 9
		29	0 32 1,03	+ 3 27 29,5	+ 0,18	+ 1,5
	Avril	4	0 53 50,04	+ 5 46 4,7	— 0,05	+ 1,0
		7	1 4 46,66	+ 6 54 6,2	— 0,21	+ 0,3
		8	1 8 26,23	+ 7 16 35,2	— 0,01	+ 1,8
		9	1 12 5,92	+ 7 38 53,5	+ 0,03	0,0
		10	1 15 45,80	+ 8 1 4,4	— 0,02	— 1,5
	Mai	9	3 4 59,10*		— 0,11	
		12		+ 18 10 48,4		+ 0,6

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1828.	Mai	13	$3^h 20^m 38^s{,}08$*	+ 18° 25′ 42″,8	+ 0s,21	+ 0″,7
		14		+ 18 40 18,0		+ 0,1
		15	3 28 30,48	+ 18 54 35,2	— 0,22	+ 0,4
	Juin	14	5 30 34,00	+ 23 17 10,4	— 0,06	— 1,0
		21	5 59 40,51	+ 23 27 29,3	+ 0,09	— 3,2
		22	6 3 50,11	+ 23 27 22,2	+ 0,18	— 0,4
		24	6 12 8,80	+ 23 25 44,6	+ 0,08	— 2,8
		25	6 16 18,04	+ 23 24 23,1	+ 0,09	+ 0,2
		28	6 28 44,87	+ 23 17 40,5	+ 0,01	— 0,5
		29	6 32 53,58	+ 23 14 38,3	+ 0,09	+ 0,5
	Juil.	8	7 9 59,79	+ 22 29 1,3	— 0,01	0,0
		9	7 14 5,63	+ 22 21 58,5	+ 0,08	— 0,1
		16	7 42 33,58	+ 21 22 0,7	+ 0,03	— 0,7
		17	7 46 35,64	+ 21 11 59,1	+ 0,07	+ 0,4
		19	7 54 38,05	+ 20 50 47,7	+ 0,07	— 1,5
		20	7 58 38,47	+ 20 39 42,8	+ 0,13	+ 0,1
		21	8 2 38,21	+ 20 28 14,0	+ 0,09	— 1,5
		22	8 6 37,24*	+ 20 16 28,2	— 0,10	+ 0,6
		26		+ 19 25 56,4		+ 1,3
		29	8 34 15,31	+ 18 44 37,6	+ 0,06	+ 0,8
		30	8 38 9,62	+ 18 30 14,1	— 0,08	+ 0,9
	Août	6	9 5 14,47	+ 16 41 12,2	0,00	— 0,1
		8	9 12 53,33	+ 16 7 33,6	— 0,12	+ 1,0
		12		+ 14 57 10,0		+ 0,8
		15	9 39 21,86*	+ 14 1 53,0	— 0,15	+ 2,9
		18	9 50 34,63	+ 13 4 31,9	+ 0,08	+ 0,9
		19	9 54 17,61	+ 12 44 59,2	— 0,10	— 0,2
		20		+ 12 25 16,7		+ 0,9
		21		+ 12 5 20,7		+ 0,3
		28	10 27 24,98	+ 9 40 50,0	— 0,20	+ 1,4
		29	10 31 3,93	+ 9 19 30,6	— 0,09	+ 0,6
		30	10 34 42,46	+ 8 58 2,4	— 0,07	— 0,1
		31	10 38 20,46*	+ 8 36 27,6	— 0,27	+ 1,4
	Sept.	2		+ 7 52 48,7		0,0
		6	11 0 3,97	+ 6 24 4,6	— 0,35	+ 1,1

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1828.	Sept.	8	$11^h\ 7^m 17^s,09$	+ 5° 39′ 1″,5	— 0ˢ,03	+ 0″,1
		9	11 10 53,16	+ 5 16 23,9	— 0,11	+ 2,3
		11	11 18 5,00	+ 4 30 45,5	— 0,13	— 0,5
		15	11 32 27,54		— 0,02	
		16	11 36 3,06	+ 2 35 32,4	+ 0,08	+ 0,9
		18	11 43 13,90	+ 1 49 3,3	+ 0,11	+ 0,7
		19	11 46 49,19	+ 1 25 45,1	— 0,01	+ 0,5
	Oct.	4		— 4 24 39,9		+ 0,8
		5	12 44 36,15	— 4 47 50,5	— 0,05	+ 0,3
		6	12 48 15,32	— 5 10 56,2	0,00	+ 0,9
		19	13 36 26,70	— 10 3 6,6	+ 0,37	+ 1,5
		20		— 10 24 43,1		+ 2,0
		30	13 18 32,92	— 13 51 19,0	— 0,11	+ 2,9
		31		— 14 10 52,7		+ 2,9
	Nov.	1	13 26 21,92	— 14 30 17,5	— 0,36	— 1,8
		3	13 34 14,93*	— 15 8 12,0	+ 0,11	+ 1,6
		7		— 16 21 7,5		+ 0,7
		10	15 2 15,18	— 17 12 54,2	+ 0,07	+ 2,9
1829.	Jan.	20	20 9 32,36	— 20 7 30,8	+ 0,09	+ 4,8
		22		— 19 40 47,9		+ 0,9
		23	20 22 10,88	— 19 26 49,0	— 0,07	+ 3,4
		25	20 30 32,95*	— 18 57 51,0	+ 0,07	+ 4,6
		26	20 34 42,85*	— 18 42 52,0	+ 0,23	+ 3,9
	Févr.	2	21 3 28,48	— 16 48 43,1	0,00	+ 4,1
		7		— 15 18 16,7		+ 2,8
		8	21 27 36,12	— 14 59 24,5	+ 0,15	+ 1,3
		10	21 35 32,00	— 14 21 51,5	+ 0,09	+ 2,5
		11	21 39 28,86	— 14 1 12,7	+ 0,18	+ 3,9
		17	22 2 53,33	— 11 58 52,3	+ 0,23	+ 4,6
		18	22 6 44,58	— 11 37 50,0	— 0,02	+ 1,5
		22		— 10 11 41,0		+ 3,8
		24	22 29 39,49	— 9 27 42,2	— 0,15	+ 1,4
		28	22 44 44,39	— 7 58 1,4	— 0,02	+ 0,3
	Mars	1	22 48 29,03	— 7 35 15,6	— 0,26	+ 2,3
		6	23 7 6,33	— 5 40 7,1	— 0,12	+ 1,1

*

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai	Déclinaison observée de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
1829.	Mars	8		— 4° 53′ 28″,8		+ 1″,1
		10	23h 21m 52s,64	— 4 6 34,0	+ 0s,13	+ 2,7
		11	23 25 33,08	— 3 43 4,1	— 0,02	+ 1,4
		13	23 32 53,35	— 2 55 54,9	+ 0,04	+ 0,7
		14	23 36 33,07	— 2 32 15,9	+ 0,12	+ 1,9
		15	23 40 12,37	— 2 8 35,4	+ 0,04	+ 3,2
		16	23 43 51,25	— 1 44 56,0	— 0,19	+ 2,1
		18	23 51 9,22	— 0 57 34,0	+ 0,21	+ 1,6
		19	23 54 47,57	— 0 33 51,6	+ 0,06	+ 2,5
		20	23 58 25,89	— 0 10 8,5	+ 0,03	+ 4,3
		24	0 12 58,15	+ 1 24 25,5	— 0,01	+ 3,3
		26	0 19 13,95	+ 2 11 33,2	— 0,02	+ 4,4
		27	0 23 51,89	+ 2 34 59,4	+ 0,01	+ 1,0
		28	0 27 29,44	+ 2 58 28,1	— 0,39	+ 3,3
		29	0 31 7,97*	+ 3 21 50,9	+ 0,17	+ 3,1
		30	0 34 45,73	+ 3 45 10,1	— 0,12	+ 3,1
	Juin	11	5 17 6,81	+ 23 5 33,2	+ 0,03	— 0,2
		12	5 21 15,44	+ 23 9 37,2	+ 0,05	+ 1,3
		13		+ 23 13 14,1		0,0
		17	5 42 0,79	+ 23 23 42,2	+ 0,07	+ 1,8
		18	5 46 10,11	+ 23 25 16,3	+ 0,01	+ 1,1
		19	5 50 19,58	+ 23 26 25,4	+ 0,03	+ 0,1
		20	5 54 29,11	+ 23 27 10,7	+ 0,09	+ 0,3
		21	5 58 38,60	+ 23 27 33,6	+ 0,07	+ 2,7
		22	6 2 48,04	+ 23 27 26,4	+ 0,02	0,0
		23	6 6 57,60	+ 23 26 56,9	+ 0,09	— 0,3
		24		+ 23 26 3,8		+ 0,6
		25	6 15 16,36	+ 23 24 44,8	+ 0,05	+ 0,3
		30	6 36 1,23	+ 23 12 0,7	0,00	— 0,3
	Juil.	1	6 40 9,84	+ 23 8 12,5	+ 0,19	— 2,5
		3		+ 22 59 29,9		— 0,1
		8		+ 22 30 40,0		+ 0,9
		10	7 17 11,52	+ 22 16 22,4	— 0,01	— 0,1
		11	7 21 16,40	+ 22 8 41,2	— 0,04	+ 1,7
		13	7 29 24,94	+ 21 52 5,4	+ 0,04	+ 0,2

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1829.	Juil.	14	7h 33m 28s,64	+ 21° 43′ 15″,7	+ 0s,22	+ 1″,4
		15	7 37 31,49	+ 21 34 2,5	+ 0,06	+ 1,3
		18	7 49 37,56		+ 0,09	
		19	7 53 38,29		— 0,15	
		22	8 5 38,19*	+ 20 19 24,5	+ 0,03	+ 1,2
		25	8 17 33,04	+ 19 42 13,4	+ 0,15	+ 1,1
	Août	2		+ 17 48 56,4		+ 0,1
		9	9 15 46,86	+ 15 54 31,8	+ 0,06	+ 0,5
		11	9 23 22,13	+ 15 19 28,4	— 0,25	+ 0,8
		18		+ 13 9 19,4		+ 1,6
	Sept.	1	10 41 5,80	+ 8 19 58,8	— 0,16	+ 1,1
		7		+ 6 7 3,4		+ 0,2
		25	12 7 30,17*	— 0 48 48,2	+ 0,16	+ 0,7
		29	12 21 56,44	— 2 22 27,3	+ 0,28	+ 1,9
	Oct.	3	12 36 26,43	— 3 55 48,4	+ 0,21	+ 0,1
		4		— 4 19 2,0		+ 0,2
		11	13 5 42,75	— 6 59 46,9	+ 0,04	+ 2,0
		23	13 50 38,77	— 11 23 24,6	+ 0,21	+ 0,9
		24		— 11 44 25,9		+ 0,4
		25	13 58 17,06	— 12 5 16,5	+ 0,05	— 0,1
		28		— 13 6 36,4		+ 2,0
	Nov.	3	14 33 17,20	— 15 3 37,3	+ 0,10	+ 1,2
		11	15 5 18,20	— 17 25 31,2	+ 0,11	+ 1,5
		12	15 9 22,41	— 17 41 58,3	+ 0,43	+ 1,6
		24	15 59 15,23*	— 20 33 39,3	+ 0,08	+ 2,0
		25	16 3 30,03	— 20 45 36,7	+ 0,12	+ 3,0
	Déc.	1	16 29 14,16	— 21 49 10,3	+ 0,42	— 0,7
		5	16 46 36,10	— 22 23 9,7	+ 0,29	+ 1,1
		9	17 4 6,55	— 22 50 12,8	+ 0,17	0,0
		11	17 12 54,43	— 23 1 0,5	+ 0,05	+ 1,9
		16	17 35 0,95	— 23 20 1,7	+ 0,40	+ 2,5
		22	18 1 39,68	— 23 27 28,2	+ 0,32	+ 1,1
		25	18 14 59,73	— 23 24 47,8	+ 0,09	+ 2,2
1830.	Mars	8		— 4 59 10,1		+ 6,0
		11	23 24 38,37	— 3 48 53,9	+ 0,03	+ 1,8

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.		Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
1830.	Mars 21	$0^h\ 1^m 10^s,23$*	+ 0° 7′ 39″,2	— 0^s,05	+ 1″,6
	22	0 4 48,70	+ 0 31 21,5	+ 0,13	+ 3,3
	23	0 8 26,83	+ 0 54 58,1	+ 0,07	+ 0,6
	Avril 1	0 41 9,17	+ 4 25 58,3	+ 0,01	+ 4,2
	2	0 44 47,67	+ 4 49 1,8	+ 0,29	+ 1,2
	11	0 17 38,81	+ 8 12 25,8	+ 0,12	+ 0,5
	15		+ 9 39 31,6		+ 0,4
	21	0 54 37,42*	+ 11 45 18,6	+ 0,27	— 0,4
	22	0 58 21,40	+ 12 5 39,2	+ 0,17	+ 0,6
	28	2 20 55,31	+ 14 3 18,9	— 0,06	+ 3,2
	29		+ 14 22 8,7		+ 3,5
	Mai 2	2 36 8,31	+ 15 17 9,8	+ 0,35	+ 2,5
	4	2 43 47,76	+ 15 52 35,1	+ 0,37	+ 1,7
	5	2 47 38,06	+ 16 9 55,1	+ 0,15	+ 2,2
	6		+ 16 26 57,2		+ 0,8
	11	3 10 52,89	+ 17 48 2,3	— 0,11	— 0,3
	15	3 26 34,83	+ 18 47 37,3	+ 0,06	+ 0,4
	16	3 30 31,91	+ 19 1 44,7	+ 0,21	+ 0,8
	17	3 34 29,29	+ 19 15 33,2	+ 0,07	+ 1,5
	Juin 1	4 34 56,17	+ 22 1 9,0	+ 0,18	+ 1,3
	4	4 47 13,66	+ 22 24 17,4	+ 0,13	+ 0,6
	9	5 7 49,82*	+ 22 55 1,1	+ 0,24	+ 0,4
	10	5 11 57,70	+ 22 59 56,2	+ 0,02	— 1,4
	11	5 16 6,12	+ 23 4 28,6	+ 0,09	— 1,6
	12	5 20 14,71	+ 23 8 37,6	+ 0,08	— 1,0
	13	5 24 23,24*	+ 23 12 21,7	— 0,20	— 0,8
	28		+ 23 18 59,5		+ 0,5
	29	6 30 53,57*	+ 23 16 7,9	+ 0,02	+ 0,2
	30	6 35 2,24	+ 23 12 52,7	+ 0,09	+ 0,8
	Juil. 2	6 43 18,63*	+ 23 5 7,9	+ 0,02	+ 0,5
	4	6 51 34,04*	+ 22 55 46,1	+ 0,05	+ 0,1
	9	7 12 6,60	+ 22 25 24,3	— 0,10	— 0,9
	16	7 40 35,81	+ 21 26 45,6	+ 0,01	+ 0,6
	17	7 44 38,03	+ 21 16 54,1	— 0,07	+ 1,3
	20	7 56 41,98	+ 20 45 6,0	+ 0,06	— 0,8

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
			à midi vrai de Dorpat.			
1830.	Juil.	26	8h20m34s,47	+ 19° 32′ 13″,9	+ 0s,06	— 1″,4
		27	8 24 31,14	+ 19 18 57,6	+ 0,06	+ 0,4
	Août	18	9 48 46,74	+ 13 13 50,5	+ 0,16	— 1,0
		19	9 52 30,07	+ 12 54 24,8	+ 0,01	— 0,5
		20	9 56 13,19	+ 12 34 45,6	+ 0,15	— 1,4
		24	10 11 0,39	+ 11 14 16,6	+ 0,16	— 0,7
	Sept.	5	10 54 43,26*	+ 6 57 9,4	— 0,14	+ 1,7
		9	11 9 8,79*	+ 5 27 21,1	— 0,10	+ 2,6
		10		+ 5 4 37,7		+ 1,4
		11	11 16 20,55	+ 4 41 52,2	— 0,15	+ 3,3
		17	11 37 54,33	+ 2 23 33,5	+ 0,13	+ 1,4
		19	11 45 5,26	+ 1 36 59,8	+ 0,09	+ 0,1
		23	11 59 27,86	+ 0 3 32,4	+ 0,25	+ 0,9
		25	12 6 39,50	— 0 43 19,3	+ 0,12	— 0,8
		29	12 21 5,05	— 2 16 57,4	+ 0,23	— 0,2
	Oct.	1	12 28 19,34*	— 3 3 41,9	+ 0,50	— 1,8
		24	13 53 33,40	— 11 39 25,4	+ 0,19	+ 3,1
		31	14 20 33,82*	— 14 1 26,6	+ 0,23	+ 1,3
	Déc.	27	18 22 47,52	— 23 21 17,2	+ 0,37	+ 3,1
1831.	Févr.	20		— 11 5 38,0		+ 5,4
		25		— 9 16 23,8		+ 3,7
		26	22 35 22,07*	— 8 54 7,1	+ 0,29	+ 2,9
	Mars	10		— 4 18 11,5		+ 2,9
		11	23 23 44,00*	— 3 54 40,7	+ 0,11	+ 3,6
		12		— 3 31 8,7		+ 2,6
		14	23 34 44,43	— 2 43 53,1	— 0,05	+ 5,1
		17	23 45 42,85	— 1 32 52,8	+ 0,23	+ 4,0
		19	23 53 0,55	— 0 45 27,6	+ 0,30	+ 4,8
		20	23 56 39,17	— 0 21 46,9	+ 0,38	+ 3,4
		21	0 0 17,44	+ 0 1 55,9	+ 0,28	+ 4,6
		22	0 3 55,66	+ 0 25 37,3	+ 0,26	+ 5,4
		24	0 11 11,98	+ 1 12 54,7	+ 0,43	+ 5,9
		25	0 14 49,68	+ 1 36 28,7	+ 0,19	+ 4,2
		28	0 25 43,29	+ 2 46 58,8	+ 0,16	+ 2,4
		29	0 29 21,33	+ 3 10 23,7	+ 0,32	+ 3,0

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.		Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1831.	Mars 30	0ʰ32ᵐ59ˢ,21	+ 3°33′45″,0	+ 0ˢ,27	+ 3″,5
	31	0 36 36,99	+ 3 57 1,3	+ 0,06	+ 3,2
	Avril 1		+ 4 20 14,2		+ 3,7
	2	0 43 53,24	+ 4 43 22,8	+ 0,04	+ 4,5
	3		+ 5 6 24,0		+ 3,0
	4	0 51 10,29	+ 5 29 22,5	+ 0,30	+ 4,1
	8	1 5 45,88	+ 7 0 9,8	+ 0,08	+ 2,0
	9	1 9 25,28	+ 7 22 35,0	— 0,03	+ 1,5
	10	1 13 5,10	+ 7 44 54,0	+ 0,02	+ 2,2
	11	1 16 45,29	+ 8 7 5,0	+ 0,19	+ 2,7
	12	1 20 25,43	+ 8 29 6,0	+ 0,03	+ 1,4
	14	1 27 47,14	+ 9 12 45 4	+ 0,20	+ 1,9
	15	1 31 28,32	+ 9 34 22,0	+ 0,15	+ 2,5
	16	1 35 9,94	+ 9 55 49,5	+ 0,20	+ 3,7
	17	1 38 51,79	+ 10 17 2,3	+ 0,13	— 0,1
	18	1 42 34,16	+ 10 38 11,2	+ 0,21	+ 2,4
	19	1 46 17,00	+ 10 59 7,1	+ 0,41	+ 2,4
	21	1 53 43 31	+ 11 40 25,3	+ 0,24	+ 2,1
	22	1 57 27,08	+ 12 0 47,2	+ 0,14	+ 1,8
	23	2 1 11,32	+ 12 20 56,6	+ 0,10	+ 1,0
	25	2 8 41,51	+ 13 0 41,8	+ 0,37	+ 2,5
	26	2 12 27,05	+ 13 20 13,5	+ 0,25	+ 1,4
	27	2 16 13,27	+ 13 39 32,4	+ 0,32	+ 0,7
	28		+ 13 58 39,3		+ 1,4
	29		+ 14 17 31,5		+ 1,2
	Mai 3	2 39 1,17	+ 15 30 35,7	+ 0,33	— 1,0
	4	2 42 50,97	+ 15 48 18,5	+ 0,21	+ 2,6
	11		+ 17 44 17 0		+ 0,1
	14	3 21 41,85*		+ 0,06	
	16	3 29 35,30	+ 18 58 23,4	+ 0,40	+ 0,3
	17	3 33 32,43	+ 19 12 18,1	+ 0,16	+ 2,3
	18	3 37 30,76	+ 19 25 49,4	+ 0,56	+ 0,4
	19	3 41 28,84	+ 19 39 1,8	+ 0,14	— 0,6
	21	3 49 27,48	+ 20 4 30,4	+ 0,19	+ 1,5
	22	3 53 27,49	+ 20 16 41,2	+ 0,12	— 0,2

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1831.	Mai	23	$3^h 57^m 28^s,19$	+ 20° 28′ 33″,4	+ $0^s,23$½	+ 0″,3
		24	4 1 29,06*	+ 20 40 4,2	— 0,02	+ 0,5
		25	4 5 30,82	+ 20 51 13,5	+ 0,10	+ 0,4
		26	4 9 32,93	+ 21 2 0,9	+ 0,07	— 0,1
		27	4 13 35,52	+ 21 12 27,9	+ 0,03	+ 0,8
	Juin	2	4 38 1,32	+ 22 7 17,2	+ 0,13	0,0
		6		+ 22 36 11,9		— 0,3
		15	5 31 42,12	+ 23 17 58,3	+ 0,09	— 0,1
		16	5 35 51,46	+ 23 20 33,7	+ 0,14	— 1,1
		17	5 40 0,75	+ 23 22 46,7	+ 0,04	+ 0,3
		25	6 13 16,49	+ 23 25 25,4	+ 0,11	— 1,4
		26	6 17 25,75	+ 23 23 54,2	+ 0,15	— 1,0
		27	6 21 34,82	+ 23 21 58,2	+ 0,11	— 0,8
		28	6 25 43,81	+ 23 19 39,2	+ 0,13	+ 1,1
	Juil.	1	6 38 9,56	+ 23 10 10,1	— 0,01	+ 1,7
		3	6 46 25,73	+ 23 1 47,6	— 0,02	+ 0,8
		4	6 50 33,36*	+ 22 57 1,2	— 0,11	+ 1,4
		6	6 58 48,12	+ 22 46 15,2	+ 0,09	+ 1,3
		9	7 11 7,42	+ 22 27 6,4	+ 0,02	— 0,8
		10	7 15 13,06	+ 22 19 59,3	— 0,01	+ 1,1
		12	7 23 23,31*	+ 22 4 30,4	+ 0,14	— 0,8
		16	7 39 37,82*	+ 21 29 8,0	+ 0,09	+ 2,6
		17	7 43 40,02	+ 21 19 20,3	— 0,09	+ 1,7
		18	7 47 42,07		+ 0,12	
		22		+ 20 25 5,1		+ 1,6
	Août	4		+ 17 25 18,9		+ 1,4
		6	9 2 28,04	+ 16 53 8,9	+ 0,13	+ 2,0
		11	9 21 33,17*	+ 15 27 59,2	— 0,11	+ 0,7
		18	9 47 52,80	+ 13 18 34,4	+ 0,10	+ 2,6
		24	10 10 6,34		+ 0,16	
		30	10 32 4,43	+ 9 13 37,0	+ 0,08	+ 1,7
	Sept.	7	11 1 4,68	+ 6 17 52,3	+ 0,30	+ 0,9
		10	11 11 53,25	+ 5 10 6,1	+ 0,11	+ 1,5
		24		— 0 14 8,1		+ 1,6
		29	12 20 11,68	— 2 11 10,9	+ 0,08	+ 2,1

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
			à midi vrai de Dorpat.			
1831.	Oct.	9	12^h 56^m 35^s,35	— 6° 3′ 14″,0	+ 0^s,18	+ 0″,9
		10	13 0 15,75	— 6 26 5,6	+ 0,15	+ 1,4
		11	13 3 56,37*	— 6 48 52,9	— 0,10	+ 1,1
		14		— 7 56 36,4		+ 3,6
		16		— 8 41 16,9		+ 1,0
		18	13 29 56,49	— 9 25 24,0	— 0,15	+ 1,7
1832.	Févr.	12	21 40 31,14	— 13 56 0,5	+ 0,26	+ 4,8
		13	21 44 26,83	— 13 36 7,4	+ 0,21	+ 3,1
		15	21 52 16,11	— 12 55 37,6	+ 0,29	+ 3,7
		16	21 56 9,52	— 12 35 5,1	+ 0,22	+ 2,7
		19	22 7 45,53	— 11 32 13,4	+ 0,10	+ 3,2
		20	22 11 36,25		+ 0,14	
		21	22 15 26,27	— 10 49 24,5	+ 0,15	+ 3,0
		22	22 19 15,60	— 10 27 45,3	+ 0,10	+ 2,3
		23	22 23 4,39	— 10 5 54,9	+ 0,14	+ 3,1
		25	22 30 39,89*	— 9 21 48,6	— 0,02	+ 3,0
	Mars	7	22 11 48,05	— 5 10 34,2	+ 0,13	+ 3,5
		8	22 15 29,60	— 4 47 12,7	+ 0,10	+ 2,5
		9	22 19 10,83	— 4 23 45,8	+ 0,13	+ 3,5
		13	22 33 52,17	— 2 49 33,6	+ 0,16	+ 3,2
		14	22 37 31,73	— 2 25 55,5	+ 0,15	+ 3,0
		15	22 41 10,87	— 2 2 16,5	— 0,01	+ 2,3
		16	22 44 50,09	— 1 38 36,9	+ 0,15	+ 1,1
		22	0 6 40,83	+ 0 43 30,8	+ 0,14	+ 2,6
	Avril	9	0 12 13,10	+ 7 39 41,2	— 0,12	+ 3,8
		10	0 15 53,04	+ 8 1 51,2	— 0,04	+ 1,8
		11	0 19 33,33	+ 8 23 55,9	+ 0,12	+ 2,6
		12	0 23 13,71	+ 8 45 50,2	+ 0,10	+ 1,6
		13	0 26 54,40		+ 0,10	
		14	0 30 35,45		+ 0,12	
		18	0 45 22,96	+ 10 54 5,3	— 0,03	+ 0,4
		19	0 49 6,01	+ 11 14 53,8	+ 0,12	+ 1,8
		20	0 52 49,27		+ 0,07	
		21	0 56 32,67*		— 0,28	
		30	1 30 28,73*	+ 14 50 14,6	— 0,01	+ 1,5

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
			à midi vrai de Dorpat.			
1832.	Mai.	22	3ʰ56ᵐ30ˢ,23	+ 20° 25′ 45″,3	+ 0ˢ,31	+ 1″,3
		30		+ 21 48 27,3		+ 1,2
	Juin	2	4 41 9,05	+ 22 13 21,9	+ 0,07	+ 3,1
		4	4 49 21,74	+ 22 28 0,2	+ 0,09	+ 2,2
		8	5 5 50,90*		+ 0,09	
		12	5 22 23,96	+ 23 10 43,8	— 0,09	+ 2,8
		13	5 26 32,88	+ 23 14 15,0	+ 0,02	+ 2,9
		16	5 39 0,21	+ 23 22 18,9	+ 0,01	+ 0,9
		19		+ 23 26 43,6		+ 1,9
		22	6 3 57,06*	+ 23 27 24,0	— 0,09	+ 1,7
	Juil.	10	7 18 19,44	+ 22 14 20,5	+ 0,23	+ 1,3
		11	7 22 24,00	+ 22 6 29,4	+ 0,04	— 0,4
		13	7 30 32,13	+ 21 49 44,7	+ 0,02	+ 1,8
		22		+ 20 16 7,3		+ 0,4
		23	8 10 43,09*	+ 20 3 59,7*	+ 0,05	+ 2,0
		26	8 22 35,94*	+ 19 25 33,1*	+ 0,18	+ 2,7
		27	8 26 32,01	+ 19 12 3,9	— 0,16	+ 1,7
		29	8 34 23,37	+ 18 44 9,7	+ 0,20	+ 0,9
	Août	4	8 57 41,54	+ 17 13 17,0	+ 0,09	+ 2,8
		12	9 28 11,92	+ 14 56 39,5	+ 0,24	+ 3,2
		16	9 43 13,24	+ 13 42 26,0	0,00	+ 2,0
		22	10 5 30,83	+ 11 44 41,0	+ 0,09	+ 3,2
	Sept.	2	10 45 43,88	+ 7 52 8,7	— 0,03	+ 4,8
		8	11 7 24,10	+ 5 38 22,1	+ 0,01	+ 3,9
		23	12 1 17,73	— 0 8 21,8	— 0,04	+ 3,9
		26		— 1 18 38,5		+ 4,5
		29	12 22 56,12	— 2 28 53,6	+ 0,03	+ 3,3
	Oct.	3	12 37 26,32	— 4 2 9,7	+ 0,10	+ 3,5
		16	13 25 16,80	— 8 57 54,1	+ 0,08	+ 4,9
	Nov.	7	14 50 15,94*		+ 0,05	
		11	15 6 23,86	— 17 30 1,7	+ 0,09	+ 1,2
		28		— 21 22 4,3		+ 3,2
1833.	Févr.	24	22 29 44,56	— 9 27 11,9	0,00	+ 5,6
		25	22 33 31,61	— 9 4 56,5	— 0,03	+ 6,8
1834.	Févr.	23		— 9 54 43,8		+ 3,5

*

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai	Déclinaison observée de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
1834.	Mars	1	22h 47m 38s,44*	— 7° 40′ 28″,4	+ 0s,02	+ 1″,0
	Avril	3	0 48 29,54	+ 5 12 29,1	0,00	+ 0,7
		7	1 3 4,91*		— 0,02	
		18	1 43 33,15		+ 0,20	
		20	1 50 58,84	+ 11 25 23,1	+ 0,10	+ 1,7
		21	1 54 42,52	+ 11 45 51,9	+ 0,31	0,0
	Mai	1	2 32 23,33*	+ 14 59 28,0	— 0,04	+ 1,1
		5	2 47 42,65	+ 16 10 18,4	— 0,08	— 0,7
	Sept.	26	12 10 20,85	— 1 7 19,1	+ 0,15	— 0,1
		28	12 17 33,63	— 1 54 7,8	+ 0,09	+ 1,5
	Oct.	4	12 39 18,51	— 4 14 8,7	+ 0,16	+ 1,3
		11		— 6 55 7,0		— 0,2
		12	13 8 37,79*	— 7 17 46,4	— 0,04	+ 0,1
		30	14 16 46,20*	— 13 42 21,0	+ 0,03	+ 3,5
1835.	Mars	2	22 50 29,41		+ 0,25	
		4		— 6 37 15,9		+ 0,7
		5		— 6 14 7,8		+ 3,4
		6	23 5 22,94*		+ 0,21	
		7	23 9 5,17	— 5 27 43,8	+ 0,21	+ 2,0
		8		— 5 4 22,6		+ 3,9
	Juin	5	4 50 28,08	+ 22 29 57,5	+ 0,11	+ 0,8
		23	6 5 5,18*	+ 23 27 23,4	+ 0,06	+ 0,4
		26	6 17 33,87*	+ 23 24 2,4	+ 0,22	+ 1,7
		30	6 34 9,90	+ 23 13 47,2	+ 0,11	+ 1,9
	Juil.	2	6 42 26,44	+ 23 6 11,6	— 0,13	+ 1,1
		3	6 46 34,74	+ 23 1 48,1	+ 0,19	+ 1,4
		6	6 58 56,65	+ 22 46 12,5	+ 0,05	+ 1,4
		9	7 11 15,61	+ 22 27 3,2	+ 0,16	+ 1,1
		11	7 19 26,17*	+ 22 12 20,8	+ 0,13	+ 1,2
		18	7 47 49,16	+ 21 8 59,6	+ 0,20	+ 0,3
		21	7 59 51,53	+ 20 36 24,9	+ 0,16	+ 1,4
		22	8 3 51,16*	+ 20 24 51,3	+ 0,06	+ 1,9
	Août	7		+ 16 36 9,3		— 0,3
		29		+ 9 34 16,6		+ 0,4
	Sept.	1	10 39 28,65	+ 8 29 43,3	+ 0,11	— 1,3

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1835.	Sept.	5	10h 53m 57s,98	+ 7° 1′ 49″,7	+ 0s,07	— 0″,7
		6	10 57 34,71*	+ 6 39 33,9	+ 0,11	0,0
		7	11 1 11,26	+ 6 17 11,2	+ 0,20	+ 0,1
		8	11 4 47,34	+ 5 54 41,2	+ 0,02	— 0,8
		9	11 8 23,47	+ 5 32 7,4	+ 0,06	+ 0,5
		16	11 33 33,00	+ 2 51 43,2	+ 0,21	+ 1,5
		17	11 37 8,36	+ 2 28 30,6	+ 0,15	+ 0,1
		24		— 0 14 53,3		+ 0,8
		28	12 16 42,34	— 1 48 36,9	+ 0,22	+ 0,1
		30	12 23 55,79	— 2 35 22,3	+ 0,12	+ 2,0
	Oct.	1	12 27 32,95	— 2 58 46,3	+ 0,15	— 0,6
		2	12 31 10,24*	— 3 22 5,4	+ 0,05	— 0,3
		6		— 4 54 55,0		+ 1,1
		8	12 53 1,30	— 5 41 1,7	— 0,04	— 0,8
		9	12 56 41,34	— 6 3 54,1	+ 0,13	+ 2,7
		27	14 4 13,85	— 12 37 15,9	+ 0,19	— 0,1
	Nov.	4	14 35 25,82	— 15 14 1,3	+ 0,04	— 4,3
1836.	Mars	22	0 6 46,56	+ 0 44 7,1	+ 0,08	+ 0,9
		24	0 14 2,71*	+ 1 31 20,7	+ 0,05	— 1,3
	Avril	13	1 26 58,99	+ 9 8 6,5	0,00	+ 0,2
		21	1 56 38,74	+ 11 56 31,5	— 0,02	+ 1,1
	Mai	15	3 28 43,71	+ 18 55 31,3	0,00	+ 0,5
		16		+ 19 9 31,3		+ 3,3
		23	4 0 37,77	+ 20 37 47,3	+ 0,10	— 1,3
		27		+ 21 20 36,5		+ 1,1
		28	4 20 50,62	+ 21 30 25,0	+ 0,13	+ 2,7
	Juin	3	4 45 20,56	+ 22 21 8,2	— 0,16	— 1,0
		4	4 49 27,13*	+ 22 28 16,9	— 0,04	+ 0,7
		6	4 57 41,22	+ 22 41 19,1	+ 0,06	— 0,8
		7	5 1 48,62	+ 22 47 15,5	— 0,03	— 0,7
		9	5 10 4,62	+ 22 57 57,2	+ 0,05	+ 0,4
1837.	Mai	25	4 7 41,90	+ 20 57 18,1	+ 0,13	+ 1,0
		28		+ 21 28 3,8		+ 2,8
		30	4 27 59,06	+ 21 46 40,5	+ 0,01	+ 0,8
		31	4 32 4,14	+ 21 55 26,5	+ 0,21	+ 1,2

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée à midi vrai de Dorpat.	Observ. — tables de Bessel asc.	Observ. — tables de Bessel décl.
1837.	Juin	1	$4^h 36^m$ 9,47	+ 22° 3′ 51,″2	+ 0,23	+ 3,″2
		6	4 56 41,74	+ 22 39 57,4	+ 0,14	+ 4,4
		13		+ 23 13 42,8		+ 3,4
		15	4 33 57,47*		+ 0,20	
		16		+ 23 22 2,4		+ 1,1
		20	4 54 44,45	+ 23 27 26,6	+ 0,27	+ 1,7
		21	4 58 53,73	+ 23 27 45,0	+ 0,04	+ 1,1
		22	6 3 3,39	+ 23 27 39,1	+ 0,21	+ 1,0
		24	6 11 22,10	+ 23 26 12,7	+ 0,03	+ 0,4
		25	6 15 31,44	+ 23 24 52,8	+ 0,02	+ 0,5
	Juil.	8	7 9 15,67	+ 22 30 28,8	+ 0,10	+ 1,3
		19	7 53 53,85	+ 20 53 0,9	+ 0,17	+ 0,4
		20	7 57 54,21	+ 20 41 59,8	+ 0,09	+ 1,9
		22	8 5 53,39	+ 20 18 51,6	+ 0,08	+ 1,5
		31	8 41 21,65	+ 18 18 23,8	+ 0,06	+ 2,1
	Août	3	8 53 0,36	+ 17 32 38,7	— 0,01	+ 1,6
		5		+ 17 0 42,1		+ 1,1
		7		+ 16 27 39,5		+ 0,5
		9	9 16 1,58	+ 15 53 34,4	+ 0,07	+ 0,8
		10	9 19 49,73	+ 15 36 8,9	+ 0,15	+ 1,1
		18	9 49 53,96	+ 13 8 11,6	+ 0,10	+ 1,5
		19	9 53 37,06	+ 12 48 42,3	+ 0,02	+ 1,4
		30	10 33 3,64*	+ 9 2 0,0	+ 0,01	+ 1,5
	Oct.	16	13 24 29,89	— 8 53 23,4	+ 0,03	+ 2,1
		18	13 31 59,18	— 9 37 24,3	+ 0,22	+ 0,6
	Déc.	10	17 8 45,99	— 22 56 20,1	+ 0,26	+ 3,1
		24	18 10 48,25	— 23 26 21,3	+ 0,23	+ 1,1
1838.	Jan.	7	19 12 40,75	— 22 24 35,9	+ 0,15	+ 3,9
		17	19 55 57,14	— 20 47 21,8	— 0,06	+ 1,9
		24	20 25 34,40	— 19 15 29,1	— 0,14	+ 2,5
	Mars	12	23 28 31,05	— 3 23 59,5	+ 0,14	+ 7,0
	Avril	23	2 2 18,68	+ 12 27 6,2	+ 0,03	+ 2,5
		24	2 6 3,89	+ 12 47 1,5	+ 0,23	+ 2,4
		27	2 17 21,84*	+ 13 45 30,1	+ 0,26	+ 1,8
	Mai	1	2 32 32,94	+ 15 0 17,7	+ 0,52	+ 2,4

POSITIONS DU SOLEIL.

Date.			Asc. droite observée à midi vrai de Dorpat.	Déclinaison observée	Observ. — tables de Bessel asc.	décl.
1833.	Mai	2	2h 36m 21s,50	+ 15° 18′ 23″,3	+ 0s,09	+ 2″,7
		4	2 44 1,12	+ 15 53 45,1	+ 0,11	— 0,1
		19	3 42 40,38	+ 19 43 8,7	+ 0,15	+ 1,6
		28	4 18 53,16	+ 21 25 46,4	+ 0,21	+ 2,8
		29	4 22 57,03	+ 21 35 21,7	+ 0,20	+ 2,4
	Juin	6	4 55 42,50	+ 22 38 24,8	+ 0,16	+ 3,0
		7	4 59 49,72	+ 22 44 32,1	+ 0,12	+ 2,8
		8	5 3 57,32	+ 22 50 15,7	+ 0,15	+ 2,9
		9	5 8 5,06	+ 22 55 31,9	+ 0,03	— 0,6
		10	5 12 13,16	+ 23 0 29,8	+ 0,01	+ 1,7
		11	5 16 21,79	+ 23 4 58,4	+ 0,27	— 1,0
		12	5 20 30,39	+ 23 9 7,8	+ 0,27	+ 1,4
		14	5 28 47,98	+ 23 16 10,5	+ 0,04	+ 3,4
		15	5 32 57,23	+ 23 19 1,7	+ 0,12	+ 0,9
		25	6 14 33,12*	+ 23 25 15,2	+ 0,31	+ 0,9
		28	6 27 0,62	+ 23 19 5,1	+ 0,18	+ 2,4
		29	6 31 9,47	+ 23 16 10,2	+ 0,18	+ 0,6
		30	6 35 18,01	+ 23 12 53,9	+ 0,09	+ 1,9
	Août	5		+ 17 4 32,7		+ 1,1
		13	9 30 16,48	+ 14 46 46,0	+ 0,21	+ 0,9
	Sept.	9	11 9 23,20*	+ 5 25 54,2	+ 0,04	+ 0,7
		15	11 30 57,40*	+ 3 8 24,4	+ 0,08	— 0,8
		18	11 41 43,94*		+ 0,21	
		19	11 45 19,33	+ 1 35 30,3	+ 0,10	+ 0,9
		22	11 56 6,13	+ 0 25 23,5	+ 0,13	0,0
		25		— 0 45 52,6		— 0,4
	Oct.	25		— 12 1 48,8		+ 1,8

Note aux positions du Soleil.

Parmi les 685 ascensions droites, il y a 76 observations notées par un astérisque qui, 72 fois, indique qu'il n'y a eu qu'une seule étoile fondamentale pour la correction de l'horloge. Les quatre autres astérisques indiquent:

1823 Déc. 2 } On n'a observé que le premier bord, pour l'ascension droite du centre;
3 } la demi-durée du passage a été ajoutée.

1827 Avril 8 } L'ascension droite est moins certaine, les étoiles fondamentales étant d'au-
1828 Mai 13 } delà de 11 heures antérieures ou postérieures au passage observé du Soleil.

SECOND TABLEAU

DIAMÈTRES OBSERVÉS DU SOLEIL.

Remarques et conclusions.

1. Tout ce qui concerne l'observation des diamètres, a été dit dans les remarques du premier tableau. Les durées du passage du Soleil sont exprimées en temps sidéral. Dans les diamètres verticaux, l'effet de la différence de parallaxe, pour le bord supérieur et inférieur, n'a pas été appliqué. La petite correction pourra être ajoutée aux résultats finaux.

2. J'ai comparé les durées du passage et les diamètres verticaux observés, avec les tables qui se trouvent dans les *Tabulae Regiomontanae* p. 525 — 536, et qui offrent les durées Δ pour chaque jour de l'an, ainsi que les rayons ϱ correspondants, en partant du rayon moyen du Soleil $= 960''{,}90$. C'est ainsi que je suis parvenu à la série des $d\Delta$ et $d\varrho$. Les moyennes annuelles, comparées aux $d\Delta$ et $d\varrho$ isolés, fournissent pour une observation isolée:

	1823 à 26	1827 à 38.
l'erreur prob d'une durée	$0^s{,}105$	$0^s{,}090$
« « d'un rayon vert.	$0''{,}73$	$0''{,}73$.

L'exactitude des rayons verticaux est précisement la même dans les deux périodes; l'exactitude des durées observées est un peu plus grande pour les observations de Preuss, par suite de l'augmentation du nombre des fils verticaux.

3. Voici maintenant les corrections $d\Delta$ et $d\varrho$ pour les différentes années. Dans ces moyennes, j'ai appliqué aux $d\Delta$, pour 1823 à 1826, les quantités minimes $C = -0^s{,}0045$, $+0^s{,}0115$ et $+0^s{,}0005$, indiquées *O. D.* Vol. VI. p. XXIII et XXIV, et qui se rapportent aux distances des fils; en outre, j'ai diminué tous les $d\varrho$ de $-0''{,}02$, différence moyenne entre la parallaxe du bord et du centre.

	Obs.	$d\Delta =$	Obs.	$d\varrho =$
1823	56	$+0^s{,}027 \mp 0^s{,}014$	52	$-0''{,}51 \mp 0''{,}10$
24	78	$+0{,}005 \mp 0{,}012$	76	$-0{,}39 \mp 0{,}08$
25	80	$+0{,}070 \mp 0{,}012$	76	$+0{,}11 \mp 0{,}08$
26	39	$+0{,}033 \mp 0{,}017$	39	$+0{,}09 \mp 0{,}12$
Moyenne 1823 à 26	253	$+0{,}034 \mp 0{,}007$	243	$-0{,}18 \mp 0{,}05$.

	Obs.	$d\Delta =$	Obs.	$d\rho =$
1827	49	— 0ˢ,007 ∓ 0ˢ,013	44	— 0″,20 ∓ 0″,11
28	72	— 0,006 ∓ 0,011	74	— 0,41 ∓ 0,09
29	83	— 0,026 ∓ 0,010	84	— 0,62 ∓ 0,08
30	55	— 0,045 ∓ 0,012	56	— 0,75 ∓ 0,10
31	90	— 0,049 ∓ 0,010	89	— 0,60 ∓ 0,08
32 et 33	63	— 0,000 ∓ 0.011	56	— 0,64 ∓ 0,10
34 à 36	65	— 0,048 ∓ 0,011	65	— 1,31 ∓ 0,09
37 et 38	63	— 0,010 ∓ 0,011	64	— 0,73 ∓ 0,09
Moyenne 1827 à 38	540	— 0,024 ∓ 0,011	532	— 0,66 ∓ 0,03.

4. De ces $d\Delta$ et $d\varrho$ se déduisent maintenant les rayons moyens horizontaux $= h$ et verticaux $= \nu$, du Soleil, que donnent les observations de Dorpat, et les $h - \nu$.

Observations de W. Struve.

	Rayon horizontal, $h =$	Différ. de la moy.	Rayon vertical $\nu =$	Différ. de la moy.	$h - \nu =$	Différ. de la moy.
1823	961″,09	— 0″,05	960″,39	— 0″,33	+ 0″,70	+ 0″,28
1824	960,93	— 0,21	960,51	— 0,21	+ 0,42	0,00
1825	961,40	+ 0,26	961,01	+ 0,29	+ 0,39	— 0,03
1826	961,14	0,00	960,99	+ 0,27	+ 0,15	— 0,27
Moyenne 1823 à 26	961,14	∓ 0,06	960,72	∓ 0,11	+ 0,42	∓ 0,08

Observations de Preuss.

	Rayon horizontal, $h =$	Différ. de la moy.	Rayon vertical $\nu =$	Différ. de la moy.	$h - \nu =$	Différ. de la moy.
1827	960″,85	+ 0″,12	960″,70	+ 0″,46	+ 0″,15	— 0″,34
1828	960,86	+ 0,13	960,49	+ 0,25	+ 0,37	— 0,12
1829	960,71	— 0,02	960,28	+ 0,04	+ 0,43	— 0,06
1830	960,58	— 0,15	960,15	— 0,09	+ 0,43	— 0,06
1831	960,55	— 0,18	960,30	+ 0,06	+ 0,25	— 0,24
1832 et 33	960,90	+ 0,17	960,26	+ 0,02	+ 0,64	+ 0,15
1834 à 36	960,55	— 0,18	959,59	— 0,65	+ 0,96	+ 0,47
1837 et 38	960,83	+ 0,10	960,17	— 0,07	+ 0,66	+ 0,17
Moyenne 1827 à 38	960,73	∓ 0,04	960,24	∓ 0,06	+ 0,49	∓ 0,06.

Les moyennes sont prises ici, sans regarder le nombre des observations de chaque année; aussi les erreurs probables sont elles déduites de l'accord des 4 et 8 valeurs de chaque groupe. Les chiffres précédents conduisent aux considérations suivantes.

a. Le rayon moyen horizontal, selon Preuss, est de 0",41 plus petit que celui que mes observations donnent; différence qui est près de 6 fois plus grande que l'erreur probable dont elle est affectée. On serait tenté d'attribuer cette différence à la manière des deux astronomes d'observer les passages. Mais la même différence 0",48 se trouve pour les rayons verticaux. La différence identique dans les deux sens, du rayon soit horizontal, soit vertical, ne peut être attribuée qu'à l'ajustement du foyer et à la différence de sensibilité de la rétine des deux observateurs.

b. En prenant la moyenne arithmétique des deux valeurs finales, nous avons: rayon moyen horizontal $h = 960'',93$, rayon moyen vertical $\nu = 960'',48$. Cet h s'accorde à 0",03 près avec le rayon horizontal moyen $= 960'',90$, adopté par Bessel dans les *Tabulae Regiomontanae* p. L, rayon qu'il avait déduit des passages du Soleil de 1820 à 1828. Mais Bessel n'a pas déterminé le rayon vertical du Soleil. C'est qu'il n'observait à chaque culmination du Soleil qu'un seul bord *).

c. Les deux groupes présentent 12 valeurs de $h - \nu$, qui sont toutes du même signe, et donnent par moyenne $h - \nu = + 0'',462 \mp 0'',046$, quantité qui surpasse l'erreur probable au décuple. Les observations de Dorpat paraissent donc indiquer un petit aplatissement du disque solaire plus grand que $\frac{0,462}{960,9} = \frac{1}{2080}$; car $h - \nu$ ne présente l'effet total de l'aplatissement, qu'à l'époque de l'année, où le diamètre vertical coïncide avec l'axe de rotation du Soleil.

5. J'ai indiqué, *O. D.* Vol. IV. p. XXXVII, que, dans les observations du Soleil, l'instrument a été extérieurement abrité contre l'action des rayons solaires, et qu'en outre, la plaque qui porte le réticule, était parfaitement préservée, par un anneau de forme conoïde qui, dans une dilatation par les rayons du Soleil, n'exerce aucune pression sur les parois du tube. Il m'a paru intéressant d'examiner la question: si le passage des rayons, à travers la partie centrale de 2 pouces de l'objectif et par l'intérieur du tube, n'exerce réellement aucune influence sur la collimation de l'instrument. Il se voit, que cette question obtient sa réponse, au moins en partie, en examinant s'il existe une différence entre les diamètres verticaux observés du Soleil, une fois en commençant l'observation par le bord supérieur, une autre fois par le bord inférieur. Pour ce but, la série des corrections $d\varrho$ du rayon vertical se partage en deux groupes, pour chaque

---

*) Il est pourtant possible de déduire le rayon vertical du Soleil des observations de Koenigsberg, en considérant le changement de déclinaison d'un jour à l'autre, ou plutôt en déterminant p. e. les corrections des déclinaisons pour chaque mois, en deux groupes, dont l'un embrasse les observations du bord supérieur, l'autre celles du bord inférieur.

année, qui présentent les $d\varrho^i$ et $d\varrho^s$ ou les corrections moyennes du rayon tabulaire, obtenues dans les deux cas, et les $d\varrho^s - d\varrho^i = \nu^s - \nu^i$ Les groupes des différentes années combinés donnent deux résultats finaux, pour les observations de W. Struve et de Preuss, savoir:

$$\begin{array}{ll} 1823 \text{ à } 1826 \quad \nu^s - \nu^i = -0''\!,077 \mp 0''\!,073 \\ 1827 \text{ à } 1838 \quad \quad \quad \;\; = -0{,}257 \mp 0{,}168 \\ \hline \text{d'où } \nu^s - \nu^i = -0{,}106 \mp 0{,}066. \end{array}$$

La quantité finale $-0''\!,106$ peut être regardée comme sensiblement évanouissante, vu qu'elle n'atteint pas même le double de son erreur probable. Une conclusion analogue se base sur la circonstance que les $h - \nu$ sont les mêmes dans les deux séries, quoique Struve ait observé les passages du premier bord aux premiers fils, les passages du second bord aux derniers fils latéraux; tandisque Preuss observait les passages des deux bords toujours aux premiers fils du réticule.

6. Il y a encore une autre question à discuter. Les ondulations des bords sont d'autant plus grandes, que le Soleil se trouve plus proche de l'horizon. Au solstice d'hiver, la hauteur méridienne à Dorpat n'est que de 8°, au solstice d'été de 55°. Ces ondulations croissantes produisent-elles une augmentation apparente du diamètre du Soleil, dans le sens horizontal et vertical? La réponse à cette question se trouve de la manière suivante. J'ai partagé toutes les valeurs, soit $d\varDelta$ soit $d\varrho$, en deux groupes, dont l'un embrasse les observations du Soleil dans les grandes déclinaisons australes depuis $-10°$ à $-23°\!,4$, l'autre les observations plus boréales depuis $-10°$ à $+23°\!,4$. Dans ces deux groupes, les valeurs moyennes de la réfraction sont de très près comme 3,5 : 1. Voici ce que les deux groupes donnent.

Observations de W. Struve.	Nombre des obs.		*Observations de Preuss.*	Nombre des obs.	
$-19°\!,0$	56	$d\varDelta^a = +0^s\!,042 \mp 0^s\!,015$	$-16°\!,8$	73	$d\varDelta^a = -0^s\!,005 \mp 0^s\!,013$
$+5{,}7$	197	$d\varDelta^b = +0{,}035 \mp 0{,}008$	$+11{,}5$	467	$d\varDelta^b = -0{,}026 \mp 0{,}014$
		$d\varDelta^a - d\varDelta^b = +0{,}007 \mp 0{,}017$			$= +0{,}021 \mp 0{,}004.$

Moyenne $+0^s\!,014 \mp 0^s\!,011$.

$-19{,}0$	47	$d\varrho^a = -0''\!,46 \mp 0''\!,11$	$-16°\!,8$	74	$d\varrho^a = -0''\!,92 \mp 0^s\!,11$
$+5{,}7$	196	$d\varrho^b = -0{,}08 \mp 0{,}05$	$+11{,}5$	468	$d\varrho^b = -0{,}61 \mp 0{,}03$
		$d\varrho^a - d\varrho^b = -0{,}38 \mp 0{,}12$			$-0{,}31 \mp 0{,}11.$

Moyenne $-0''\!,34 \mp 0''\!,08$.

*

La première moyenne annonce, pour les grandes déclinaisons australes, une si petite augmentation de la durée, de $0^{s},014$, qu'elle doit être prise = zéro, à cause de l'incertitude qui reste dans la valeur trouvée. Quant au rayon vertical, les grandes déclinaisons australes, au lieu d'indiquer une augmentation, demandent plutôt une petite diminution du rayon qui, quoiqu'elle soit le quadruple de l'erreur probable, ne me paraît pourtant nullement incontestable. Car il faut considérer que les grandes déclinaisons négatives tombent sur la période la plus froide de l'année, et qu'il existe probablement un petit effet d'une variation dans l'ajustement du foyer de la lunette, selon la température. En vérité, pour avoir des résultats tout-à-fait incontestables sur les changements des diamètres, il faudrait ajuster le foyer, à chaque observation, ou du moins très souvent, selon les changements de la température, ce qui est impraticable. En tout cas, nous voyons, que nous pouvons regarder l'influence des ondulations sur les diamètres du Soleil comme evanouissante, sans risquer de commettre une erreur de quelque conséquence.

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Observations de W. Struve.

Date.		Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.		Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1823.	Jan. 20	$2^{m}19^{s},28$		**1823.**	Mars 27	$2^{m}\ 8^{s},70$*	32′ 2″,7
	21	19,09			Avril 7	9,16	31 58,6
	Févr. 5	15,52*			10	9,37*	62,5*
	18	12,71			15	10,01	56,7*
	19		32′ 23″,8		24		44,1
	Mars 8	9,77	12,7		27	11,45	51,7
	10	9,35	11,2		Mai 2	12,07	
	11	9,74	14,4		7	12,91	44,6
	12	9,47	9,4		9	13,25	47,3.
	14	9,22	8,6		19	14,81	36,8
	15	9,14	8,4		20	15,06	
	17	9,00	10,7		Sept. 6	8,33	44,7
	18	9,04	6,4		7	8,43	43,0
	21	8,66	5,7		12	8,16	53,5
	26	8,49	3,3		14	7,92	51,3

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1823. Sept. 16	$2^{m}\ 8^{s},07$	$31'\ 50'',8$	**1824.** Jan. 31	$2^{m}16^{s},90$	
17	8,07	55,2	Févr. 1	16,65	$32'\ 28'',5$
18	7,88*	53,2	21	12,30	
20	8,17	55,6	23	12,19	23,0
21	8,25	54,3	25	11,37	16,1
22	7,93	54,6	26	11,11	20,1
26	8,19	59,0	27	11,12	21,0
30	8,23	58,9	29	10,64	19,6
Oct. 1	8,72	59,0	Mars 2	10,27	
2	8,71	60,3	3	10,21	14,4
3	8,78	59,3	4	10.17	12,8
4	8,69	32 1,5	7	9,94	
6	9,28	2,0	22	8,56	7,9
7	9,10*	1,9	23		7,4
9	9,53	2,4	26	8,89	8,0
11	9,59	6,1	27	9,15	3,8
12	9,71	4,8	28	9,05	5,2
13	9,95	12,4*	31	9,18	2,6
14	10,11	6,9	Avril 6	9,25	31 56,9
19	11,04		7	8,95	60,2
27	12,47	9,6	10	9,36	59,6
Nov. 7	15,02	19,0	12	9,60	56.2
9	15,60	19,7	16	9,72	52,8
14	16,73	21,0	23	10,64	49,5
15	16,98	24,8	24	10,93	52,4
25	19,31		28	11,61	50,3
Déc. 2		27,5	30	11 85	45,5
3		28,1	Mai 1	11,87	41,6
10	21,34	29,5	2	12,16	48,1
11	22,01	33,5	3	12,39	44,1
1824. Jan. 13	20,44	33,6	4	12,54	40,6
15	19,73	28,3	24	15.66	35,7
16	20,23	31,6	Juin 8	17,23	33,3
18	19,76	28,7	11		28,0
24	18,13		13		33,0

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1824.	Juin	14	2‴17ˢ72	31′31″2	**1824.**	Oct.	19	2‴10ˢ89	32′ 9″2
		17	17,86	31,1			23	11,73	11,2
		21	17,61	27,5		Nov.	7	15,11	18,4
		22	17,87	31,3		Déc.	3	20,85	28,0
		24	17,72	30,5			6	21,36	37,2
		25	17,62	28,8			19	22,37	31,6
	Août	26	9,28	45,0	**1825.**	Jan.	2	21,98	33,8
		28	9,14	42,8			12	20,83	34,9
		29	9,11	41,3			29	17,07	29,9
		30	8,73	43,1		Févr.	4	15,65	28,6
	Sept.	5	8,32	45,0			18	12,51	20,8
		6	8,41	49,5			24	11,88*	26,2*
		8	8,24	50,4			26	11,27	19,4
		10	8,17	48,6			27	11,18	19,6
		12	8,15	51,6		Mars	1	10,50	17,0
		15	7,98	51,8			7	10,03	13,0
		17	8,02	51,8			8	9,84	17,0
		19	8,03	53,2			9	9,63	13,8
		20	7,95	50,7			10	9,50	12,3
		21	8,14	54,9			11	9,51	16,6
		22	7,79	56,5			12	9,52	10,7
		23	8,30	58,8			14	9,15	7,5
		24	8,32	57,4			15	9,00	11,2
		25	8,05	54,2			16	9,11	9,7
		26	8,34	54,3			17	9,18	14,6
		27	8,27	54,1			18	9,06	10,0
		29	8,39	59,8			19	8,81	7,8
		30	8,54	32 0,3			20	8,92	9,2
	Oct.	2	8,50	2,9			22	8,84	8,7
		3	8,87	3,2			25	9,19	5,0
		5	8,99	0,3			29	8,80	4,3
		6	9,16	1,6		Avril	1	8,52*	2,5*
		8	9,32	5,5			4	9,05*	2,3*
		17	10,69	9,7			8	9,21	0,5
		18	10,69	9,5			9	9,34	31 56,7

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1825.	Avril	10	2^m 9^s,08	31′ 52″,7	**1825.**	Sept.	15	2^m 8^s,35	31′ 53″,3
	Mai	2	12,04	43,6*			16	8,25	53,9
		9	13,12	41,9*			17	8,46	56,3
		10	13,67	39,7*			23	7,98	56,6
		11	13,44	42,8			27	8,31*	32 0,8*
		12	13,72	42,3		Oct.	3	8,62	1,8
		19	14,92	40,6			8	9,58	7,0
		23	15,34	39,3			18	10,86	
		26	15,84				24	12,29	
	Juin	1	16,54	35.9			27	13,03	13,8
		2	16,66	34,4		Nov.	7	15,17	
		4	16,85	32,5			8	15,40	
		7		33,5			10	16,23	22,0
		8	17,21	33,2		Déc.	2	20,96	
		9	17,33	31,2			6	21,41*	29,3*
		10	17,48	30,1			7	21,43	30,3
		13	17,58	30,1			11	22,06	
		19		29,1			13	22,16	33,7
		26	17,90	34,4			31	21,94	37,0
		27	17,52	28,0	**1826.**	Jan.	1	22,12	34,8
		28	17,36	28,6			2	22,27	34,6
		30	17,59	29,5			3	22,13	33,2
	Juil.	1		29,9			4	21,67	31,1
		3	17,47	31,1			17	19,59	30,8
		9	16,74	27,3			23	18,52	35,3
		11	16,60*	32,3*			25	18,17	33,1
		26	14,45*	34,0*			27	17,62	31,3
	Août	3	12,73	35,3		Févr.	15	13,53	25,9
		4	12,50	33,9			16	13,11	26,6
		5	12,89	34,4			17	12,93	23,7
		25	9,61	42,0			19	12,45	21,4
	Sept.	7	8,22	50,4			20	12,27	20,4
		8	8,50	48,1			24	11,29	19,4
		13	8,23*	53,3			25	11,52	21,7
		14	8,24	51,7		Mars	4	10,37	19,3

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1826.	Mars	6	2m 10s,02	32′ 15″,3	**1826.**	Avril	20	2m 10s,10	31′ 52″,1
		8	9,62	16,0			24	10,87	
		13	9,68	10,2			25	11,04	50,2
		14	9,20*	8,7*			30	11,76	
		16	9,51*	12,7*		Mai	1	11,81	46,9
		19	8,86	10,7			2	11,69	41,1
		20	8,77	10,0		Oct.	17	10,81	32 8,7
		22	8,82	9,7			27	12,66	16,0
		23	8,76	6,8					
		26	8,62						
		29	8,68	3,9					
	Avril	3	8,81						
		5	8,83						
		8	9,21*	31 54,0					
		9	9,50*	60,6					

Observations de Preuss.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1827.	Jan.	2		32 37,6	**1827.**	Avril	14	9,63	
		17	2 19,91				17		31 59,0
		21	18,88				18	10,14	
	Févr.	7	15,27				19		53,7
		24	11,52				20	10,47	
		25		22,6		Mai	30	16,26	
		26	11,30				31		35,1
	Mars	1		16,0		Juin	1		31,9
		8	9,97				2	16,82	
	Avril	8	9,43				6		32,0
		9		31 57,1			7	17,11	
		10	9,19				11		29,9
		11		58,5			12		30,2
		12	9,70				16	17,55	34,1
		13		51,7			18	17,94	28,5

DIAMÈTRES DU SOLFIL.

Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1827. Juin 19	$2^m 17^s,60$	$31' 34'',2$	**1828.** Févr. 10		$32' 27'',4$
20	17,95	29,4	11	$2^m 14^s,50$	26,6
22	17,90	36,6	12		25,8
23	17,65	27,7	13	14,02	20,8
28	17,58	32,7	24	11,63	21,6
Juil. 2	17,28	24,1	29	10,90	14,0
3	17,28	28,8	Mars 1	10,65	19,8
4	17,16	25,3	5	10,21	14,2
5	17,17	32 8	6	9,90	8,0
17	15,55	27,6	14	9,26	11,8
19		32,2	15	9,04	10,0
20	15,27	32,2	16	8,95	12,8
30	13,55	38,4	19	8,97	13,8
31	13,38	30,4	29	8,92	3,6
Août 7	12,22	35,0	Avril 4	8,99	0,4
8	11,95	34,1	7	9,40	31 58,6
17	10,65	41,9	8	9,06	55,2
Sept. 25	8,15	54,5	9	9,23	52,8
26	8,32	57,5	10	9,92	61,6
28	8,31		Mai 9	13,11	
29	8,73	57,6	12	13,58	39,2
Oct. 5	8,58	32 2,7	13	13,83	41,4
8	9,10	3,3	14	13,93	41,0
14	9,99		15	14,27	41,2
16	10,24	6,2	Juin 14	17,42	30,6
Nov. 6	14,75	18,2	21	17,37	30,4
22	18,48	25,5	22	17,72	31,0
23	19,00		24	17,86	30,4
26	19,20		25	17,71	29,8
27	19,60	28,6	28	17,57	29,2
Déc. 5	21,02	27,9	29	17,50	29.8
27	22,55	36,0	Juil. 8	16,57	29,2
28	22,27	33,2	9	16,70	27,4
1828. Févr. 8	14,90	35,8	11	16,30	
9	14,48	29,2	16	15,75	30,8

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1828. Juil. 17	2‴ 15ˢ,55	31′ 29″,6	**1828.** Oct. 31	2‴ 13ˢ,87	32′ 14″,6
19	15,38	28,8	Nov. 1	13,70	16,8
20	14,98	32,0	3	14,57	15,6
21	14,94	31,2	7		19,8
22	14,58	28,0	10	15,99	20,4
26	14,03	30,0	**1829.** Jan. 20	18,93	26,4
29	13,64	28,6	22	18,77	35,4
30	13,65	33,6	23	18,28	28,8
Août 6	12,16	34,8	25	17,82	36,0
8	11,79	33,6	26	17,80	32,0
12		36,4	Févr. 2	17,18	26,6
15	10,88	35,8	7	15,09	26,8
18	10,45	37,5	8	14,78	24,2
19	10,43	43,2	10	14,05	27,0
20	10,12	39,8	11	14,10	24,0
21	9,97	40,0	17	12,86	19,0
28	9,15	41,0	18	12,59	25,6
29	8,93	42,0	22	11,87	14,6
30	8,80	45,0	24	11,37	21,2
31	9,00	42,8	28	11,07	19,0
Sept. 2	8,50	46,0	Mars 1	10,78	18,0
6	8,39	51,6	6	10,05	11,6
8	8,10	46,6	8	9,90	18,4
9	8,18	46,6	10	9,25	7,6
11	8,03	50,0	11	9,36	11,2
15	8,06		13	9,25	13,2
16	7,90	51,2	14	9,38	10,2
18	8,03	54,0	15	8,87	8,8
19	8,23	55,6	16	9,02	13,6
Oct. 4		32 2,6	18	8,96	6,4
5	8,90	0,8	19	8,65	1,6
6	8,80	3,8	20	8,93	9,2
19	11,10	10,2	24	8,91	4,8
20	11,32	7,6	26	8,54	31 59,6
30	13,51	15,2	27	8,75	32 6,4

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1829.	Mars	28	2‴ 8ˢ,67	32′ 6″,0	**1829.**	Sept.	25	2‴ 8ˢ,01	31′ 56″,4
		29	8,73	4,6			29	8,23	56,8
		30	8,95	0,8		Oct.	3	8,80	59,0
	Juin	11	17,50	31 32,0			4	8,78	32 4,8
		12	17,77	33,2			11	9,85	4,6
		13	17,35	30,8			23	11,67	7,2
		17	17,75	31,2			24		14,0
		18	17,87	31,0			25	12,16	11,2
		19	17,88	31,4			28	12,99	15,2
		20	17,88	30,4		Nov.	3	14,07	15,4
		21	17,79	30,6			11	16,10	20,0
		22	17,85	26,4			12	16,34	16,6
		23	17,62	28,2			24	19,13	25,2
		24	17,57	25,8			25	19,37	27,6
		25	17,67	28,4		Déc.	1	20,22	26,6
		30	17,63	31,4			5	21,08	26,6
	Juil.	1	17,54	32,0			9	21,90	39,8
		3		28,6			11	21,98	26,6
		8	16,77	29,6			16	22,35	34,2
		10	16,34	31,1			22	22,59	32,0
		11	16,41	25,2			25	22,40	31,8
		13	16,12	30,6	**1830.**	Mars	8	10,03	9,8
		14	15,97	30,4			11	9,29	10,0
		15	16,01	27,0			21	8,85	3,0
		17		29,2			22	8,90	7,6
		18	15,21				23	8,65	4,4
		19	15,33			Avril	1	8,70	31 56,6
		22	14,65	30,2			2	8,93	61,8
		25	14,48	33,0			11	9,61	54,4
	Août	2	13,07	34,4			15	9,55	51,4
		9	11,75	38,0			21	10,25	45,0
		11	11,34	35,8			22	10,55	50,8
		18	10,35	41,4			28	11,42	50,0
	Sept.	1	8,47	45,9			29	11,33	43,5
		7	8,27	44,0		Mai	2	11,93	45,4

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1830.	Mai	4	2‴12ˢ,35	31′ 42″,8	**1830.**	Sept.	23	2‴ 8ˢ,05	31′ 53″,2
		5	12,49	44,6			25	8,07	56,6
		6	12,65	43,2			29	8,37	58,8
		11	13,30	36,0		Oct.	1	8,72	57,4
		15	14,27	36,0			24	11,88	32 11,6
		16	14,19	39,2			31	13,23	17,6
		17	14,36	41,4		Déc.	27	22,20	34,0
	Juin	1	16,57	33,4	**1831.**	Févr.	20	12,11	20,4
		4	16,99	34,2			25	11,20	17,4
		9	17,17	28,0			26	11,20	20,0
		10	17,46	34,4		Mars	10	9,25	9,8
		11	17,45	30,8			11	9,49	12,2
		12	17,42	30,4			12	9,12	10,2
		13	17,77	27,2			14	9,28	10,4
		28	17,52	27,6			17	9,00	9,4
		29	17,62	31,4			19	8,94	5,6
		30	17,39	27,2			20	8,85	7,6
	Juil.	2	17,33	29,6			21	8,61	6,0
		4	17,25	28,6			22	8,62	7,6
		9	16,82	28,0			24	8,55	6,0
		16	15,67	30,8			25	8,64	2,8
		17	15,63	30,8			28	8,43	5,6
		20	14,98	30,4			29	8,44	2,2
		26	14,37	34,0			30	8,70	1,0
		27	14,11	31,0			31	9,03	1,0
	Août	18	10,40	36,0		Avril	1		1,6
		19	10,30	42,2			2	8,75	31 59,0
		20	10,03	38,6			3	8,82	56,8
		24	9,58	41,2			4	8,90	60,4
	Sept.	5	8,23	43,4			8	9,10	56,2
		9	8,37	48,2			9	9,10	56,0
		10		52,0			10	9,25	55,6
		11	8,06	47,8			11	9,34	51,8
		17	7,92	49,6			12	9,76	55,2
		19	7,90	52,6			14	9,66	51,8

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.		Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1831.	Avril 15	$2^m\ 9^s,67$	$31'\ 53'',6$
	16	9,82	53,9
	17	10,15	51,7
	18	10,22	51,6
	19	10,25	50,8
	21	10,56	52,6
	22	10,82	50,8
	23	10,57	48,4
	25	10,92	47,8
	26	10,96	49,6
	27	11,57	47,4
	28		48,0
	29	11,43	45,2
	Mai 3	12,06	44,8
	4	12,43	45,2
	11	13,28	42,6
	14	13,80	
	16	14,47	40,0
	17	14,11	34,8
	18	14,63	36,2
	19	14,63	37,2
	21	15,07	37,2
	22	15,34	35,0
	23	15,51	35,0
	24	15,61	37,2
	25	15,57	35,8
	26	15,80	36,3
	27	15,86	32,8
	Juin 2	16,65	30,4
	6	17,00	32,1
	15	17,38	31,8
	16	17,46	28,4
	17	17,84	26,8
	25	17,76	30,8
	26	17,66	28,0
1831.	Juin 27	$2^m\ 17^s,70$	$31'\ 29'',6$
	28	17,56	32,4
	Juil. 1	17,55	26,8
	3	17,21	31,8
	4	17,24	28,0
	6	16,86	34,0
	9	16,79	29,0
	10	16,63	30,2
	12	16,31	26,0
	16	15,72	27,2
	17	15,69	29,4
	18	15,68	
	22	14,88	28,6
	Août 4	12,68	34,6
	6	12,30	36,2
	11	11,71	34,8
	18	10,31	38,2
	24	9,25	
	30	8,89	44,8
	Sept. 7	8,19	45,0
	10	7,90	45,0
	24		53,0
	29	8,42	57,6
	Oct. 7	9,08	
	9	9,30	32 4,6
	10	9,46	5,2
	11	9,58	4,4
	14	10,06	9,4
	16	10,28	5,4
	18	10,76	10,4
1832.	Févr. 12	13,95	24,8
	13	13,63	19,2
	15	13,47	22,2
	16	13,21	24,4
	19	12,56	21,6

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.		Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.		Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1832.	Févr. 20	2ᵐ 12ˢ,22		**1832.**	Juil. 11	2ᵐ 16ˢ,48	31′ 28″,8
	21	12,13	32′ 20″,0		13	16,29	25,8
	22	11,82	20,0		22	14,76	34,8
	23	11,88	19,8		23	14,52	30,4
	25	11,24	17,2		26	14,09	33,0
	Mars 7	9,90	15,2		27	13,73	31,6
	8	9,85	12,8		29	13,63	32,4
	9	9,83	13,4		Août 4	12,73	32,0
	13	9,14	6,2		12	11,17	38,0
	14	9,16	9,2		16	10,60	40,0
	15	9,09	10,0		22	9,68	38,4
	16	9,11	11,6		Sept. 2	8,63	43,2
	22	8,55	4,8		8	8,16	49,4
	Avril 9	9,38	31 57,5		23	8,28	56,4
	10	9,50	57,0		26	8,36	53,0
	11	9,56	56,2		29	8,42	59,0
	12	9,57	54,0		Oct. 3	8,88	32 1,2
	13	9,72			16	10,56	7,0
	14	9,72			Nov. 7	15,11	
	18	10,14	51,4		11	16,05	22,6
	19	10,40	53,8		28	20,13	26,4
	20	10,63		**1833.**	Févr. 24	11,32	17,8
	21	10,68			25	11,22	16,2
	30	11,80	47,6	**1834.**	Févr. 23	11,74	18,8
	Mai 22	15,26	31,6		Mars 1	10,50	15,6
	30	16,25	34,6		Avril 3	8,89	31 57,2
	Juin. 2	16,95	32,8		7	8,90	
	4	16,86	29,2		18	10,04	
	8	17,56			20	10,45	53,0
	12	17,36	29,2		21	10,35	49,4
	13	17,50	31,2		Mai 1	11,68	39,2
	16	17,77	30,8		5	12,56	42,8
	19	17,94	34,9		Sept. 14	8,07	47,6
	22	17,79	31,2		26	8,07	55,0
	Juil. 10	16,69	30,6		28	8,22	55,6

DIAMÈTRES DU SOLEIL.

Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.	Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1834. Oct. 4	2‴ 8^s,69	31′ 57″,4	**1835.** Sept. 30	2‴ 8^s,32	31′ 59″,8
11		32 5,0	Oct. 1	8,49	60,0
12	9,72	5,6	2	8,73	59,8
30	13,30	11,9	6	8,85	32 1,4
1835. Mars 2	10,49		8	9,03	2,2
4		13,6	9	9,42	3,2
5		9,4	27	12,40	12,0
6	10,04		Nov. 4	14,40	16,0
7	9,86	10,2	21		25,0
8		13,2	**1836.** Mars 22	8,83	1,8
Juin 5	16,78	31 30,8	24	8,64	2,8
23	17,70	28,0	Avril 13	9,62	31 53,6
26	17,79	29,0	21	10,44	50,8
30	17,34	28,8	Mai 15	14,28	36,4
Juil. 2	17,31	27,2	16	14,14	36,4
3	17,39	28,2	23	15,44	34,4
6	17,09	28,8	27	16,00	27,0
9	16,73	26,4	28	16,16	36,0
11	16,40	27,2	Juin 3	16,93	30,8
18	15,58	30,8	4	16,91	31,6
21	15,02	28,2	6	17,45	34,2
22	15,01	32,0	7	17,32	32,4
Août 7	12,27	35,4	9	17,52	29,0
29	9,12	41,0	**1837.** Mai 25	15,93	34,0
Sept. 1	8,71	43,6	28	16,14	32,4
2	8,66		30	16,32	34,4
5	8,29	41,7	31	16,56	32,8
6	8,44	46,2	Juin 1	16,54	30,2
7	8,22	44,2	6	17,11	31,6
8	8,26	46,0	13	17,59	29,8
9	8,22	48,0	15	17,75	
16	8,08	48,4	16		29,8
17	7,93	50,2	20	17,65	30,6
24	8,02	53,2	21	17,94	27,2
28	8,25	57,4	22	17,85	30,8

DIAMÈRTES DU SOLEIL.

Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.	Date.			Durée du passage observée.	Diamètre vertical observé.
1837.	Juin	24	2ᵐ17ˢ,92	31′ 29″,0	**1838.**	Mai	28	2ᵐ16ˢ,26	31′ 34″,6
		25	17,71	29,8			29	16,38	35,6
	Juil.	8	16,85	27,8		Juin	6	17,04	35,0
		19	15,30	30,4			7	17,29	33,4
		20	15,10	30,2			8	17,42	34,6
		22	15,06	32,6			9	17,26	28,0
		31	13,28	32,8			10	17,09	32,0
	Août	3	12,74	31,6			11	17,54	34,6
		5	12,38	30,2			12	17,56	29,0
		7	11,86	35,2			14	17,63	32,0
		9	11,70	35,8			15	17,75	28,2
		10	11,66	32,6			25	17,58	28,8
		18	10,35	38,0			28	17,84	31,4
		19	10,06	40,6			29	17,56	27,6
		30	8,90	44,4			30	17,62	28,0
	Oct.	16	10,34	32 11,5		Août	5		33,0
		18	10,78	9,2			13	11,09	39,2
	Déc.	10	21,83	29,8		Sept.	9	8,14	47,6
		24	22,46	26,4			15	8,06	52,8
1838.	Jan.	7	21,43	30,5			18	7,94	
		17	19,62	27,0			19	7,70	52,6
		24	18,30	27,6			22	8,02	51,8
	Mars	12	9,63	19,6			25	8,46	56,2
	Avril	23	10,74	31 50,0		Oct.	25		32 11,4
		24	10,80	44,8					
		27	11,28	46,0					
	Mai	1	11,78	44,8					
		2	12,14	45,0					
		4	12,36	41,0					
		19	14,74	36,6					

TROISIÈME TABLEAU.

POSITIONS DE LA LUNE.

Remarques.

1. Ce tableau contient les positions de la Lune pour 333 jours des années 1822 à 1838. Il y a 112 jours d'observations de Struve, des années 1822 à 1826, 221 jours de Preuss, depuis nov. 1826 jusqu'en 1838. Nous ne rencontrons cependant que 229 positions complètes, 96 *S* et 133 *P*, dans lesquelles l'ascension droite du bord éclairé vertical se trouve conjointement avec la déclinaison du bord éclairé horizontal; car il y a 104 ascensions droites sans déclinaisons, 17 *S* et 87 *P*, et 6 déclinaisons, 3 *S* et 3 *P*, sans ascensions droites. C'est ainsi que le tableau nous offre:

   ascens. dr. 333 (113 *S*, 220 *P*), dont 265 du bord *I* (84 *S*, 181 *P*); 68 du bord *II* (29 *S*, 39 *P*),
   déclin. 236 (99 *S*, 137 *P*), dont 134 *B*, du bord sup. (40 *S*, 94 *P*); 102 *A*, du bord inf. (59 *S*, 43 *P*).

   Six fois, dans la pleine lune, l'ascension droite des deux bords a été observée, une fois la déclinaison des deux bords.

2. Le passage du bord éclairé de la Lune a été observé, d'ordinaire, sur tous les fils, ou du moins sur les fils principaux du réticule. Si c'était le premier bord, alors la déclinaison du bord éclairé horizontal est observée tout près du fil du milieu. Dans l'observation du second bord en ascension droite, l'observation de la déclinaison est faite environ une minute avant le passage du centre de la Lune par le fil du milieu. Le moment de l'observation en déclinaison est indiqué dans le journal, ou, s'il y manque quelquefois, c'est que l'observation tombe exactement sur le fil du milieu.

3. Le tableau offre, dans ses colonnes, les données que voici:

   Colonne 1, la date;

   Colonne 2, le temps moyen de Dorpat pour l'ascension droite, c.-à-d. le temps moyen correspondant au moment du passage par le fil du milieu.

   Colonne 3, l'ascension droite observée du bord éclairé. Si le fil du milieu est à quelque distance du vrai méridien, il y a un petit effet de parallaxe, pour lequel l'ascension droite donnée a été corrigée. Cette correction a été zéro pour 258 observations, $\mp 0^s{,}01$ pour 75 observations, $+ 0^s{,}02$ une seule fois. Elle aurait donc pu être négligée, parce qu'elle change de signe, le fil étant tantôt à l'est, tantôt à l'ouest du vrai méridien, et se serait confondue avec l'erreur accidentelle de l'observation.

   Colonne 4, le bord observé en asc. droite, occidental $= I$, oriental $= II$.

Colonne 5, le nombre des fils sur lesquels le passage a été observé. Ce nombre est à l'ordinaire de 5, depuis 1822 jusqu'en 1828. Parmi les 143 ascensions droites de cette période, il y a 136 observations à 5 fils, 5 observations à 3 fils, et deux à un fil, celui du milieu. Ces deux observations, du 15 nov. 1823 et du 17 janvier 1824, sont donc sujettes à une plus grande incertitude, et notées pour cela par un astérisque. A partir du juin 1828, Preuss a observé, selon l'augmentation du nombre des fils, les passages sur 7, 9 et 11 fils, quelquefois sur cinq fils. Il y a cependant, parmi le nombre de 190 ascensions droites de cette période, six passages sur 3 fils, et un passage sur 4 fils.

Colonne 6, le temps moyen de Dorpat pour la déclinaison observée.

Colonne 7, la déclinaison apparente observée, non corrigée pour la parallaxe. Seulement la petite différence, entre la parallaxe en déclinaison et celle de la culmination, a été considérée dans ces déclinaisons, quoiqu'elle ne s'élève qu'à 0,"01 et 0,"02. Donc, la déclinaison donnée, pour être changée en déclinaison géocentrique, réclame l'application de la parallaxe et du rayon apparent, qui correspondent au moment indiqué de l'observation, comme si elle avait été faite exactement au méridien, sous la latitude $58^0\ 22'\ 47,''4$. Vide P. M. p. XL.

Colonne 8, le bord observé en déclinaison, supérieur ou boréal $= B$, inférieur ou austral $= A$.

4. J'ai évalué plus haut l'exactitude d'une position du Soleil, soit en ascension droite, soit en déclinaison. Quant à l'exactitude d'une position de la Lune, elle doit être de très près la même que pour une étoile fixe. Entre -20^0 et $+30^0$, pour une étoile fixe, nous trouvons, P. M. p. LXXIII et LXXV, en moyenne:

	1823 à 26	1827 à 38
l'erreur probable d'une asc. dr. observée	$\mp 0,^s056$	$\mp 0,^s074$
« « « décl. «	$\mp 0,''74$	$\mp 0,''94$.

Peut-être ces chiffres sont un peu trop faibles pour la Lune, parce que l'observation d'un bord est moins certaine que celle d'une étoile. Mes passages des deux bords du Soleil m'ont fait savoir, que l'incertitude du passage d'un bord sur un seul fil est indiquée par l'érreur probable $\mp 0,^s105$, tandis qu'elle est $0,^s074$ pour une étoile fixe. D'où suit que pour 5 fils il y a les erreurs probables $= \pm 0,^s047$ et $\mp 0,^s033$; pour 7 fils $\mp 0,^s040$ et $\mp 0,^s0.28$ Maintenant, comme $0,^s047^2 - 0,^s033^2 = 0,^s033^2$, et $0,^s040^2 - 0,^s028^2 = 0,^s028^2$, nous avons à augmenter les erreurs probables déduites pour une étoile fixe, en prenant, pour 1823 à 1826, $\sqrt{(0,^s056^2 + 0,^s033^2)}$ et $\sqrt{(0,''74^2 + 0,''50^2)}$; pour

les observations de Preuss, $\sqrt{(0^s{,}074^2 + 0^s{,}028^2)}$ et $\sqrt{(0''{,}94^2 + 0''{,}42^2)}$. C'est ainsi que nous parvenons aux chiffres suivants:

	1823 à 26	1827 à 38
l'erreur pr. d'une asc. dr. observée de la Lune	$\mp 0^s{,}065$	$\mp 0^s{,}079$
« « « décl. « « « «	$\mp 0''{,}89$	$\mp 1''{,}03$;

chiffres qui sont un peu trop forts, vu qu'en général les ondulations des bords de la Lune, observée la nuit, sont plus faibles que celles du Soleil, observé à midi.

5. Il y a 7 observations des deux bords opposés de la Lune, faites près de la pleine lune. Ces observations doivent servir à déterminer le rayon moyen de la Lune, correspondant aux observations de Dorpat, et qui doit être employé pour déduire la position du centre, de la position des bords. La durée du passage est observée:

1823. Mars 26, sans note;
1825. Mai 31, où il est expressément dit que les deux bords sont parfaitement éclairés;
« Oct. 26, le premier bord est éclairé, le second peut-être tant soit peu en défaut;
1831. Avril 26, sans note;
1832. Avril 14, le second bord pas tout-à-fait régulier.
1833. Mai 3, sans note.

La déclinaison des deux bords n'a été observée qu'une seule fois, 1823 janvier 26. La discussion faite sur les diamètres du Soleil, relativement à l'effet des ondulations, nous autorise d'admettre une seule valeur moyenne du rayon de la Lune, dans toutes les déclinaisons, soit boréales soit australes.

II. POSITIONS DE LA LUNE.

Observations de W. Struve.

Date.	Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observ. du bord.	Bord.
1822. Oct. 30	$12^h\ 8^m 28^s{,}5$	$2^h 43^m\ 7^s{,}52$*	*II*	5			
31	13 10 30,0	3 49 15,78*	*II*	5			
Nov. 26	9 45 58,3	2 6 41,18	*I*	5	$9^h 47^m 13^s{,}8$	+17° 22′ 17″,6	*A*
Déc. 5					18 25 53,8	— 0 55 31,7	*A*
21	5 54 41,3	23 53 20,38	*I*	5	5 55 45,8	+ 2 52 3,8	*A*
25	9 26 14,3	3 41 14,43	*I*	5	9 27 30,3	+23 49 4,8	*A*
1823. Jan. 20	6 15 16,2	2 12 15,20	*I*	5	6 16 26,3	+18 8 20,9	*A*
21	7 11 7,1	3 12 11,77	*I*	5	7 12 27,0	+22 24 55,2	*A*
24	10 21 49,3	6 35 14,21	*I*	5	10 23 6,0	+25 28 19,0	*B*
26					12 23 47,4	+16 48 32,2	*A*

*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.	Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1823. Jan. 26					$12^h25^m58^s,1$	+17° 21′ 22″,8	*B*
Févr. 18	$6^h\ 2^m52^s,7$	$3^h54^m\ 8^s,92$	*I*	5	6 4 5,0	+24 25 0,8	*A*
19	7 4 5,2	4 59 28,09	*I*	5	7 5 21,2	+26 0 33,7	*A*
Mars 21	7 59 35,6	7 53 24,23	*I*	5	8 0 46,9	+21 20 50,0	*B*
26	12 6 13,2	12 20 24,89	*I*	5			
«	12 8 23,1	12 22 35,05	*II*	5			
27	12 54 24,4	13 12 40,44	*II*	5	12 52 3,0	—14 3 49,9*	*A*
Avril 19	7 42 2,4	9 30 8,09	*I*	5	7 43 9,4	+12 37 6,8	*B*
Mai 19	7 59 43,3	11 46 8,03	*I*	5	8 0 47,2	— 3 54 32,3	*B*
20	8 44 9,0	12 34 37,60	*I*	3	8 45 15,0	— 9 42 41,6	*B*
22	10 15 40,6	14 14 17,30	*I*	5	10 16 59,0	—19 33 19,7	*B*
Sept. 12	6 6 23,7	17 29 50,73	*I*	5			
15	8 32 23,7	20 8 4,47	*I*	5	8 33 26,9	—20 56 24,0	*A*
16	9 17 18,7	20 57 3,44	*I*	5	9 18 22,3	—16 50 23,8	*A*
18	10 43 21,0	22 31 13,08	*I*	3	10 44 23,0	— 6 40 19,5	*A*
19	11 25 57,0	23 17 52,67	*I*	5	11 26 59,4	— 0 28 17,8	*B*
30	21 18 37,0	9 55 32,04	*II*	5			
Oct. 12	6 25 40,9	19 47 27,96	*I*	5	6 26 44,1	—22 7 37,0	*A*
13	7 11 5,3	20 36 56,35	*I*	5	7 12 9,1	—18 24 36,4	*A*
Nov. 13	7 54 48,6	23 23 0,46	*I*	5	7 55 52,2	— 0 3 8,2	*A*
14	8 38 29,8	0 10 45,41	*I*	5	8 39 33,8	+ 5 37 52,4	*A*
15	9 24 53,6	1 1 13,40*	*I*	1	9 26 0,9	+11 11 51,5	*A*
17	11 9 58,8	2 54 29,14	*I*	5	11 11 56,1	+21 8 50,7	*B*
25	18 48 47,1	11 6 4,45	*II*	5			
Déc. 8	4 26 5,1	21 32 15,97	*I*	5	4 27 10,2	—12 37 44,4	*A*
10	5 48 22,8	23 2 40,46	*I*	5	5 49 25,2	— 2 16 46,4	*A*
1824. Jan. 8	5 8 8,3	0 16 39,93	*I*	5	5 9 12,8	+ 6 36 23,0	*A*
13	9 32 1,0	5 0 58,90	*I*	5	9 33 14,0	+24 46 32,0	*A*
15	11 40 33,9	7 17 45,94*	*I*	1	11 41 48,4	+21 56 6,1	*B*
17	13 41 32,7	9 26 57,70	*II*	5	13 39 2,3	+11 13 20,7	*A*
Mars 10	8 4 54,9	7 18 22,13	*I*	5	8 6 9,2	+21 42 51,7	*B*
Avril 6	5 57 49,7	6 57 23,13	*I*	5	5 59 5,3	+22 29 22,9	*B*
7	6 54 49,0	7 58 28,21	*I*	5	6 55 59,4	+18 58 39,9	*B*
8	7 49 31,7	8 57 16,39	*I*	5	7 50 40,5	+14 11 12,1	*B*
9	8 42 2,1	9 53 51,91	*I*	5	8 43 9,1	+ 8 28 0,7	*B*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.		Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1824. Avril	11	$10^h 23^m 16^s,3$	$11^h 43^m 15^s,74$	*I*	5	$10^h 24^m 22^s,7$	— 4° 11′ 2″,5	*B*
	14	13 0 57,7	14 33 12,43	*II*	5	12 58 19,0	—20 47 26,1	*A*
Mai	20	18 15 18,5	22 10 20,43	*II*	5	18 13 42,4	— 7 37 59,0*	*B*
	22	19 37 16,9	23 40 25,44	*II*	5	19 34 57,6	+ 2 44 50,8	*B*
Juin	7	8 41 40,3	13 46 6,06	*I*	5	8 42 45,6	—16 58 17,5	*B*
	10	11 20 37,1	16 37 18,58	*I*	5	11 21 44,1	—25 18 6,3	*B*
	20	18 56 48,7	0 54 10,46	*II*	5	18 54 32,6	+10 56 52,2	*B*
	21	19 43 4,0	1 44 30,04	*II*	5	19 40 49,3	+15 38 43,7	*B*
Sept.	1	6 52 53,1	17 36 5,45	*I*	5	6 53 58,9	—25 9 30,2	*B*
	2	7 44 14,4	18 31 31,79	*I*	5	7 45 19,4	—24 25 7,3	*A*
	3	8 33 8,7	19 24 30,65	*I*	5	8 34 13,4	—22 2 46,3	*A*
	4	9 19 27,0	20 14 53,14	*I*	5	9 20 32,1	—18 44 38,5	*A*
	5	10 3 22,8	21 2 52,73	*I*	5	10 4 25,2	—14 42 43,2	*A*
	6	10 45 27,5	21 49 0,86	*I*	5	10 46 27,3	—10 8 31,7	*A*
	10	13 32 2,9	0 51 49,79	*II*	5	13 29 48,7	+10 23 57,4	*B*
	15	17 43 37,6	5 23 48,78	*II*	5	17 41 11,2	+24 10 58,2	*B*
	16	18 41 20,2	6 25 37,37	*II*	5			
Oct.	2	8 0 47,0	20 46 23,85	*I*	3	8 1 48,7	—15 59 36,2	*A*
	4	9 24 40,9	22 18 24,63	*I*	5	9 25 43,3	— 6 50 57,0	*A*
	17	20 13 24,0	10 0 9,71	*II*	5			
	29	5 55 44,9	20 27 28,42	*I*	5	5 56 47,4	—17 18 5,0	*A*
Nov.	1	8 1 54,3	22 45 48,39	*I*	5	8 2 54,7	— 3 36 9,9	*A*
	2	8 42 37,0	23 30 34,27	*I*	5	8 43 40,8	+ 1 26 20,3	*A*
	4	10 7 42,8	1 3 46,84	*I*	5	10 8 46,5	+11 14 32,5	*A*
Déc.	6	12 20 26,7	5 23 2,74	*II*	5	12 18 3,8	+23 42 59,4	*B*
	26	4 32 56,0	22 53 6,17	*I*	5			
	27	5 13 17,7	23 37 31,10	*I*	5	5 14 17,0	+ 2 25 42,1	*A*
	28	5 54 22,5	0 22 39,27	*I*	5	5 55 23,0	+ 7 18 26,2	*A*
	30	7 22 47,0	1 59 11,48	*I*	5	7 23 53,2	+16 5 25,1	*A*
1825. Jan.	31	9 40 41,0	6 23 37,48	*I*	5	9 42 4,9	+22 29 12,4	*B*
Févr.	26	6 28 53,9	4 53 49,35	*I*	5	6 30 1,9	+22 54 6,9	*A*
	27	7 24 44,2	5 53 45,34	*I*	5	7 25 53,1	+22 30 30,4	*A*
Mars	6	13 55 59,2	12 53 40,79	*II*	3			
	30	8 54 35,9	9 26 5,13	*I*	5	8 55 48,1	+10 7 25,0	*B*
	31	9 47 57,2	10 23 31,71	*I*	5	9 49 5,7	+ 4 15 56,6	*B*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.			Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1825.	Avril	3	12ʰ33ᵐ51ˢ,8	13ʰ21ᵐ43ˢ,12	*II*	5	12ʰ31ᵐ26ˢ,8	—14° 26′ 32″,8	*A*
	Mai	1	11 10 40,4	13 48 41,42	*I*	5	11 11 52,3	—16 49 41,7	*A*
		24	5 33 32,4	9 41 18,80	*I*	5	5 34 39,5	+ 8 17 38,5	*B*
		31	11 51 7,7	16 27 31,83	*I*	5			
		«	11 53 33,3	16 29 57,79	*II*	5			
	Juin	1	12 52 25,5	17 32 56,25	*II*	5	12 49 59,9	—23 45 44,2	*B*
		30	12 31 7,4	19 5 55,00	*II*	5	12 28 43,5	—21 7 57,3	*B*
	Juil.	28	11 12 44,4	19 37 42,67	*I*	3	11 13 47,1	—19 50 31,4	*A*
	Août	24	9 8 34,5	19 19 39,61	*I*	5	9 9 40,4	—20 44 7,1	*A*
		25	9 57 45,3	20 12 54,99	*I*	5	9 58 49,6	—17 28 23,8	*A*
	Sept.	23	9 26 44,9	21 36 9,56	*I*	5	9 27 46,8	—10 22 33,0	*A*
	Oct.	19	6 39 37,3	20 31 5,25	*I*	5	6 40 42,1	—15 44 0,4	*A*
		21	8 8 7,6	22 7 43,21	*I*	5	8 9 7,7	— 7 7 31,0	*A*
		23	9 30 53,8	23 38 36,19	*I*	5	9 32 0,9	+ 2 14 26,8	*A*
		26	11 38 36,4	1 58 29,42	*I*	5			
		«	11 40 42,7	2 0 36,07	*II*	5			
		27	12 26 41,9	2 50 39,46	*II*	5	12 24 8,3	+18 24 34,8	*B*
	Nov.	23	10 20 42,1	2 30 45,79	*I*	5	10 21 45,2	+16 56 6,4	*A*
	Déc.	5	20 30 19,1	13 29 21,69	*II*	5	20 28 1,5	—14 36 42,5	*A*
		6	21 27 5,4	14 30 13,89	*II*	5			
		14	3 57 43,4	21 29 32,08	*I*	5	3 58 48,4	—10 38 8,7	*A*
1826.	Jan.	20	9 23 18,7	5 21 53,22	*I*	5	9 24 30,4	+21 56 40,8	*B*
		24	12 57 27,6	9 12 23,55	*II*	5	12 54 59,9	+10 22 51,7	*A*
	Févr.	15	6 21 44,8	4 2 19,80	*I*	5	6 22 52,5	+20 26 2,3	*A*
		16	7 11 51,5	4 56 31,24	*I*	5	7 12 58,9	+21 14 22,8	*A*
		17	8 3 33,4	5 52 18,19	*I*	5	8 4 40,9	+20 53 20,2	*A*
		19	9 49 12,6	7 46 7,84	*I*	5	9 50 20,5	+17 2 19,7	*B*
		20	10 41 58,6	8 42 59,24	*I*	5	10 43 9,7	+13 7 24,3	*B*
		23	13 21 3,4	11 34 19,85	*II*	5	13 18 36,3	— 3 27 22,1	*A*
	Mars	3	20 46 36,1	19 32 38,04	*II*	5			
		16	5 53 48,0	5 28 38,61	*I*	5	5 54 55,8	+20 55 10,3	*B*
		17	6 44 44,2	6 23 39,76	*I*	5	6 45 50,1	+20 26 6,2	*B*
		18	7 36 10,2	7 19 10,74	*I*	5	7 37 22,1	+18 16 44,7	*B*
		20	9 19 20,1	9 10 30,68	*I*	5	9 20 30,1	+10 43 34,8	*B*
		22	11 3 29,1	11 2 49,52*	*I*	5	11 4 38,1	— 0 30 14,4	*A*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.		Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1826.	Avril 20	$10^h34^m13^s,5$	$12^h27^m49^s,06$	*I*	5	$10^h35^m25^s,4$	— 8 53 30,0	*A*

Observations de Preuss.

Date.		Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
	Nov. 14	11 57 22,0	3 31 15,07	*II*	5			
	15	12 44 54,7	4 22 52,20	*II*	5			
	Déc. 6	6 10 3,5	23 9 43,59*	*I*	5	6 11 52,7	— 1 9 11,1	*A*
1827.	Mars 9	9 9 34,3	8 16 24,52	*I*	5			
	Avril 7	8 34 41,0	9 35 44,17	*I*	5			
	9	10 10 52,5	11 20 4,52	*I*	5	10 12 50,5	— 0 57 21,7	*B*
	10	11 1 16,2	12 14 33,10	*I*	5	11 2 35,2	— 5 54 0,8	*B*
	12	12 51 56,0	14 13 24,09	*II*	5			
	13	13 50 11,6	15 15 45,94	*II*	5			
	19	19 32 59,7	21 23 9,59	*II*	5			
	Mai 31	4 22 17,7	8 55 33,50	*I*	5	4 23 51,4	+ 11 25 40,0	*B*
	Juin 14	17 2 54,3	22 33 26,95	*II*	5			
	17	19 21 53,3	1 4 38,42	*II*	5			
	18	20 7 15,8	1 54 4,91	*II*	5			
	Juil. 5	8 53 14,0	15 45 13,85	*I*	5	8 55 1,6	—19 11 25,0	*B*
	6	9 54 40,1	16 50 46,62	*I*	5	9 56 10,1	—20 34 54,3	*B*
	7	10 57 42,9	17 57 56,34	*I*	5	10 59 22,1	—20 26 41,7	*B*
	30	4 55 53,8	13 25 48,53	*I*	5	4 57 0,1	—11 15 43,8	*B*
	31	5 47 32,7	14 21 32,42	*I*	5	5 48 41,6	—15 2 41,4	*B*
	Août 4	9 41 59,3	18 32 23,84	*I*	5	9 43 11,9	—19 40 15,5	*B*
	Sept. 28	6 23 23,6	18 50 6,22	*I*	5			
	29	7 19 57,7	19 50 46,20	*I*	5	7 21 9,9	—16 56 21,3	*A*
	Oct. 6	13 14 38,9	2 14 1,65	*II*	5	13 12 4,5	+ 13 56 58,8	*B*
	15	20 19 53,1	9 55 55,53	*II*	5			
	Nov. 23	4 5 6,4	12 12 13,81	*I*	5			
	26	6 40 36,0	22 59 58,77	*I*	5	6 41 46,0	— 3 5 26,3	*A*
	27	7 28 14,2	23 51 41,59	*I*	5	7 29 15,4	+ 1 29 56,2	*A*
1828.	Févr. 23	6 50 24,4	5 0 41,46	*I*	5			
	24	7 38 23,2	5 52 44,75	*I*	5	7 39 37,4	+ 18 8 58,2	*A*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.	Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1828. Févr. 29	$11^h 27^m 31^s,8$	$10^h 2^m 13^s,67$	*I*	5	$11^h 28^m 48^s,7$	$+ 6° 55' 29'',0$	*B*
Juin 20	5 59 46,1	11 55 7,58	*I*	7	6 0 57,8	— 2 21 56,6	*B*
21	6 44 52,5	12 44 17,92	*I*	7	6 46 9,2	— 6 30 13,1	*B*
25	10 14 48,6	16 30 34,61	*I*	7	10 16 9,9	—18 57 21,2	*B*
28	13 21 1,3	19 49 7,39	*II*	7	13 18 12,2	—15 44 36,8	*B*
Juil. 21	7 4 27,4	15 2 12,52	*I*	3	7 5 44,6	—15 34 3,9	*B*
Août 18	5 49 40,7	15 37 37,30	*I*	7	5 50 54,6	—16 54 32,5	*B*
19	6 44 4,7	16 36 6,83	*I*	7	6 45 20,6	—18 40 57,7	*B*
22	9 40 26,3	19 44 46,89	*I*	7	9 41 41,3	—17 19 1,4	*A*
Sept. 16	5 33 12,8	17 15 26,54	*I*	7			
19	8 24 52,0	20 19 23,70	*I*	7			
20					9 23 14,2	—10 1 4,0	*A*
24					12 59 48,3	+ 8 11 5,7	*A*
Oct. 14	4 24 58,9	17 57 25,46	*I*	7			
17	7 12 45,8	20 57 29,58	*I*	7	7 14 2,9	—13 26 36,4	*A*
18	8 7 5,3	21 55 54,66	*I*	7	8 8 13,3	— 9 29 18,6	*A*
21	10 45 51,6	0 46 56,73	*I*	7	10 47 14,8	+ 4 27 51,6	*A*
1829. Févr. 8	4 7 11,6	1 20 52,34	*I*	5	4 8 31,1	+ 6 20 40,1	*A*
11	6 41 56,4	4 7 52,23	*I*	6	6 43 9,2	+15 49 54,5	*A*
12	7 32 36,9	5 2 37,64	*I*	7	7 33 55,6	+16 40 1,7	*A*
17	11 30 13,0	9 20 35,63	*I*	7			
18	12 13 53,0	10 8 19,38	*I*	7	12 15 10,3	+ 8 9 9,4	*A*
27	19 15 20,6	17 46 25,13	*II*	7			
Mars 11	5 26 41,0	4 42 48,09	*I*	3			
14	7 56 9,5	7 24 30,79	*I*	7	7 57 57,1	+16 26 42,3	*B*
15	8 42 50,0	8 15 15,44	*I*	7			
16	9 27 59,4	9 4 28,84	*I*	7	9 29 11,2	+11 53 25,6	*B*
Juin 7	4 42 30,5	9 45 27,00	*I*	7	4 43 42,3	+ 9 36 7,1	*B*
12	8 18 32,2	13 41 46,84	*I*	7	8 19 42,2	— 9 10 59,3	*B*
17	12 40 3,8	18 23 44,07	*II*	7	12 37 12,8	—19 1 36,5	*B*
Juil. 14	10 23 6,1	17 52 50,35	*I*	3	10 24 26,0	—19 5 25,8	*B*
Août 8	6 24 27,3	15 32 6,46	*I*	7	6 25 45,6	—15 26 35,1	*B*
10	8 8 4,0	17 23 53,25	*I*	7	8 9 33,3	—18 44 55,5	*B*
11	9 3 56,6	18 23 51,57	*I*	7	9 5 13,2	—18 52 23,8	*B*
Oct. 7	7 25 42,8	20 30 5,22	*I*	7	7 27 31,0	—15 50 17,9	*A*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.			Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1829.	Oct.	10	10^h12^m 1,2	$23^h28^m40^s$,62	*I*	7	10^h13^m 2,7	— 3° 47′ 6″,2	*B*
		15	14 56 38,8	4 33 47,82	*II*	5	14 54 14,5	+16 32 36,1	*B*
	Nov.	2	4 25 54,4	19 12 18,19	*I*	7			
		3	5 19 17,8	20 9 46,89	*I*	7	5 20 45,7	—16 51 4,7	*A*
	Déc.	5	7 38 17,1	0 35 19,11	*I*	3	7 39 24,4	+ 0 59 2,3	*A*
		8	10 20 48,7	3 30 7,10	*I*	7	10 22 4,4	+13 40 6,4	*A*
		9	11 17 21,3	4 30 45,53	*I*	7	11 18 37,9	+15 6 45,2	*A*
		10	12 16 23,2	5 33 53,71	*II*	4	12 13 42,8	+17 23 51,1	*A*
		11	13 12 8,0	6 33 44,25	*II*	5	13 9 41,4	+17 28 46,4	*A*
1830.	Mars	6	10 11 13,0	9 7 27,03	*I*	7	10 12 39,7	+12 57 48,5	*B*
		9	12 27 19,1	11 35 45,19	*II*	5	12 24 59,9	+ 2 6 32,5	*A*
	Avril	1	7 20 19,6	7 58 36,24	*I*	6	7 21 52,9	+16 5 10,3	*B*
		2	8 9 8,5	8 51 29,25	*I*	7	8 10 34,9	+13 49 52,1	*B*
		28	5 13 56,4	7 38 18,32	*I*	7	5 15 22,0	+16 52 40,5	*B*
	Mai	1	7 38 37,5	10 15 12,76	*I*	7	7 40 4,6	+ 8 49 41,0	*B*
		2	8 22 26,4	11 3 5,47	*I*	9	8 23 49,3	+ 5 11 54,3	*B*
		3	9 5 5,8	11 49 48,28*	*I*	9	9 6 37,7	+ 1 22 6,5	*B*
		4	9 47 16,1	12 36 2,14	*I*	9	9 48 44,0	— 2 30 57,3	*B*
		5	10 29 37,2	13 22 26,81	*I*	9	10 31 2,3	— 6 19 5,8	*B*
	Juin	3	9 53 51,2	14 40 54,40	*I*	7			
		4	10 39 19,1	15 30 26,24	*I*	9	10 40 45,4	—14 53 23,5	*B*
	Juil.	2	9 20 27,0	16 1 44,54*	*I*	9			
		27	5 44 12,6	14 3 28,75	*I*	9	5 45 33,5	— 8 55 30,1	*B*
		28	6 27 56,6	14 51 16,43	*I*	9	6 29 22,3	—12 15 30,4	*B*
		30	8 0 27,8	16 31 56,05	*I*	9	8 1 51,0	—17 20 6,6	*B*
		31	8 49 54,4	17 25 27,20	*I*	9	8 51 24,3	—18 46 33,3	*B*
	Août	23	3 39 22,8	13 44 45,38*	*I*	3			
		26	5 52 37,1	16 10 11,14	*I*	9	5 54 2,5	—16 23 36,7	*B*
		27	6 40 19,1	17 1 57,47	*I*	5	6 41 27,5	—18 10 14,6	*B*
		29	8 21 39,8	18 51 28,01	*I*	9	8 23 7,0	—19 35 18,1	*A*
		30	9 14 45,3	19 48 38,72	*I*	9	9 16 6,3	—18 30 10,8	*A*
	Sept.	2	11 57 22,6	22 43 32,51	*I*	9			
		22	3 47 12,5	15 50 53,06	*I*	9			
		23	4 33 33,0	16 41 17,67	*I*	9			
		29	9 41 19,2	22 13 34,28	*I*	7	9 42 51,6	—11 17 1,8	*A*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.	Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1830. Sept. 30	$10^h 35^m 25^s,5$	$23^h 11^m 46^s,06$	*I*	7	$10^h 36^m 49^s,2$	— 6° 54′ 50″,8	*A*
Oct. 30	11 2 55,1	1 37 36,56	*I*	11	11 4 26,8	+ 5 16 25,8	*A*
Nov. 29					11 39 55,6	+15 7 7,4	*B*
1831. Mars 19	4 54 24,9	4 40 3,54	*I*	10			
20	5 51 46,6	5 41 31,26	*I*	9			
22	7 44 33,1	7 42 29,37	*I*		7 46 5,5	+17 49 51,2	*B*
23	8 38 16,7	8 40 18,35	*I*	11	8 39 48,9	+15 52 5,4	*B*
24	9 29 36,0	9 35 42,96	*I*	11	9 31 1,4	+13 0 11,2	*B*
25	10 18 32,0	10 28 43,61	*I*	11	10 19 57,4	+ 9 27 56,5	*B*
26	11 5 22,5	11 19 38,34	*I*	11	11 6 59,9	+ 5 29 31,7	*B*
27	11 50 36,9	12 8 56,69	*I*	11			
28	12 36 52,7	12 59 16,59	*II*	11	12 34 21,8	— 2 53 25,0	*B*
Avril 15	2 43 45,6	4 15 29,78	*I*	11			
16	3 43 12,0	5 19 2,45	*I*	11			
17	4 42 20,2	6 22 16,89	*I*	9			
18	5 39 56,5	7 23 59,21	*I*	11	5 41 26,8	+18 24 35,1	*B*
19	6 35 4,1	8 23 12,49	*I*	11	6 36 24,4	+16 44 31,2	*B*
20	7 27 16,7	9 19 30,16	*I*	11	7 28 47,3	+14 6 8,9	*B*
21	8 16 37,7	10 12 55,78	*I*	11	8 18 9,4	+10 44 15,2	*B*
22	9 3 31,8	11 3 54,09	*I*	11	9 4 54,7	+ 6 53 5,9	*B*
25	11 15 50,3	13 28 23,95	*I*	11	11 17 12,3	— 5 33 47,8	*B*
26	11 59 16,1	14 15 53,38	*I*	11			
«	12 1 19,4	14 17 57,07	*II*	7			
27	12 45 19,1	15 6 0,46	*II*	7			
Mai 16	4 27 24,0	8 1 38,14	*I*	7			
19	7 2 3,3	10 48 32,48	*I*	7	7 3 58,0	+ 8 20 10,9	*B*
20	7 47 47,7	11 38 20,92	*I*	11	7 49 3,2	+ 4 13 36,0	*B*
21	8 31 50,8	12 26 27,75	*I*	7	8 33 51,9	+ 0 0 11,5	*B*
22	9 15 0,4	13 13 40,99	*I*	11	9 16 23,0	— 4 10 24,9	*B*
23	9 58 0,4	14 0 44,77*	*I*	7			
24	10 41 27,9	14 48 15,81	*I*	7	10 42 49,9	—12 46 59,7	*B*
25	11 25 50,1	15 36 41,76	*I*	7	11 27 21,5	—14 55 23,8	*B*
27	13 0 17,1	17 19 17,35	*II*	7	12 57 50,5	—19 11 18,3	*B*
Juin 1	17 2 23,2	21 41 46,06	*II*	7			*B*
15	4 56 45,5	10 29 20,90*	*I*	7	4 58 11,8	+10 3 16,9	*B*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.	Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1831. Juin 17	$6^h 29^m 54^s,2$	$12^h 10^m 37^s,98$	*I*	7	$6^h 31^m 13^s,6$	+ 1° 39′ 15″,3	*B*
25	12 33 39,2	18 46 55,09	*II*	7	12 31 6,4	—20 14 55,0	*B*
27	14 11 44,8	20 33 9,67	*II*	7			
Juil. 21	9 38 22,2	17 33 39,59	*I*	7	9 40 3,0	—19 31 46,1	*B*
22					10 28 32,0	—20 12 48,2	*B*
Août 19	9 8 53,3	18 58 26,18	*I*	7	9 10 41,9	—20 38 15,8	*A*
20	9 58 29,8	19 52 7,29	*I*	7	10 0 8,9	—19 46 31,8	*A*
23	12 29 38,8	22 35 30,86	*II*	7			
Oct. 15	7 18 13,1	20 52 12,12	*I*	11	7 19 51,7	—17 52 0,3	*A*
18	9 45 25,3	23 31 38,06	*I*	7	9 47 4,2	— 6 59 33,1	*A*
20	11 27 27,2	1 21 49,90*	*I*	7	11 29 0,0	+ 2 53 13,8	*A*
Nov. 15	8 22 26,6	23 58 49,30	*I*	7	8 23 50,3	— 4 47 31,6	*A*
17	10 4 24,8	1 48 57,40	*I*	7	10 5 43,7	+ 5 11 27,1	*A*
1832. Fév. 12	9 3 3,9	6 30 26,37	*I*	7			
Mars 8	5 0 24,5	4 5 40,96	*I*	7			
9	5 56 16,6	5 5 38,78	*I*	7			
10	6 54 16,4	6 7 44,69	*I*	7			
13	9 49 46,0	9 15 32,80	*I*	7	9 51 15,6	+15 53 2,0	*B*
14	10 44 54,1	10 14 46,47	*I*	7	10 47 8,9	+12 10 49,0	*B*
15	11 37 28,8	11 11 26,29	*I*	7	11 38 55,2	+ 7 44 59,3	*B*
Avril 10	8 38 12,2	9 54 10,41	*I*	7	8 39 33,0	+13 44 37,5	*B*
11	9 30 12,7	10 50 15,92	*I*	7	9 31 42 2	+ 9 36 20,6	*B*
12	10 19 59,4	11 44 7,35	*I*	7	10 21 45,8	— 4 57 27,3	*A*
13	11 8 4,9	12 36 17,32	*I*	7			
14	11 55 7,4	13 27 24,05	*I*	7			
«	11 57 15,5	13 29 32,51	*II*	5			
15	12 43 51,5	14 20 12,70	*II*	7			
16	13 30 32,4	15 10 57,36	*II*	7			
17	14 17 36,4	16 2 6,17	*II*	7			
Juin. 7	7 50 12,5	12 54 43,09	*I*	3			
12	11 40 26,1	17 5 17,11	*I*	7			
Juil. 9	9 37 47,1	16 48 44,90	*I*	7	9 39 13,8	—19 2 13,2	*B*
10	10 25 26,9	17 40 29,12	*I*	7	10 27 0,1	—20 47 37,1	*B*
11	11 13 41,8	18 32 48,45	*I*	7	11 15 16,8	—21 35 20,9	*B*
Août 11	12 22 44,3	21 44 15,62	*II*	7			

*

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.			Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1832.	Sept.	7	$10^h16^m40^s,8$	$21^h24^m18^s,10$	I	7			
		8	11 2 43,9	22 14 25,30*	I	7	$11^h 4^m 11^s,6$	—14° 32′ 38″,3	A
	Oct.	3	7 23 35,3	20 13 13,95	I	7	7 25 11,2	—21 2 45,1	A
		17	19 17 34,5	9 4 22,33*	II	7			
	Nov.	6	10 37 26,1	1 41 39,36*	I	7			
		10	14 14 51,7	5 35 26,91	II	7			
		11	15 14 53,6	6 39 35,27	II	7			
1833.	Mars	27	4 56 56,0	5 16 9,04	I	7			
	Avril	3	11 34 21,1	12 22 15,20*	I	7			
		5	13 19 24,1	14 15 28,52	II	6			
		30	9 24 42,1	11 58 41,90	I	7			
	Mai	1	10 15 21,7	12 53 26,29	I	6			
		2	11 5 32,4	13 47 41,81	I	7			
		3	11 55 54,5	14 42 8,75	I	7			
		«	11 58 7,5	14 44 23,07	II	6			
		5	13 40 55,6	16 35 19,78	II	7			
		7	15 25 7,2	18 27 41,61	II	7			
		8	16 16 10,9	19 22 50,21	II	7			
1834.	Fév.	22	11 24 24,5	9 33 37,17	I	7			
	Avril	18	7 50 47,5	9 36 15,04	I	5	7 52 1,5	+18 3 38,9	B
		19	8 45 56,6	10 35 29,48	I	7	8 47 18,6	+13 23 0,1	B
		20	9 39 54,8	11 33 33,26	I	7	9 41 39,9	+ 7 42 48,1	B
		21	10 33 8,5	12 30 52,14	I	7	10 34 29,7	+ 1 26 17,3	B
	Sept.	11	7 8 13,3	18 29 10,01	I	7			
	Oct.	9	5 58 11,9	19 9 21,08	I	5			
		11	7 43 44,1	21 3 3,81	I	7			
		15	10 39 38,9	0 15 13,99	I	7	10 41 11,2	— 4 39 47,9	A
1835.	Mars	7	6 1 9,7	4 59 47,42	I	7			
		8	6 51 59,3	5 54 41,90	I	7			
	Mai	7	7 50 0,6	10 49 25,86	I	6	7 51 26,0	+12 37 46,3	B
		10	10 22 4,1	13 33 43,68	I	7	10 23 30,6	— 6 36 11,6	B
	Juil.	2	5 17 54,5	11 57 41,26	I	5	5 18 59,7	+ 4 58 24,2	B
		3	6 5 18,3	12 49 9,30	I	7			
	Sept.	3	9 20 24,7	20 9 13,74	I	7			
		5	11 8 2,4	22 5 2,37	I	5			

POSITIONS DE LA LUNE.

Date.			Temps moy. de l'asc. dr.	Asc. droite observ. du bord.	Bord.	Nomb. des fils.	Temps moy. de la décl.	Déclinaison observée du bord.	Bord.
1835.	Oct.	5	$11^h20^m13^s,5$	$0^h15^m32^s,51$	*I*	7			
		7	12 45 27,8	1 48 54,14	*II*	7			
1836.	Mars	24	5 34 55,5	5 43 29,58*	*I*	5			
	Mai	26	8 32 37,1	12 50 2,87	*I*	7	$8^h33^m58^s,9$	— 2° 34′ 58″,2	*B*
		28	10 12 38,4	14 38 13,60	*I*	7	10 13 54,1	—15 27 38,8	*B*
1837.	Fév.	12	6 5 44,8	3 35 45,13	*I*	7	6 7 11,8	+20 34 22,5	*A*
	Mars	14	6 29 11,6	5 57 32,38	*I*	7			
	Mai	15	8 25 39,6	11 58 46,05	*I*	7	8 27 17,0	+ 2 36 22,1	*B*
		16	9 7 47,5	12 44 57,39	*I*	7	9 9 8,8	— 3 35 34,9	*B*
	Juin	16	10 11 35,4	15 51 8,86	*I*	7			
	Sept.	13	11 25 32,2	22 56 11,49	*I*	7	11 26 58,6	—11 37 11,7	*A*
	Oct.	13	11 42 46,1	1 11 45,02	*I*	7			
	Nov.	7	7 56 55,1	23 3 50,94	*I*	7	7 58 22,7	—10 38 27,0	*A*
1838.	Mars	3	6 19 4,5	5 3 4,76	*I*	5			
		7	9 47 56,9	8 48 17,76	*I*	5	9 49 11,0	+22 24 38,4	*B*
	Avril	8	11 13 14,6	12 19 59,35	*I*	7	11 14 40,3	— 2 1 52,5	*B*
	Mai	2	7 10 20,4	9 51 2,29	*I*	5	7 11 23,9	+16 42 58,9	*B*
		3	7 52 5,0	10 36 50,27	*I*	3	7 53 6,5	+11 35 46,5	*B*
		5	9 11 0,1	12 3 51,49	*I*	7	9 12 32,2	+ 0 8 35,6	*B*
	Oct.	1	10 19 34,5	23 0 3,84	*I*	7	10 20 58,2	— 9 33 7,7	*A*

Notes aux positions de la Lune.

1. Les deux premières ascensions droites de la Lune sont peut-être un peu incertaines, à cause d'une marche irrégulière de l'horloge. C'est par cette raison, qu'elles ont des astérisques.
2. Les 13 autres astérisques, posés à côté des ascensions droites, indiquent que la correction de l'horloge dépend d'une seule étoile fondamentale.
3. Il y a deux déclinaisons, 1823. Mars 27, 1824. Mai 20, notées d'un astérisque, dans lesquelles deux verniers ont été lus, au lieu de quatre.

QUATRIÈME TABLEAU

POSITIONS DES PLANÈTES.

Remarques.

Le nombre des observations des planètes faites à Dorpat est très peu considérable. M. Liapounov a calculé les positions, en suivant les principes adoptés pour la réduction des observations du Soleil et de la Lune. J'ai ajouté les petites corrections finales, indiquées plus haut. Quelque peu d'importance que l'on puisse attribuer à ces positions éparses de planètes, j'ai jugé propre de les insérer dans ce mémoire, pour n'y laisser point de lacune. Quant aux observations méridiennes de plusieurs comètes, et aux positions des étoiles, avec lesquelles ces comètes ont été comparées, elles sont publiées dans les journaux astronomiques, surtout les *Astronomische Nachrichten*, et pour l'apparition de la comète de Halley en 1835, dans un ouvrage détaché.

IV. POSITIONS DES PLANÈTES.

Positions de Mercure.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Declinaison observée.	
1823. Sept. 19	$1^h 24^m 0^s$	$13^h 14^m 16^s,67$	premier bord	$1^h 24^m 0^s$	—10° 4′ 45″,4	Centre
26	1 23 44	13 41 35,61	« «	1 24 25	—13 37 4,2	«
1828. Juin 24	1 51 52	8 2 18,56	Centre app.	1 51 52	+21 13 49,6	«

Positions de Vénus.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Declinaison observée.	
1823. Sept. 12	1 54 56	13 17 41,15	premier bord	1 55 37	—15 1 1,8	bord sup.
17	1 37 42	13 20 7,22	« «	1 38 23	—15 59 58,0	« «
19	1 29 53	13 20 10,03	« «	1 30 34	—16 16 27,2	« «
Déc. 10	20 46 29	14 3 13,79	second «	20 46 29	— 9 43 6,2	« infér.

Positions de Mars.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Declinaison observée.	
1824. Mars 22	12 23 27	12 24 54,73	Centre	12 24 7	+ 0 54 33,3	Centre
26	12 1 56	12 19 6,28	«	12 1 56	+ 1 26 16,8	«
27	11 56 32	12 17 38,37	«	11 56 32	+ 1 34 7,0	«
28	11 51 9	12 16 10,61	«	11 51 9	+ 1 41 49,0	«
Avril 6	11 3 8	12 3 31,20	«	11 3 8	+ 2 44 34,5	«

POSITIONS DES PLANÈTES.

Positions de Mars.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1826. Avril 28	$12^h 31^m 13^s$	$14^h 56^m 39^s,28$	Centre	$12^h 31^m 13^s$	$-16^\circ\ 9'\ 21'',4$	Centre
29	12 25 53	14 55 15,32	«	12 25 53	—16 5 56,4	«
Mai 2	12 10 46	14 51 55,87	«	12 10 46	—15 55 9,1	«
1828. Juil. 16	10 42 57	18 21 35,06	«	10 42 57	—28 49 51,5	«
1830. Sept. 17	12 11 2	23 56 22,51	«	12 11 2	— 6 12 0,9	«
21	11 50 46	23 51 49,26	«	11 50 46	— 6 27 35,3	«
28	11 15 41	23 44 15,59	«	11 15 41	— 6 46 51,6	«
Oct. 28	9 6 14	23 32 44,05	«	9 6 14	— 5 31 1,7	«
Nov. 3	8 45 26	23 35 30,77	«	8 45 26	— 4 46 33,2	«

Positions de Vesta.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1823. Nov. 15	11 17 48	2 54 25,83		11 17 48	+ 6 36 13,2	
1825. Fév. 27	12 33 48	11 3 39,83		12 33 48	+17 12 18,3	
Mars 7	11 54 51	10 56 8,73		11 54 51	+18 13 42,1	
9	11 45 7	10 54 16,04		11 45 7	+18 27 23,9	
10	11 40 15	10 53 20,33		11 40 15	+18 33 57,1	

Positions de Junon.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1823. Jan. 19	11 44 41	7 38 37,67		11 44 41	+ 2 32 12,6	
20	11 39 53	7 37 45,62		11 39 53	+ 2 40 26,4	
28	11 2 0	7 31 16,98		11 2 40	+ 3 52 15,0	
1824. April 20	12 8 19	14 4 3,98		12 8 19	— 0 3 11,1	
23	11 54 9	14 1 41,70		11 54 9	+ 0 16 8,6	
27	11 35 18	13 58 33,83		11 35 58	+ 1 40 30,0	
Mai 1	11 16 32	13 55 30,44		11 17 12	+ 1 2 46,7	
2	11 11 51	13 54 45,69				
1826. Oct. 26	12 31 6	2 50 9,56		12 31 6	— 2 42 37,4	
1830. Sept. 22	9 42 58	21 47 37,10		9 42 58	— 8 53 22,9	

Note.

Il est un peu douteux, pour les deux observations 1823. Janv. 28 et 1824. Avril 27, si l'étoile observée a été effectivement Junon.

POSITIONS DES PLANÈTES.

Positions de Pallas.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1823. Oct. 10	$11^h46^m56^s$	$1^h\ 1^m41^s,99$		$11^h46^m56^s$	$-14°23'\ 4'',9$	
11	11 42 13	1 0 55,04		11 42 13	—14 37 51,7	
12	11 37 30	1 0 7,96		11 37 30	—14 52 25,3	
13	11 32 47	0 59 20,92		11 32 47	—15 6 45,1	
1825. Mars 7	12 37 27	11 38 52,00		12 37 27	+ 0 38 13,5	
1830. Mai 2	12 22 27	15 3 45,38		12 22 27	+24 1 48,5	
4	12 12 56	15 2 5,63		12 12 56	+24 19 13,6	

Positions de Cérès.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1823. Nov. 22	11 46 59	3 51 17,84		11 47 20	+13 47 57,9	
1830. Mai. 2	12 0 58	14 42 13,40		12 0 58	— 4 7 30,0	
4	11 51 18	14 40 24,72		11 51 18	— 4 5 44,4	
5	11 46 28	14 39 30,32		11 46 28	— 4 5 0,5	

Positions de Jupiter.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1822. Nov. 3	13 18 45	4 9 21,81	Centre	13 18 45	+19 59 33,0	bord *A*
18	12 11 50	4 1 24,04	«	12 11 50	+19 39 24,8	« *B*
26	11 35 52	3 56 52,30	«	11 35 52	+19 26 31,4	« *A*
Déc. 9	10 37 41	3 49 47,72	«	10 38 24	+19 7 16,8	« *A*
1823. Fév. 18	5 51 43	3 42 57,43	«	5 51 43	+19 3 18,6	« *A*
19	5 48 10	3 43 19,90	«	5 48 10	+19 5 24,3	« *B*
Sept. 13	19 4 53	6 34 24,11	«	19 5 36	+22 58 44,3	« *B*
16	18 54 45	6 36 4,27	«	18 55 28	+22 57 3,0	« *A*
1824. Jan. 11	10 55 54	6 17 12,08	«	10 56 37	+23 21 49,0	« *B*
Mars 10	6 52 44	6 5 59,44	«	6 53 28	+23 32 46,7	« *B*
22	6 8 50	6 9 16,62	«	6 9 33	+23 33 22,4	« *A*
23	6 5 15	6 9 37,84	«	6 5 59	+23 32 49,3	« *B*
1825. Jan. 13	13 20 15	8 52 49,51	«	13 20 57	+18 21 36,6	« *B*
31	12 0 1	8 43 20,26	«	12 0 43	+19 0 49,7	« *A*
Fév. 7	11 28 47	8 39 36,65	«	11 29 29	+19 16 14,1	« *B*

POSITIONS DES PLANÈTES.

Positions de Jupiter.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1826. Fév. 23	$12^h 35^m 37^s$	$10^h 48^m 45^s,94$	Centre	$12^h 35^m 58^s$	$+ 9^\circ\ 4'\ 36'',3$	bord *B*
1827. Avril 19	10 39 42	12 28 24,02	«	10 41 4	— 1 21 19,4	« *B*
20	10 35 32	12 28 9,48	«	10 36 42	— 1 19 30,7	« *A*
21	10 31 12	12 27 45,21	«	10 32 20	— 1 16 22,7	« *B*
25	10 13 55	12 26 12,20	«	10 15 0	— 1 7 39,8	« *A*
30	9 52 30	12 24 26,04	«			
1828. Avril 9	13 27 8	14 39 51,10	«	13 28 21	—14 7 29,1	« *A*
Mai 10	11 10 25	14 24 57,97	«	11 11 38	—12 57 0,2	« *A*
1829. Fév. 27	18 18 47	16 49 41,52	«	18 18 47	—21 42 5,2	Centre
1830. Août 10	9 23 41	18 38 44,71	«	9 25 0	—23 21 2,5	bord *B*
29	8 5 7	18 34 51,92	«			
1832. Sept. 12	12 13 20	23 40 59,43	«	12 14 30	— 3 46 54,6	« *B*
1838. Avril 8	9 41 30	10 47 59,63	«	9 42 48	+ 9 11 29,5	« *B*
23	8 39 11	10 44 38,14	«	8 39 11	+ 9 29 13,9	« *B*
25	8 31 4	10 44 22,23	«	8 31 4	+ 9 29 47,6	« *A*
26	8 27 0	10 44 15,37	«	8 27 0	+ 9 30 18,5	« *A*
Mai 5	7 51 6	10 43 44,32	«	7 51 6	+ 9 32 10,1	« *B*

Positions de Saturne.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1822. Oct. 30	11 46 19	2 20 54,39	Centre	11 46 19	+11 11 57,8	Centre
31	11 42 7	2 20 38,09	«	11 42 7	+11 10 23,3	«
Nov. 3	11 29 23	2 19 41,96	«	11 29 23	+11 5 50,3	«
11	10 55 30	2 17 15,66	«	10 55 30	+10 54 4,4	«
13	10 47 3	2 16 40,34	«	10 47 3	+10 51 14,5	«
14	10 42 49	2 16 22,80	«	10 42 49	+10 49 53,2	«
1823. Nov. 13	11 45 37	3 14 26,62	«	11 45 37	+15 29 3,3	«
14	11 41 22	3 14 7,04	«	11 41 22	+15 27 51,6	«
15	11 37 6	3 13 47,54	«	11 37 6	+15 26 27,7	bord *A*
19	11 20 5	3 12 29,81	«	11 20 5	+15 21 54,6	« *B*

POSITIONS DES PLANÈTES.

Positions de Saturne.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.		Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.	
1824. Fév. 1	$6^h 17^m 56^s$	$3^h\ 1^m 16^s,35$	Centre	$6^h 17^m 56^s$	$+14^\circ 53' 32'',6$	Centre
Oct. 22	14 16 9	4 21 38,55	«	14 16 9	+19 26 19,3	«
Nov. 1	13 34 15	4 19 3,10	«	13 34 57	+19 19 17,5	bord *A*
19	12 17 50	4 13 23,18	«	12 18 32	+19 5 4,7	« *A*
Déc. 4	11 13 46	4 8 17,80	«	11 14 29	+18 53 11,3	« *B*
6	11 5 15	4 7 37,79	«	11 5 57	+18 51 38,0	« *B*
1825. Déc. 6	12 10 8	5 11 44,38	«	12 10 51	+21 25 44,7	« *A*
8	12 1 34	5 11 2,16	«	12 2 17	+21 25 24,3	« *B*
10	11 52 59	5 10 19,65	«	11 53 42	+21 24 45,8	« *B*
12	11 44 26	5 9 37,50	«	11 45 9	+21 24 4,0	« *B*
13	11 40 8	5 9 16,24	«	11 40 51	+21 23 24,8	« *A*
1826. Fév. 16	7 10 52	4 55 31,01	«			
19	6 59 8	4 55 35,00	«	6 59 51	+21 17 33,5	« *A*
Mars 5	6 5 20	4 56 50,12	«	6 6 3	+21 23 1,5	« *B*
Déc. 25	11 55 34	6 11 4,75	«	11 56 55	+22 29 48,8	« *A*
29	11 38 25	6 9 39,40	«	11 39 38	+22 30 55,6	« *B*
30	11 34 8	6 9 18,04	«	11 35 24	+22 30 48,0	« *A*
1829 Mars 1	9 23 42	8 1 2,17	«	9 23 42	+21 2 6,2	Centre
9	8 50 51	7 59 38,04	»	8 50 51	+21 6 35,0	«
28	7 34 42	7 58 9,43	«	7 34 42	+21 11 46,0	«
1830. Mars 9	9 52 10	9 0 10,05	«	9 52 10	+18 11 50,7	«

Positions d'Uranus.

Date.	Temps moyen de l'asc. droite.	Ascension droite observée.	Temps moyen de la décl.	Déclinaison observée.
1830. Sept. 21	8 36 55	20 37 36,60	8 37 37	—19 13 48,3
22	8 32 54	20 37 21,70	8 32 54	—19 14 2,8

V. DIAMÈTRES DES PLANÈTES

DÉDUITS DES PASSAGES OBSERVÉS.

Les passages des deux bords de Mars, de Jupiter et de l'anneau de Saturne ont été observés à Dorpat alternativement sur les fils verticaux. Les journaux nous offrent 12 durées du passage de Mars, 31 durées pour Jupiter et 27 pour les bords extérieurs de l'anneau de Saturne. Ayant extrait ces observations, j'ai engagé M. L. Huebner de Simféropol, actuellement à l'Observatoire central en fonction d'aide surnuméraire, à en déduire les diamètres correspondants aux distances moyennes entre la planète et le Soleil, savoir 1,5237 pour Mars, 5,2028 pour Jupiter, 9,5388 pour Saturne. Dans ses calculs, M. Huebner a considéré, à côté des distances relatives que donnent les éphémérides, et de la petite phase, pour Mars et Jupiter, encore la position de l'équateur et l'aplatissement de Jupiter $\frac{1}{13,71}$, et la position de l'anneau de Saturne, pour déduire effectivement le diamètre équatorial de Jupiter et le grand axe de l'anneau de Saturne. Quant à l'équateur de Jupiter, il l'a supposé parallèle à l'écliptique. Mars a éte pris circulaire c.-à-d. sans aplatissement. Pour combiner les différents résultats de chaque planète à une moyenne, il a fallu tenir compte des poids relatifs. Si n et n' indiquent le nombre des fils sur lesquels les deux bords ont été observés, si d est la durée observée du passage, en temps, D le diamètre moyen obtenu en arc, nous avons pour chaque D le poids $p = \frac{n \cdot n'}{n + n'} \cdot \left(\frac{15\,d}{D}\right)^2$. L'unité de ce poids correspond à l'erreur probable du passage d'un bord par un seul fil.

Diamètre de Mars.

Date.			Durée observée du passage.	Nombre des fils.	Diam. pour la dist. moy.	Poids.
1824.	Mars	22	$1^s,32$	3 . 3	$8'',39$	8,35
		26	1,17	3 . 3	7,38	8,46
		27	1,21	2 . 1	7,63	3,76
		28	1,10	3 . 2	6,95	6,78
	Avril	6	1,10	3 . 3	7,05	8,31
1826.	Avril	28	1,61	3 . 2	8,55	9,59
		29	1,50	2 . 3	7,93	9,67
	Mai	2	1,34	3 . 2	7,00	9,90
1828.	Juil.	16	1,96	4 . 3	7,06	29,69
1830.	Sept	17	1,72	5 . 4	6,52	34,77
		21	1,63	4 . 5	6,23	34,23
	Nov.	3	1,25	6 . 5	7,30	20,28.
				Moyenne	7,033	
					$\mp$ 0,133.	

Erreur probable pour l'unité du poids $1'',82 = 0^s,121$.

*

DIAMÈTRES DES PLANÈTES.

Diamètre de Jupiter.

Date.			Durée observée du passage.	Nombre des fils.	Diamètre pour la dist. moy.	Poids.
1822.	Nov.	3	3ˢ,51	3 . 2	39″,12	2,19
		18	3,50	4 . 3	38,55	3,20
		26	3,61	3 . 2	39,82	2,23
	Déc.	9	3 60	3 . 1	40,17	1,36
1823.	Fév.	18	2,92	3 . 2	40,17	1,46
		19	2,98	2 . 3	41,10	1,45
	Sept.	13	2,68	3 . 2	38,31	1,35
		16	2,70	2 . 3	38,29	1,37
1824.	Jan.	11	3,49	2 . 2	39,00	1,80
	Mars	10	3,12	3 . 2	40,83	1,61
		22	2,85	3 . 3	38,76	1,86
		23	2,81	3 . 3	38,34	1,85
1825.	Jan.	13	3,34	2 . 3	40,02	1,90
		31	3,35	5 . 5	39,48	4,05
	Fév.	7	3,34	3 . 3	39,64	2,42
1826.	Fév.	23	2,94	5 . 5	37,44	3,54
1827.	Avril	19	3,12	3 . 3	41 08	2,00
		20	2,86	5 . 3	37,69	2,49
		21	2,82	3 . 3	37,21	1,99
		25	2,84	3 . 3	37,72	1,96
		30	2,96	3 . 3	39,66	1,93
1828.	Avril	9	3,07	4 . 3	38,79	2,45
	Mai	10	2,98	4 . 4	37,36	2,91
1829.	Fév.	27	2,87	4 . 4	41,41	2,20
1830.	Août	10	3,33	5 . 4	38,41	3,78
		29	3,37	4 . 4	40,90	3,10
1832.	Sept.	12	3,28	6 . 5	37,33	4,73
1838.	Avril	8	2,79	2 . 2	37,14	1,31
		23	2,79	4 . 3	38,53	2,09
		26	2,67	3 . 2	37,15	1,44
	Mai	5	2,63	3 . 3	37,60	1,71

Moyenne: diamètre de l'équateur = 38,853
∓ 0,157

Erreur probable pour l'unité du poids 1″,31 = 0ˢ,087.

DIAMÈTRES DES PLANÈTES.
Diamètre extérieur de l'anneau de Saturne.

Date.			Durée observée du passage.	Nombre des fils.	Diamètre pour la dist. moy.	Poids.
1822.	Nov.	3	3ˢ,29	2 . 3	41ˢ,83	1,41
		11	3,42	2 . 2	43,62	1,19
		13	3,05	2 . 3	38,95	1,41
		14	3,09	3 . 2	39,49	1,41
1823.	Nov.	13	3,48	1 . 1	43,00	0,60
		14	3,34	2 . 2	41,28	1,21
		15	3,08	1 . 1	38,09	0,60
		19	3,18	3 . 3	39,36	1,81
1824.	Fév.	1	2,96	3 . 2	40,41	1,32
	Nov.	1	3,31	1 . 2	40,25	0,83
		19	3,57	1 . 1	43,02	0,63
	Déc.	4	3,21	5 . 5	38,73	3,12
		6	3,45	3 . 3	41,65	1,86
1825.	Déc.	6	3,43	3 . 3	40,58	1,90
		8	3,23	3 . 3	38,21	1,91
		10	3,71	3 . 3	43,89	1,90
		12	3,48	3 . 3	41,16	1,91
		13	3,42	3 . 3	40,46	1,90
1826.	Fév.	19	3,21	3 . 3	41,19	1,75
	Mars	5	3,16	3 . 2	41,59	1,37
	Déc.	25	3,23	4 . 2	37,94	1,71
		29	3,18	3 . 3	37,35	1,92
		30	3,51	3 . 3	41,24	1,92
1829.	Mars	1	3,31	3 . 3	40,81	1,84
		9	3,11	3 . 3	38,77	1,82
		28	3,12	3 . 3	40,16	1,77
1830.	Mars	9	3,37	4 . 3	42,30	1,80

Moyenne: grand axe extérieur de l'anneau 40,406
$\mp$ 0,310

Erreur probable pour l'unité du poids 1″,31 = 0ˢ,087.

Notes aux diamètres.

1. En combinant les observations des trois planètes, nous trouvons l'erreur probable du passage d'un bord par un seul fil $= 0^s{,}093$. Ce chiffre se compare avec ceux que présentent les étoiles fixes voisines de l'équateur et le Soleil, savoir:

	erreur pr. du passage par un seul fil:
pour les étoiles	$0^s{,}074$
pour un bord d'une planète	0,093
pour un bord du Soleil	0,105.

2. Les mesures micrométriques que j'ai faites, en 1826, sur Jupiter et Saturne, à l'aide de la grande lunette de Dorpat (*Astronomische Nachrichten* No. 97), se comparent aux résultats que nous venons d'obtenir, ainsi qu'il suit.

	Diamètre de Jupiter:	Axe de l'anneau de Saturne.
Mesures microm. $M =$	$38''{,}44 \mp 0''{,}05$	$40''{,}22 \mp 0''{,}06$
Passages $P =$	$38\ 85 \mp 0{,}16$	$40{,}40 \mp 0{,}31$
$P - M =$	$+ 0{,}41 \mp 0{,}17$	$+ 0{,}18 \mp 0{,}32.$

$$\text{Moyenne } P - M = + 0''{,}36 \mp 0''{,}15.$$

Les passages donnent les diamètres de $0''{,}36$ plus grands que les mesures micrométriques, les rayons plus grands de $0''{,}18$.

3. Parmi les passages de Mars et de Saturne, il n'y a qu'un petit nombre d'observations de Preuss. Pour Jupiter, il y a 16 durées que j'ai observées, et 15 déterminées par Preuss. En traitant ces deux groupes séparément, nous obtenons:

$$\text{diamètre de Jupiter} = 39''{,}19 \mp 0''{,}20, \text{ selon Struve}$$
$$= 38{,}54 \mp 0{,}32, \text{ « Preuss}$$
$$\text{différence } S - P = + 0{,}65 \mp 0{,}38.$$

Le diamètre selon Preuss est plus petit. La même différence s'est manifestée dans les observations du Soleil; savoir, pour le diamètre, $S - P = + 0''{,}81 \mp 0''{,}14$.

TABLE DES MATIÈRES.

Page.

Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes. (1-re section); par M. Peters.................... 1
Untersuchung der Theilungsfehler des Ertelschen Verticalkreises der Pulkowaer Sternwarte; par M. Peters..........181
Neue Reduction der Königsberger Declinationen 1820; par M. W. Döllen..........203
Recherches expérimentales sur élasticité des metaux, (première partie); par M. A. Kupffer. (Avec deux planches.)..........233
Nouvelle méthode dans les recherches relatives aux formes quadratiques des nombres; par M. V. Bouniakovsky..........303
De numero constante abberrationis et parallaxi annua stellae polaris ex ascensionibus rectis hujus stellae, quae in specula Pulcovensi annis 1842—1844 tubo culminatorio Erteliano observatae sunt, deductis; par M. D. G. Lindhagen..........323
Détermination de la parallaxe de l'étoile Groombridge 1830; par M. O. Struve..........357
Catalogue revu et corrigé des étoiles doubles et multiples découvertes à l'Observatoire central de Poulkova..........386
Résultats géographiques du voyage en Perse, fait par le capitaine Lemm, en 1838 et 1839; mémoire de M. O. Struve..........407
Supplément au mémoire sur le voyage de M. Lemm en Perse; par M. O. Struve..........427
Sur les dimensions des anneaux de Saturne; par M. O. Struve..........439
Positions du soleil, de la lune et des planètes observées à Dorpat depuis 1822 jusqu'en 1838, calculées par MM. W. Struve et M. Liapounov; mémoire de M. W. Struve..477



